

Second degré

Série 12

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Question 1

On considère l'équation du second degré :

$$3x^2 - 3x - 2 = 0$$

Montrer que cette équation a deux solutions dont on précisera la somme et le produit.

Question 2

f est une fonction polynôme du second degré qui admet deux racines dont

la somme est $S = 3$

et le produit est $P = -4$.

Déterminer une expression possible de $f(x)$.

Question 3

f est une fonction polynôme du second degré qui admet deux racines dont

la somme est $S = 5$

et le produit est $P = -2$.

Déterminer deux expressions possibles de $f(x)$.

Question 4

Déterminer une équation du second degré qui admet deux solutions
 -6 et -2 .

Question 5

Déterminer deux équations du second degré qui admettent deux solutions 3 et 6.

Question 6

f admet pour racines -4 et 7 .

Déterminer les réels b et c tels que :

$$f(x) = x^2 + bx + c$$

Question 7

f admet pour racines -5 et -4

Déterminer les réels b et c tels que :

$$f(x) = 3x^2 + bx + c$$

Question 8

Existe-t-il des réels x et y tels que

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 2 \end{cases} ?$$

Question 9

Existe-t-il des réels x et y tels que

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ xy = 6 \end{cases} ?$$

Question 10

On considère l'équation :

$$3x^2 - mx - 2 = 0 \quad (m \in \mathbb{R})$$

Montrer que cette équation a deux solutions de signes opposés.

Correction

Activités mentales et automatismes
IREM de Clermont-Ferrand

Question 1

$$3x^2 - 3x - 2 = 0$$

Montrer que cette équation a deux solutions dont on précisera la somme et le produit.

$$\Delta = 9 + 24 = 28$$

$\Delta > 0$ l'équation a donc 2 solutions

$$\text{La somme est : } S = -\frac{b}{a} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\text{Le produit est : } P = \frac{c}{a} = -\frac{2}{3}$$

Question 2

f est une fonction polynôme du second degré qui admet deux racines de somme $S = 3$ et de produit $P = -4$.
Déterminer une expression possible de $f(x)$.

Une expression possible de $f(x)$ est :
$$f(x) = x^2 - 3x - 4$$

Question 3

f est une fonction polynôme du second degré qui admet deux racines de somme $S = 5$ et de produit $P = -2$.

Déterminer deux expressions possibles de $f(x)$.

Une expression possible de $f(x)$ est :

$$f(x) = x^2 - 5x - 2$$

$$\text{ou } f(x) = 2x^2 - 10x - 4$$

Question 4

Déterminer une équation du second degré qui admet 2 solutions -6 et -2 .

Une équation possible est :

$$(x + 6)(x + 2) = 0$$

Ou avec $S = -8$ et $P = 12$

Une équation possible est :

$$x^2 + 8x + 12 = 0$$

Question 5

Déterminer deux équations du second degré qui admettent deux solutions 3 et 6.

On a alors $S = 9$ et $P = 18$

Une équation possible est :

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$\text{ou } -x^2 + 9x - 18 = 0$$

Question 6

f admet pour racines -4 et 7 .

Déterminer les réels b et c tels que :

$$f(x) = x^2 + bx + c$$

On a alors $S = 3$ et $P = -28$

$$f(x) = x^2 - 3x - 28$$

$$b = -3 \text{ et } c = -28$$

Question 7

f admet pour racines -5 et -4
Déterminer les réels b et c tels que :

$$f(x) = 3x^2 + bx + c$$

On a alors $S = -9$ et $P = 20$

$$a = 3 \text{ donc } -\frac{b}{3} = -9 \text{ donc } b = 27$$

$$\text{et } \frac{c}{3} = 20 \text{ donc } c = 60$$

$$f(x) = 3x^2 + 27x + 60$$

Question 8

Existe-t-il des réels x et y tels que

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 2 \end{cases} ?$$

x et y existent, si l'équation
 $X^2 - 4X + 2 = 0$ a au moins une
solution dans \mathbb{R} .

$$\Delta = 16 - 4 \times 2 = 8$$

$\Delta > 0$ donc x et y existent.

Question 9

Existe-t-il des réels x et y tels que

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ xy = 6 \end{cases} ?$$

S'ils existent, ils sont solutions de

$$X^2 + 2X + 6 = 0$$

$$\Delta = 4 - 4 \times 6 = -20$$

$\Delta < 0$ donc x et y n'existent pas.

Question 10

On considère l'équation : $3x^2 - mx - 2 = 0$
($m \in \mathbb{R}$)

Montrer que cette équation a deux solutions de signes opposés.

$\Delta = m^2 + 24$ donc pour tout m de \mathbb{R} , $\Delta > 0$
cette équation a donc deux solutions

dont le produit est $-\frac{2}{3}$ donc négatif.

Les solutions sont donc de signes contraires.

Fin

Activités mentales et automatismes
IREM de Clermont-Ferrand