

Variable aléatoire

Série 7

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Calculer une espérance mathématique

Dans chacun des cas suivants, on donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire X .

Calculer mentalement l'espérance mathématique $E(X)$.

Question 1

x_i	0	1	7
$P(X = x_i)$	0,4	0,2	0,4

Question 2

x_i	-1	0	3
$P(X = x_i)$	0,5	0,3	0,2

Question 3

x_i	-1	1	3
$P(X = x_i)$	0,5	0,3	0,2

Question 4

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Question 5

x_i	-2	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$



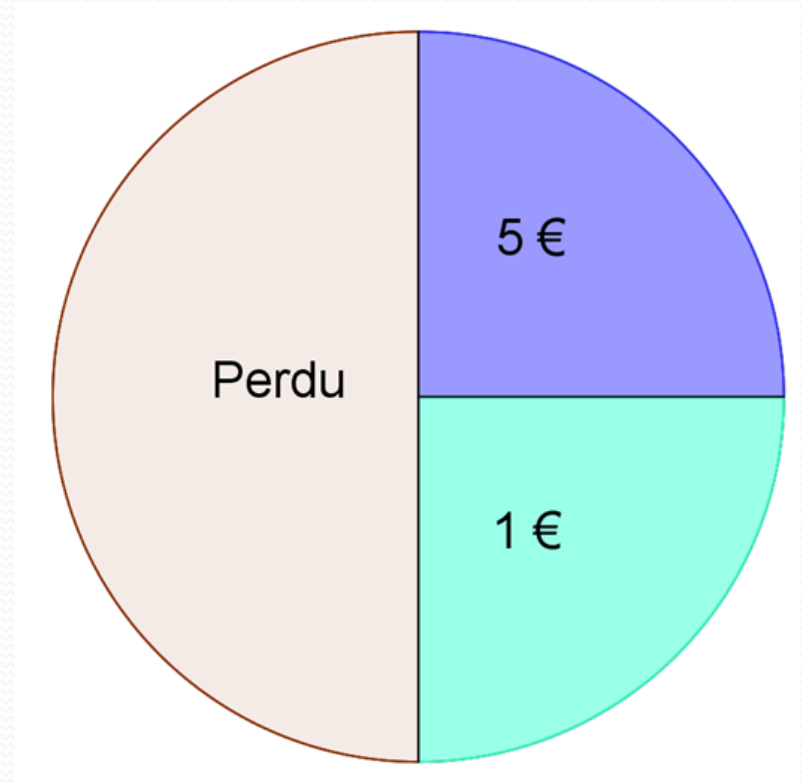
Dans chacun des cas suivants, on donne
la loi de probabilité d'une variable
aléatoire X .

Répondre à la question posée.

Question 6

Faites tourner la roue !

Déterminer le prix de participation pour que le jeu soit équitable.



Question 7

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,4	0,2	0,4

Calculer l'espérance $E(X)$
puis la variance $V(X)$

Question 8

On considère le programme suivant écrit en Python :

```
V_X=[0,1,2,3,4]
P_X=[0.1,0.2,0.3,0.2,0.2]
def Esp ( ) :
    E=0
    for i in range(len(V_X)):
        E= ...
    return E
```

Compléter la ligne pour que ce programme renvoie l'espérance de la variable aléatoire définie par V_X

Question 9

On considère le programme suivant écrit en Python :

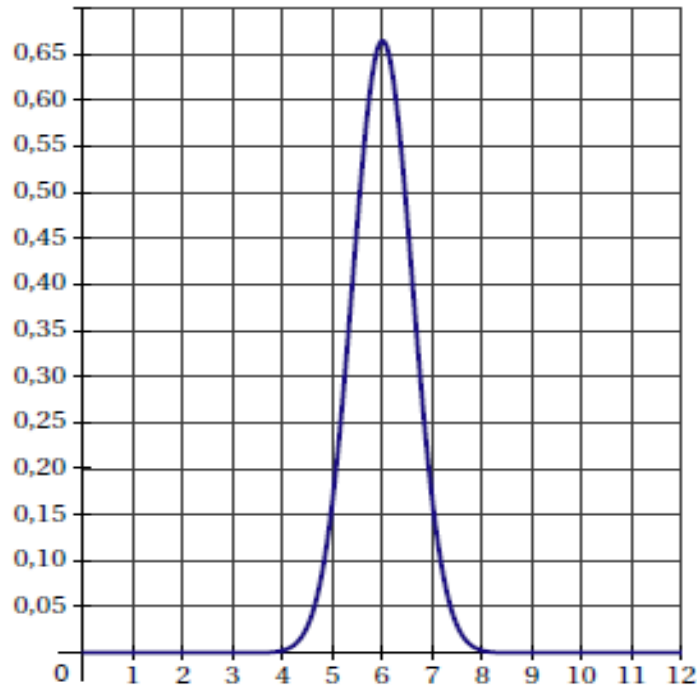
```
V_X=[0,1,2,3,4]
P_X=[0.1,0.2,0.3,0.2,0.2]
def Var ( ) :
    V=0
    for i in range(len(V_X)):
        V= ...
    return V
```

Compléter la ligne pour que ce programme renvoie la variance de la variable aléatoire définie par V_X , sachant que l'espérance est 2,6.

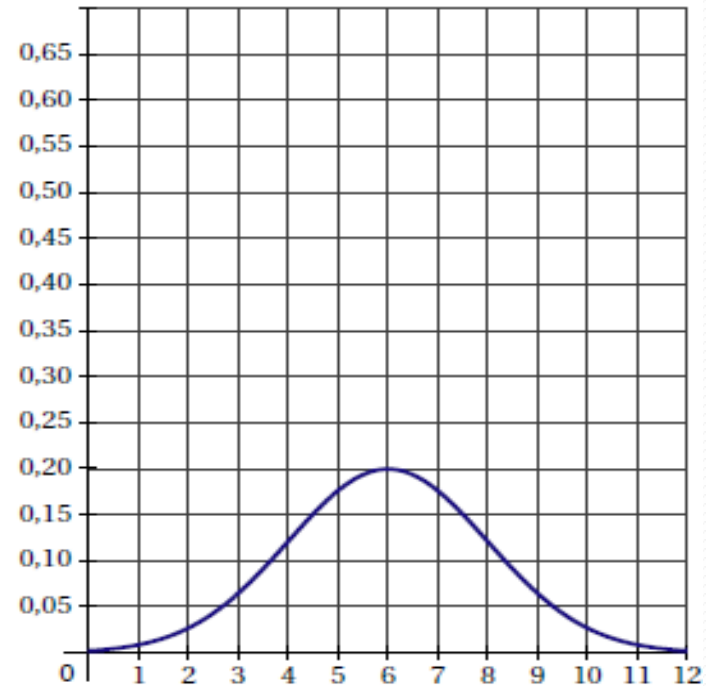
Question 10

On a représenté deux variables aléatoires X et Y .

X



Y



Comparer leurs espérances et leurs écarts-types

Correction

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Question 1

x_i	0	1	7
$P(X = x_i)$	0,4	0,2	0,4

Question 1

x_i	0	1	7
$P(X = x_i)$	0,4	0,2	0,4

$$E(X) = 0 \times 0,4 + 1 \times 0,2 + 7 \times 0,4$$

Question 1

x_i	0	1	7
$P(X = x_i)$	0,4	0,2	0,4

$$E(X) = 0 \times 0,4 + 1 \times 0,2 + 7 \times 0,4$$
$$E(X) = 3$$

Question 2

x_i	-1	0	3
$P(X = x_i)$	0,5	0,3	0,2

Question 2

x_i	-1	0	3
$P(X = x_i)$	0,5	0,3	0,2

$$E(X) = -1 \times 0,5 + 0 \times 0,3 + 3 \times 0,2$$

Question 2

x_i	-1	0	3
$P(X = x_i)$	0,5	0,3	0,2

$$E(X) = -1 \times 0,5 + 0 \times 0,3 + 3 \times 0,2$$

$$E(X) = 0,1$$

Question 3

x_i	-1	1	3
$P(X = x_i)$	0,5	0,3	0,2

Question 3

x_i	-1	1	3
$P(X = x_i)$	0,5	0,3	0,2

$$E(X) = -0,5 + 0,3 + 0,6$$

Question 3

x_i	-1	1	3
$P(X = x_i)$	0,5	0,3	0,2

$$E(X) = -0,5 + 0,3 + 0,6$$

$$E(X) = 0,4$$

Question 4

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Question 4

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{4} + 4 \times \frac{1}{4} = \frac{10}{4}$$

Question 5

x_i	-2	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

Question 5

x_i	-2	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

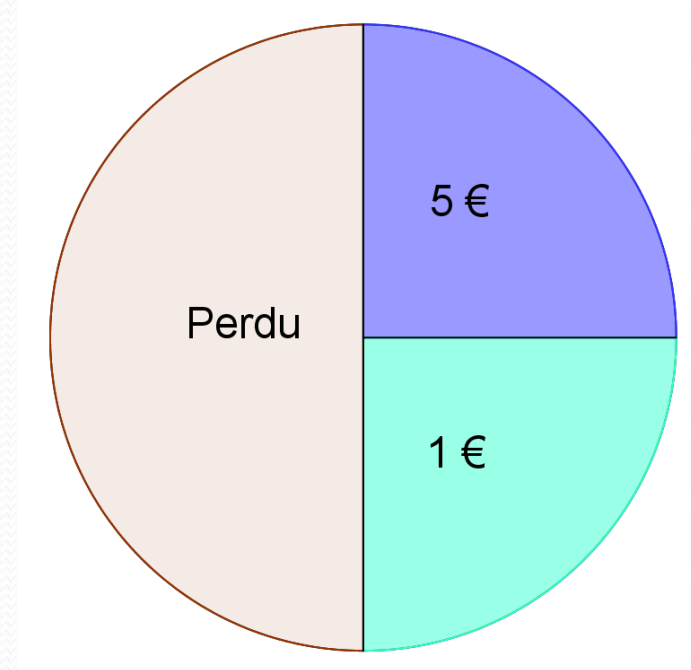
Question 5

x_i	-2	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

$$E(X) = \frac{1}{3}$$

Question 6

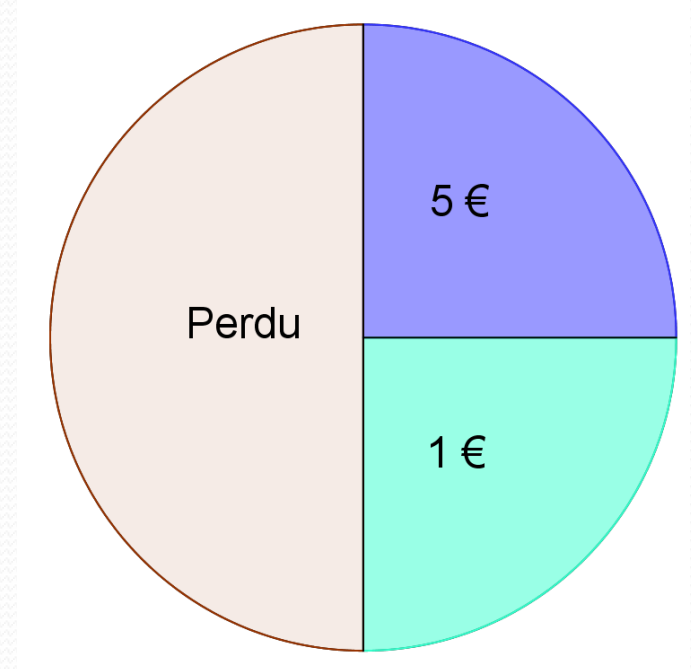
Déterminer le prix de participation pour que le jeu soit équitable.



Question 6

Déterminer le prix de participation pour que le jeu soit équitable.

Soit m la mise.



$$\frac{1}{4}(5 - m) + \frac{1}{4}(1 - m) + \frac{1}{2}(-m) = 0$$

Question 6

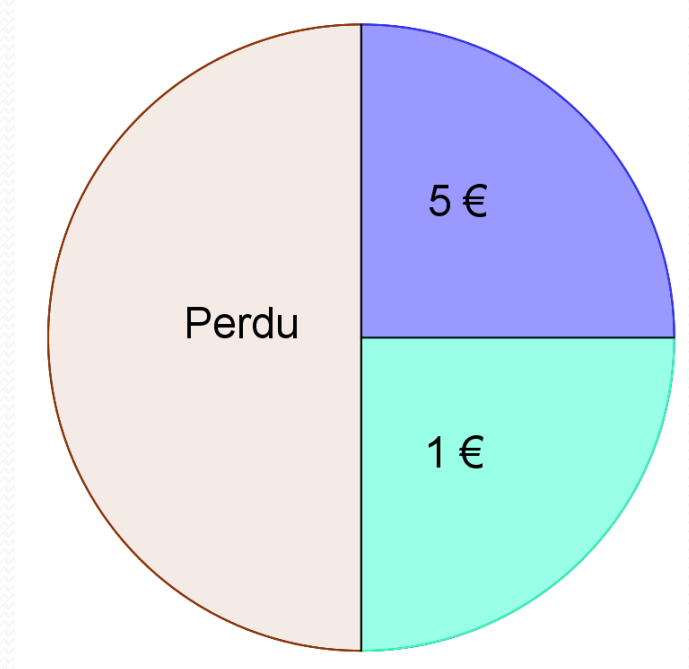
Déterminer le prix de participation pour que le jeu soit équitable.

Soit m la mise.

$$\frac{1}{4}(5 - m) + \frac{1}{4}(1 - m) + \frac{1}{2}(-m) = 0$$

Donc $m = 1,5$

La mise doit être de 1€50.



Question 7

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,4	0,2	0,4

Question 7

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,4	0,2	0,4

$$E(X) = 0,2 + 0,8 = 1$$

Question 7

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,4	0,2	0,4

$$E(X) = 0,2 + 0,8 = 1$$

$$V(X) = 0,4 \times (0 - 1)^2 + 0,2 \times 0^2 + 0,4 \times (2 - 1)^2$$

Question 7

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,4	0,2	0,4

$$E(X) = 0,2 + 0,8 = 1$$

$$V(X) = 0,4 \times (0 - 1)^2 + 0,2 \times 0^2 + 0,4 \times (2 - 1)^2$$

$$V(X) = 0,8$$

Question 8

On considère le programme suivant écrit en Python :

```
V_X=[0,1,2,3,4]
P_X=[0.1,0.2,0.3,0.2,0.2]
def Esp ( ) :
    E=0
    for i in range(len(V_X)):
        E= ...
    return E
```

Compléter la ligne pour que ce programme renvoie l'espérance de la variable aléatoire définie par V_X

Question 8

On considère le programme suivant écrit en Python :

```
V_X=[0,1,2,3,4]
P_X=[0.1,0.2,0.3,0.2,0.2]
def Esp( ) :
    E=0
    for i in range(len(V_X)):
        E= E+P_X[i] × V_X[i]
    return E
```

Compléter la ligne pour que ce programme renvoie l'espérance de la variable aléatoire définie par V_X

Question 9

On considère le programme suivant écrit en Python :

```
V_X=[0,1,2,3,4]
P_X=[0.1,0.2,0.3,0.2,0.2]
def Var ( ) :
    V=0
    for i in range(len(V_X)):
        V= ...
    return V
```

Compléter la ligne pour que ce programme renvoie la variance de la variable aléatoire définie par V_X , sachant que l'espérance est 2,6.

Question 9

On considère le programme suivant écrit en Python :

```
V_X=[0,1,2,3,4]
```

```
P_X=[0.1,0.2,0.3,0.2,0.2]
```

```
def Var ( ) :
```

```
    V=0
```

```
    for i in range(len(V_X)):
```

```
        V= V + P_X[i] × (V_X[i] − 2,6) ** 2
```

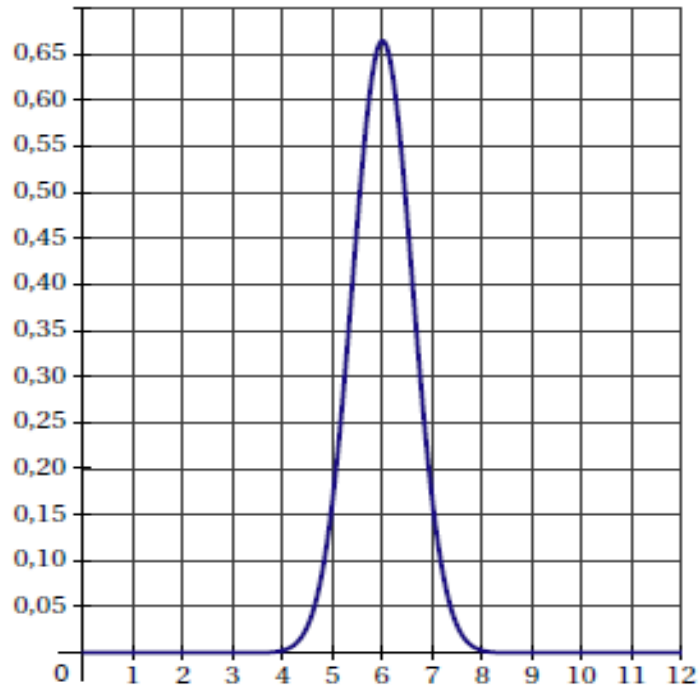
```
    return V
```

Compléter la ligne pour que ce programme renvoie la variance de la variable aléatoire définie par V_X , sachant que l'espérance est 2,6.

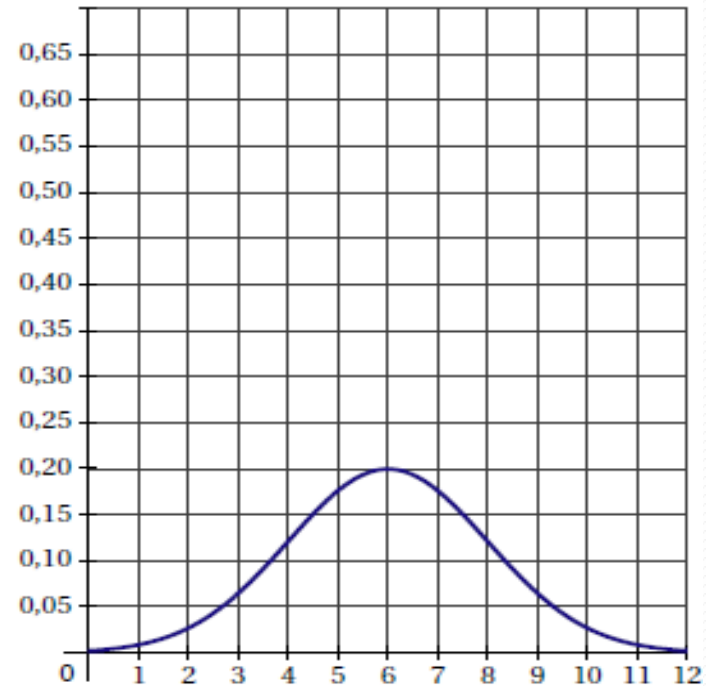
Question 10

On a représenté deux variables aléatoires X et Y .

X



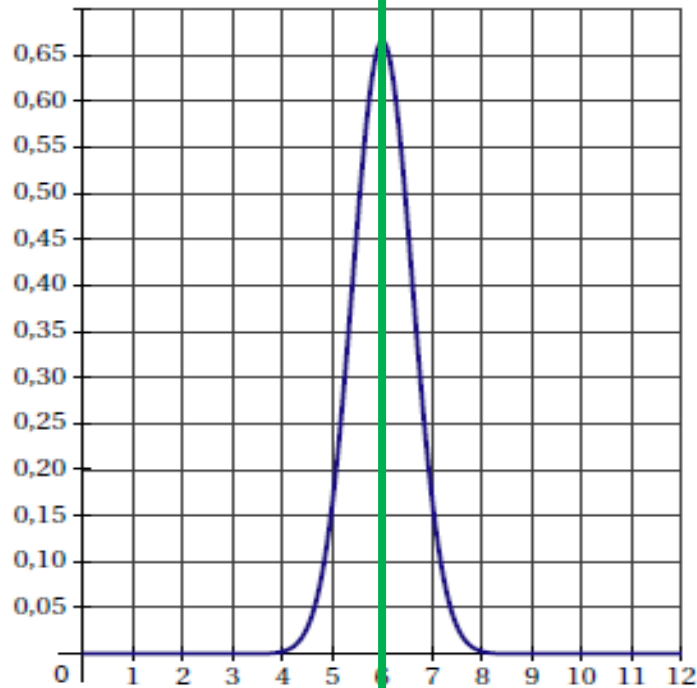
Y



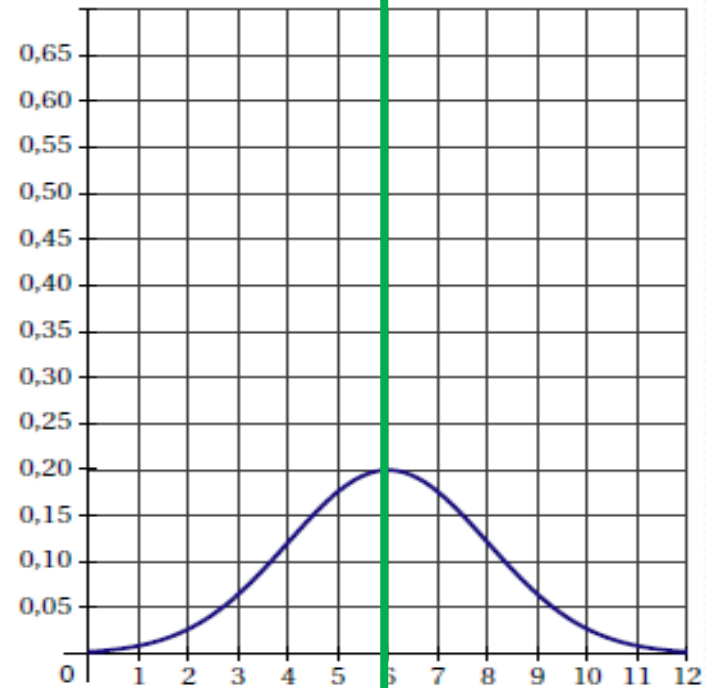
Question 10

On a représenté deux variables aléatoires X et Y .

X



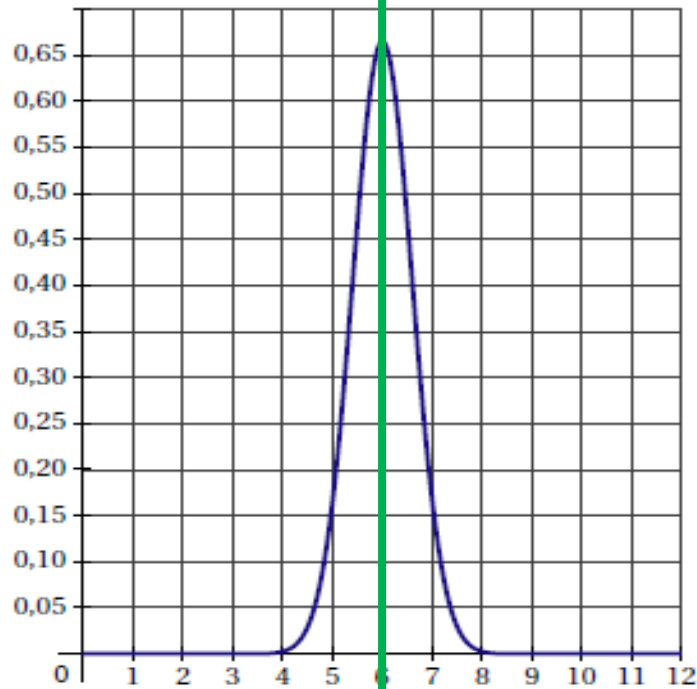
Y



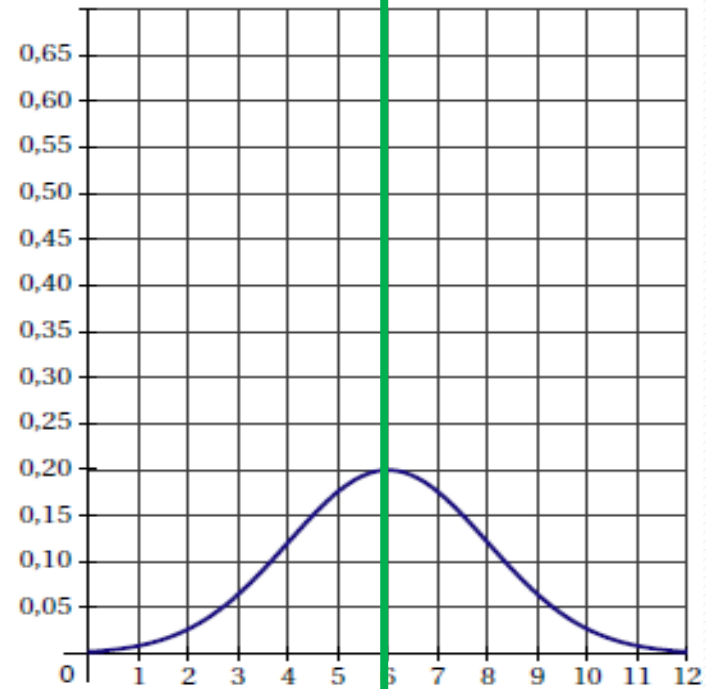
Question 10

On a représenté deux variables aléatoires X et Y.

X



Y

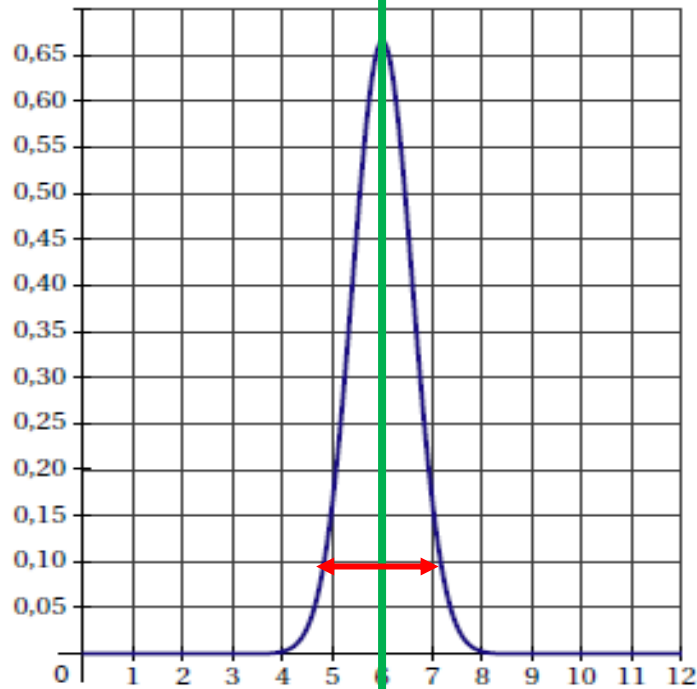


Espérances : $E(X)=E(Y)=6$

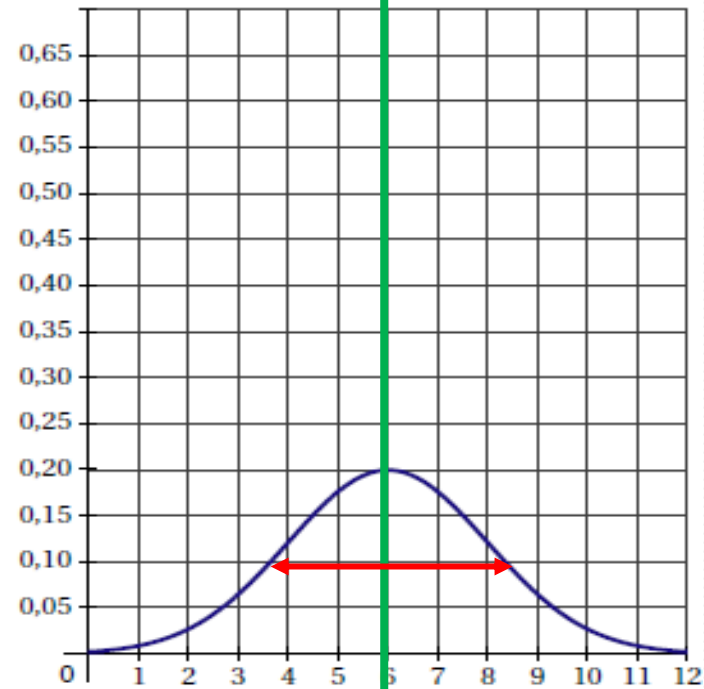
Question 10

On a représenté deux variables aléatoires X et Y.

X



Y

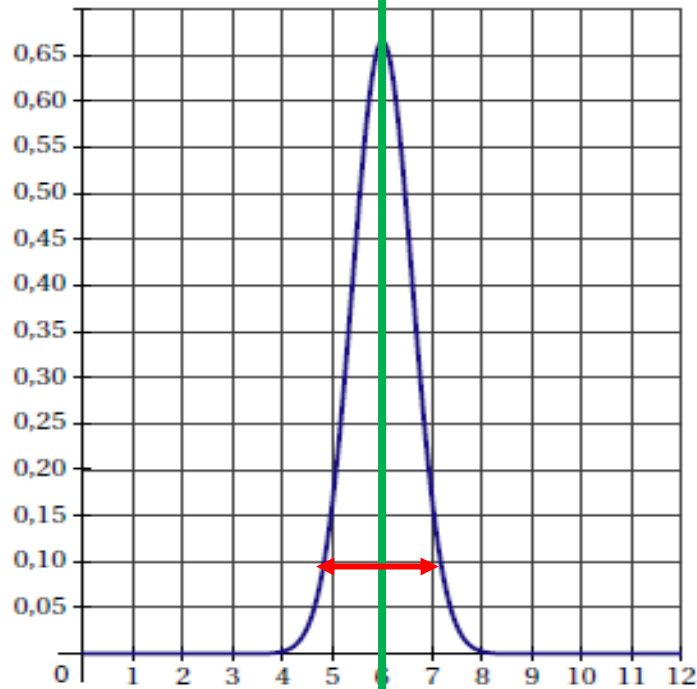


Espérances : $E(X)=E(Y)=6$

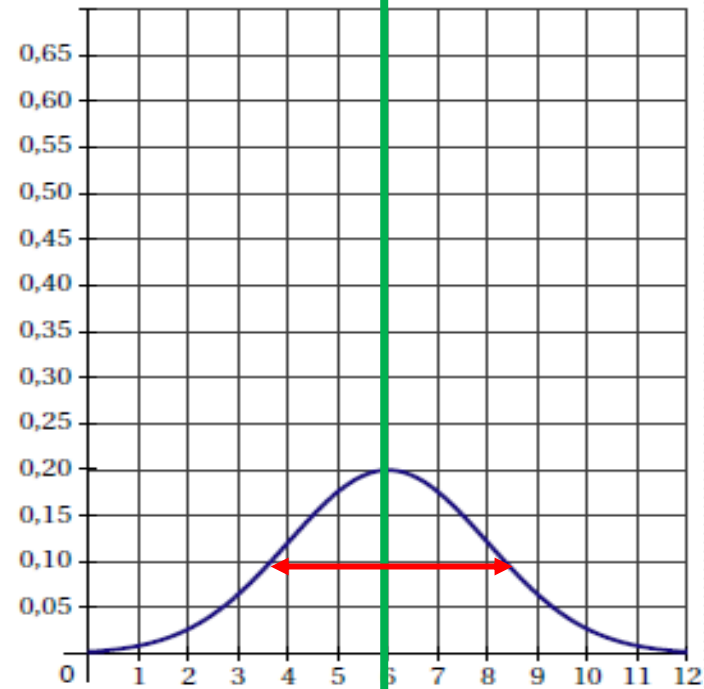
Question 10

On a représenté deux variables aléatoires X et Y .

X



Y



Espérances : $E(X) = E(Y) = 6$

Écart-types : $\sigma(X) < \sigma(Y)$

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand