Suites numériques

Série 12

Calcul mental et automatismes – IREM de Clermont-Ferrand

Répondre à la question.

Question (1)

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
N ← 0
U ← 1
Tant que U < 10 faire :
   U ← U + 2
   N ← N + 1
Fin Tant que
Renvoyer N
```

Quelle valeur contient la variable N à la fin de l'exécution de cet algorithme ?

Question (2)

On cherche le plus petit entier N à partir duquel la suite (u_n) prend des valeurs supérieures ou égales à 10.
On considère l'algorithme ci-dessous :

```
U ← 1
Tant que U < 10 faire :
    U ← U + 1/2
    N ← N + 1
Fin Tant que
Renvoyer N
```

Pour quelle(s) raison(s) cet algorithme ne répond-il pas à la question ?

Question (3)

On cherche le plus petit entier `N` à partir duquel la suite (u_n) prend des valeurs supérieures ou égales à 10.
On considère l'algorithme ci-dessous :

```
N ← 0
U ← 1
Tant que U < 10 faire :
   U ← U − 3
   N ← N + 1
Fin Tant que
Renvoyer N
```

Pour quelle(s) raison(s) cet algorithme ne répond-il pas à la question ?

Question (4)

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
N ← 0
U ← 1
Tant que U < 10 faire :
   U ← U × 2
   N ← N + 1
Fin Tant que
Renvoyer N
```

Quelle valeur contient la variable N à la fin de l'exécution de cet algorithme ?

Question (5)

On cherche le plus petit entier `N` à partir duquel la suite (u_n) prend des valeurs supérieures ou égales à 10.
On considère l'algorithme ci-dessous :

```
N ← 0
U ← 1
Tant que U < 10 faire :
   U ← U × 2
Fin Tant que
Renvoyer N
```

Pour quelle(s) raison(s) cet algorithme ne répond-il pas à la question ?

Question (6)

Compléter l'algorithme suivant afin qu'il détermine le plus petit entier n tel que $u_n \geqslant 85$.

```
N ← 0
U ← 65
Tant que ...
    N ← N + 1
    U ← U × 0,8 + 18
Fin Tant que
Renvoyer N
```

Question (7)

Déterminer l'algorithme qui permet de calculer le plus petit entier à partir duquel A dépasse $0,5$.

```
A ← 0,3
N ← 0
Tant que A ⩽ 0,5
   A ← 0,92×A+0,05
   N ← N + 1
Fin Tant que
Renvoyer N
```
Algorithme 1

```
A ← 0,3
N ← 0
Tant que A > 0,5
   A ← 0,92×A+0,05
   N ← N + 1
Fin Tant que
Renvoyer N
```
Algorithme 2

```
A ← 0,3
N ← 0
Tant que A ⩽ 0,5
   A ← 0,92×A+0,05
Fin Tant que
N ← N + 1
Renvoyer N
```
Algorithme 3

Question (8)

Que renvoie l'algorithme suivant lorsque `epsilon` $< \dfrac{1}{3}$?

$$\begin{array}{|l|}\hline
\texttt{n} \leftarrow \texttt{1} \\
\texttt{Tant que n}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\texttt{n}} \texttt{ > epsilon} \\
\quad \texttt{n} \leftarrow \texttt{n} + \texttt{1} \\
\texttt{Fin Tant que} \\
\texttt{Renvoyer n} \\
\hline\end{array}$$

Question (9)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 5\,000$ et, pour tout entier $n \geqslant 0$, $u_{n+1} = 1,02u_n$. Compléter l'algorithme suivant, de telle sorte qu'il renvoie le plus petit entier n à partir duquel u_n dépasse 10 000.

```
n ← ...
u ← ...
Tant que ...
    n ← ...
    u ← ...
Fin Tant que
Renvoyer ...
```

Question (10)

Que représente la valeur de la variable `n` à la fin de l'exécution de cet algorithme ?

```
n ← 0
u ← 1
Tant que u ⩽ 10^6 :
   n ← n + 1
   u ← 2u + 1
Fin Tant que
Renvoyer n
```

CORRECTION

Question (1) – Correction

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
N ← 0
U ← 1
Tant que U < 10 faire :
    U ← U + 2
    N ← N + 1
Fin Tant que
Renvoyer N
```

Quelle valeur contient la variable N à la fin de l'exécution de cet algorithme ?

N contient la valeur 5.

Question (2) – Correction

On cherche le plus petit entier N à partir duquel la suite (u_n) prend des valeurs supérieures ou égales à 10.
On considère l'algorithme ci-dessous :

```
U ← 1
Tant que U < 10 faire :
    U ← U + 1/2
    N ← N + 1
Fin Tant que
Renvoyer N
```

Pour quelle(s) raison(s) cet algorithme ne répond-il pas à la question ?

Cet algorithme ne convient pas car N n'est pas initialisé : N est un entier.

Question (3) – Correction

On cherche le plus petit entier N à partir duquel la suite (u_n) prend des valeurs supérieures ou égales à 10.
On considère l'algorithme ci-dessous :

```
N ← 0
U ← 1
Tant que U < 10 faire :
    U ← U − 3
    N ← N + 1
Fin Tant que
Renvoyer N
```

Pour quelle(s) raison(s) cet algorithme ne répond-il pas à la question ?
U est initialisé à 1 et ses valeurs decroissent à chaque tour de boucle donc U ne peut atteindre la valeur de 10.

Question (4) – Correction

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
N ← 0
U ← 1
Tant que U < 10 faire :
    U ← U × 2
    N ← N + 1
Fin Tant que
Renvoyer N
```

Quelle valeur contient la variable N à la fin de l'exécution de cet algorithme ?

N contient la valeur 4.

Question (5) – Correction

On cherche le plus petit entier N à partir duquel la suite (u_n) prend des valeurs supérieures ou égales à 10.
On considère l'algorithme ci-dessous :

```
N ← 0
U ← 1
Tant que U < 10 faire :
    U ← U × 2
Fin Tant que
Renvoyer N
```

Pour quelle(s) raison(s) cet algorithme ne répond-il pas à la question ?

Cet algorithme ne convient pas car à chaque tour de boucle N n'est pas incrémenté.

Question (6) – Correction

Compléter l'algorithme suivant afin qu'il détermine le plus petit entier n tel que $u_n \geqslant 85$.

```
N ← 0
U ← 65
Tant que u < 85
    N ← N + 1
    U ← U × 0,8 + 18
Fin Tant que
Renvoyer N
```

Question (7) – Correction

Déterminer l'algorithme qui permet de calculer le plus petit entier à partir duquel A dépasse $0,5$.

```
A ← 0,3
N ← 0
Tant que A ⩽ 0,5
   A ← 0,92×A+0,05
   N ← N + 1
Fin Tant que
Renvoyer N
```

Algorithme 1

```
A ← 0,3
N ← 0
Tant que A > 0,5
   A ← 0,92×A+0,05
   N ← N + 1
Fin Tant que
Renvoyer N
```

Algorithme 2

```
A ← 0,3
N ← 0
Tant que A ⩽ 0,5
   A ← 0,92×A+0,05
Fin Tant que
N ← N + 1
Renvoyer N
```

Algorithme 3

L'algorithme correct est l'algorithme 1.

Question (8) – Correction

Que renvoie l'algorithme suivant lorsque epsilon $< \dfrac{1}{3}$?

```
n ← 1
Tant que n(1/3)^n > epsilon
    n ← n + 1
Fin Tant que
Renvoyer n
```

$$\texttt{n} \leftarrow 1$$
$$\texttt{Tant que n}\left(\frac{1}{3}\right)^{\texttt{n}} > \texttt{epsilon}$$
$$\quad \texttt{n} \leftarrow \texttt{n} + 1$$
$$\texttt{Fin Tant que}$$
$$\texttt{Renvoyer n}$$

Cet algorithme renvoie le plus petit entier n à partir duquel $n\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ devient inférieur ou égal à epsilon.

Question (9) – Correction

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 5\,000$ et, pour tout entier $n \geqslant 0$, $u_{n+1} = 1{,}02u_n$. Compléter l'algorithme suivant, de telle sorte qu'il renvoie le plus petit entier n à partir duquel u_n dépasse $10\,000$.

```
n ← 0
u ← 5000
Tant que u⩽10000
    n ← n+1
    u ← 1,02×u
Fin Tant que
Renvoyer n
```

Question (10) – Correction

Que représente la valeur de la variable `n` à la fin de l'exécution de cet algorithme ?

```
n ← 0
u ← 1
Tant que u ⩽ 10^6 :
    n ← n + 1
    u ← 2u + 1
Fin Tant que
Renvoyer n
```

Cet algorithme renvoie le plus petit entier n à partir duquel la suite définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier $n \geqslant 1$, $u_{n+1} = 2u_n + 1$ prend des valeurs strictement supérieures à 10^6.

FIN