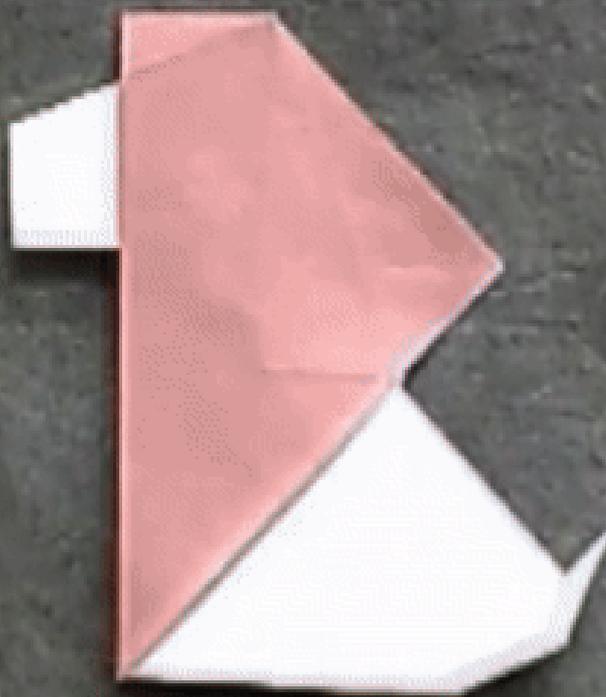


# Journée Régionale de Lyon

Samedi 6 avril 2024



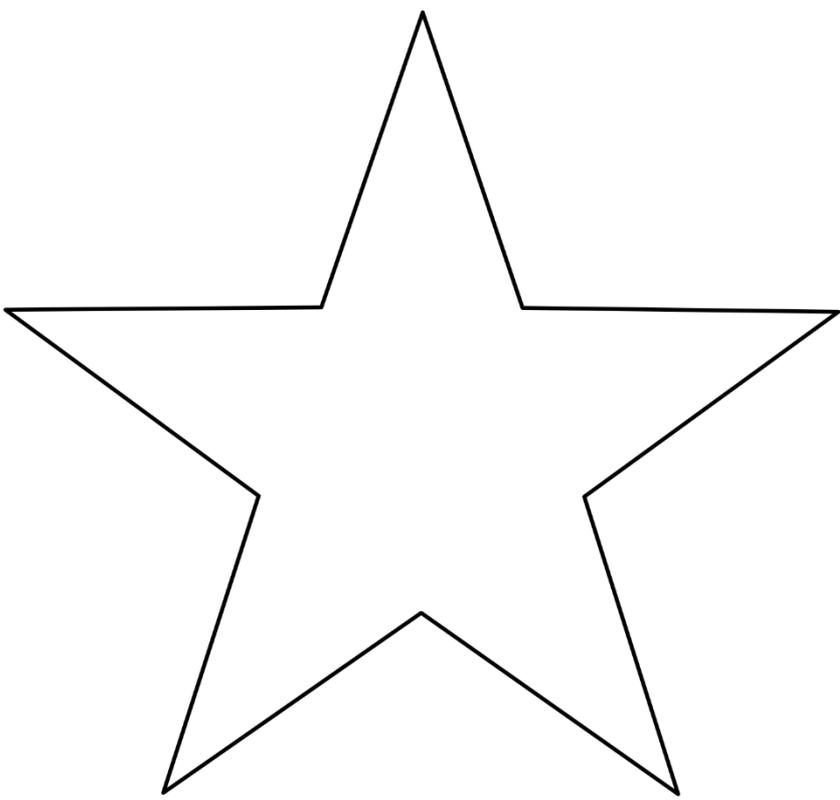
Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

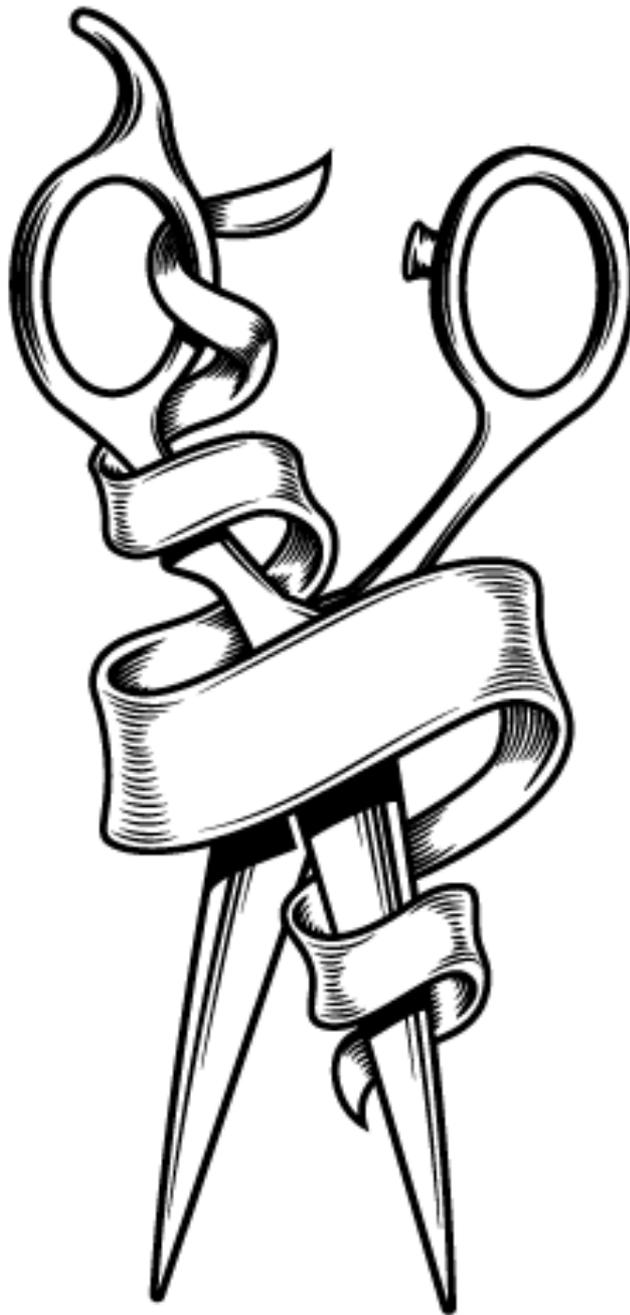




Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

Combien de coup de ciseaux sont nécessaires pour découper cette étoile ?





# Partie 1

## Fold and Cut

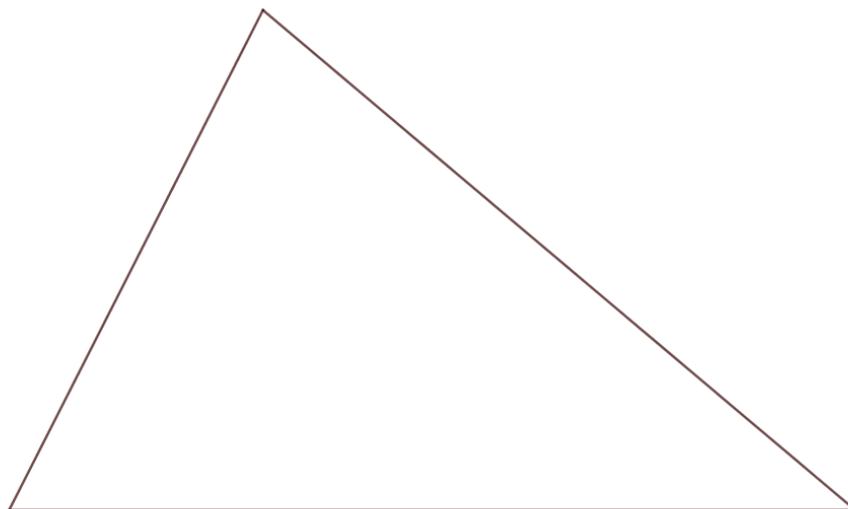
Peut-on faire la même chose avec des triangles ?

En dépliant le modèle essayer de nommer ou de décrire les lignes géométriques que vous avez créées.

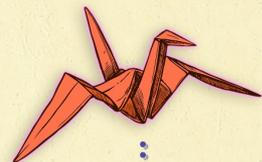


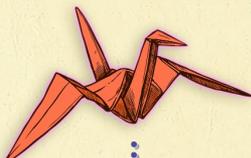
Peut-on faire la même chose avec des triangles ?

En dépliant le modèle essayer de nommer ou de décrire les lignes géométriques que vous avez créées.



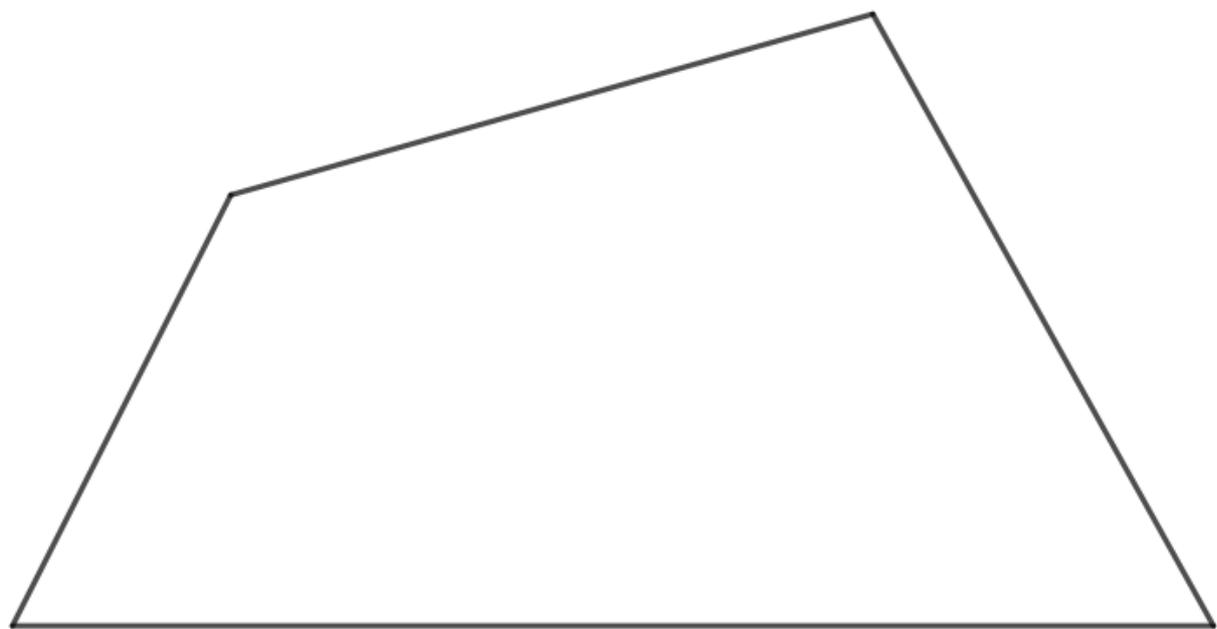
Sur le concours des bissectrices à l'intérieur du triangle voir [Daniel Perrin](#)





Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

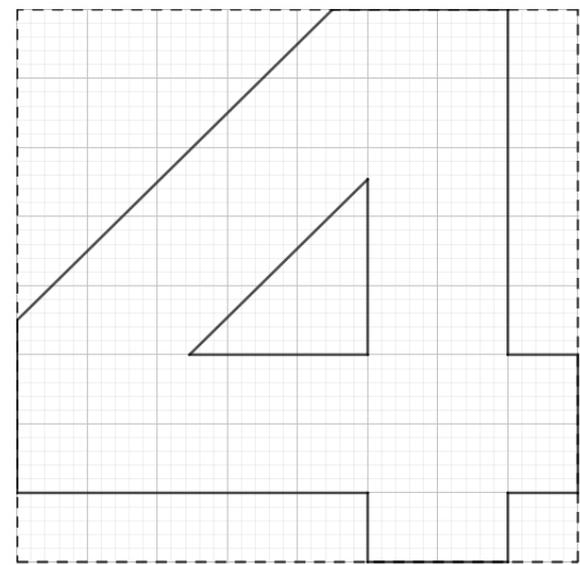
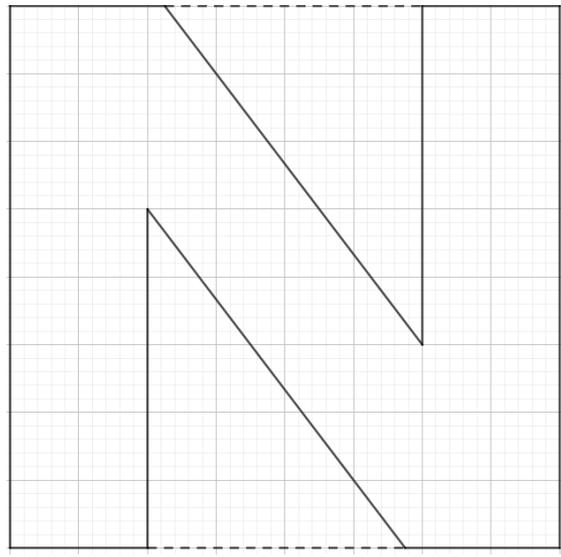
Peut-on faire la même chose avec n'importe quel quadrilatère?

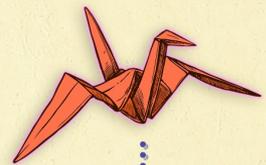




Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

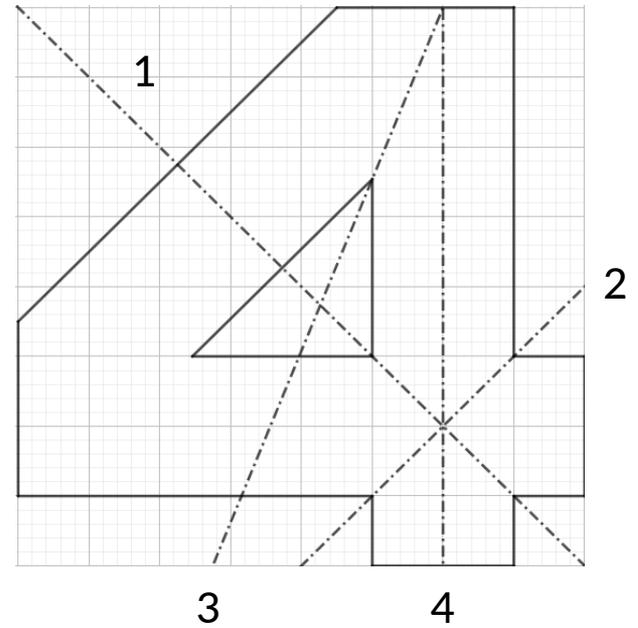
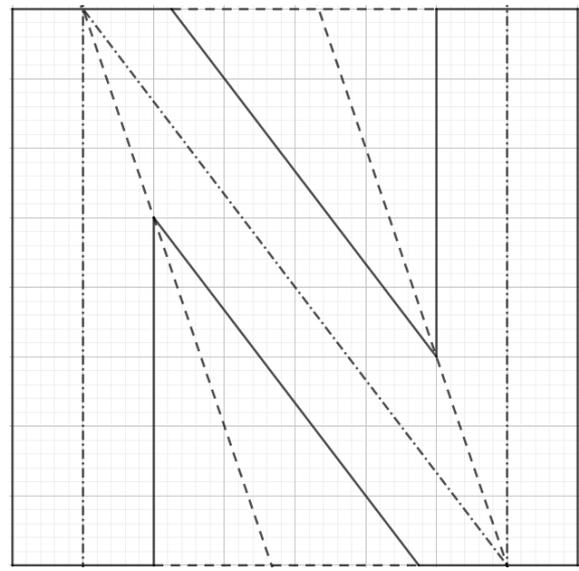
Peut-on faire la même chose avec n'importe quel polygone ?

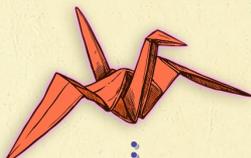




Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

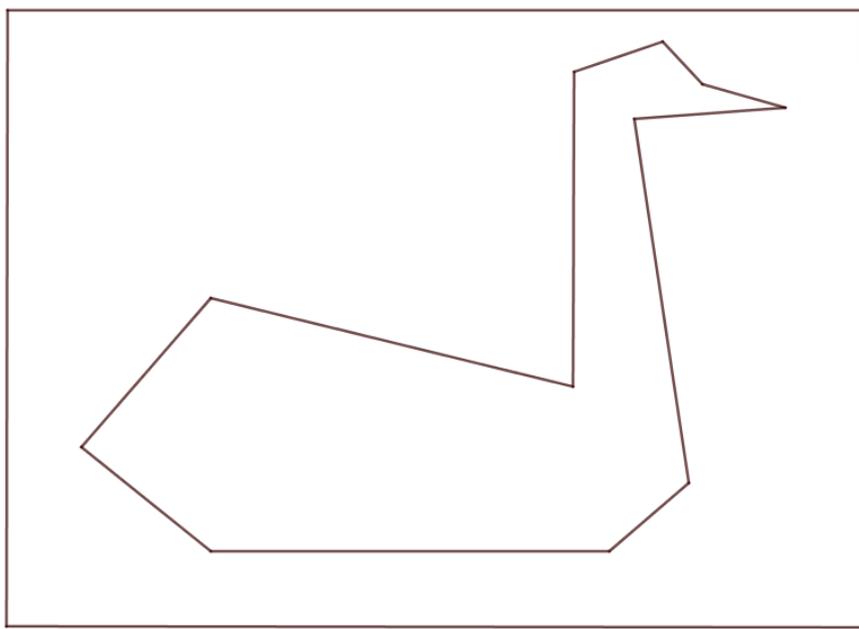
Peut-on faire la même chose avec d'autres polygones ?





Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

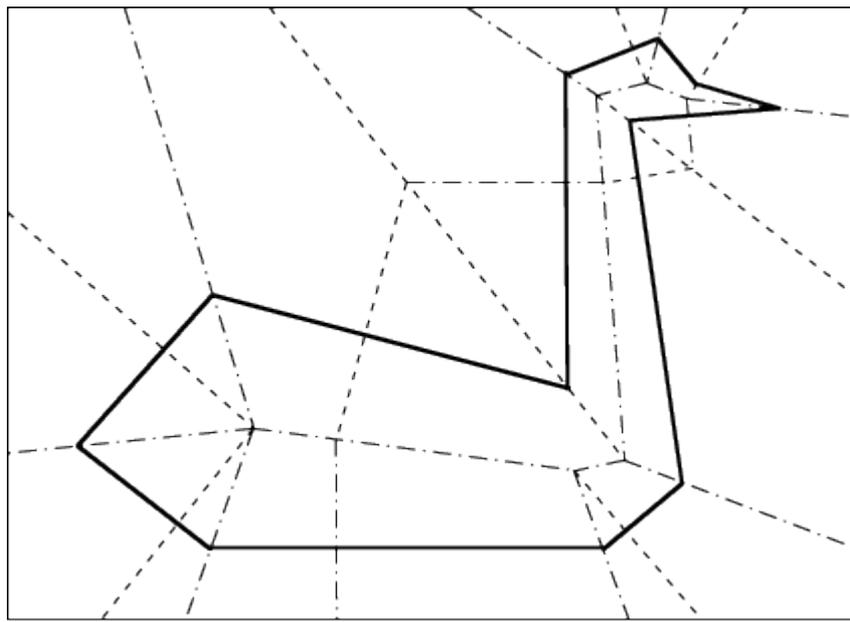
Peut-on faire la même chose avec n'importe quel polygone ?





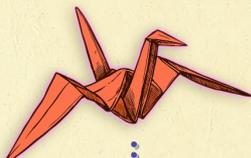
Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

Peut-on faire la même chose avec n'importe quel polygone ?



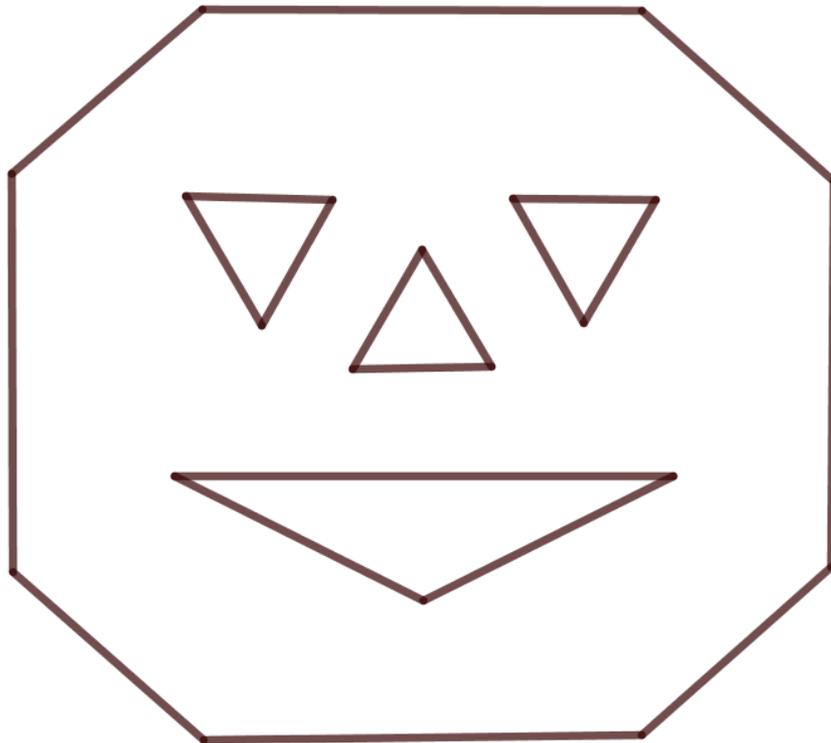
OUI

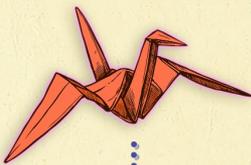




Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

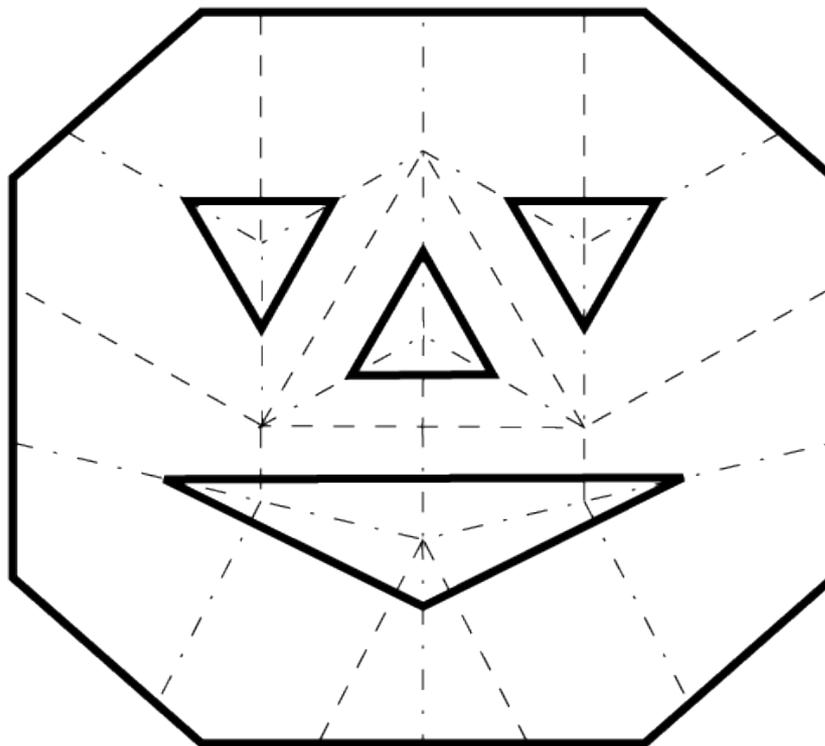
Peut-on faire la même chose avec plusieurs polygones ?



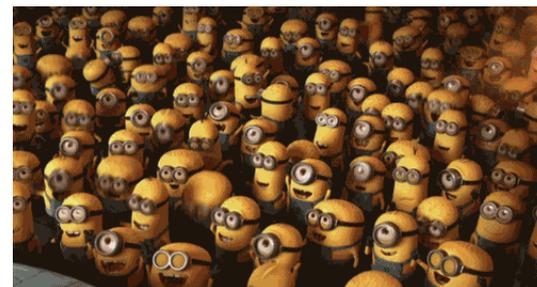


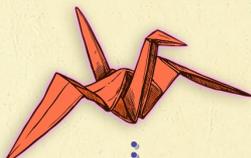
Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

Peut-on faire la même chose avec plusieurs polygones ?



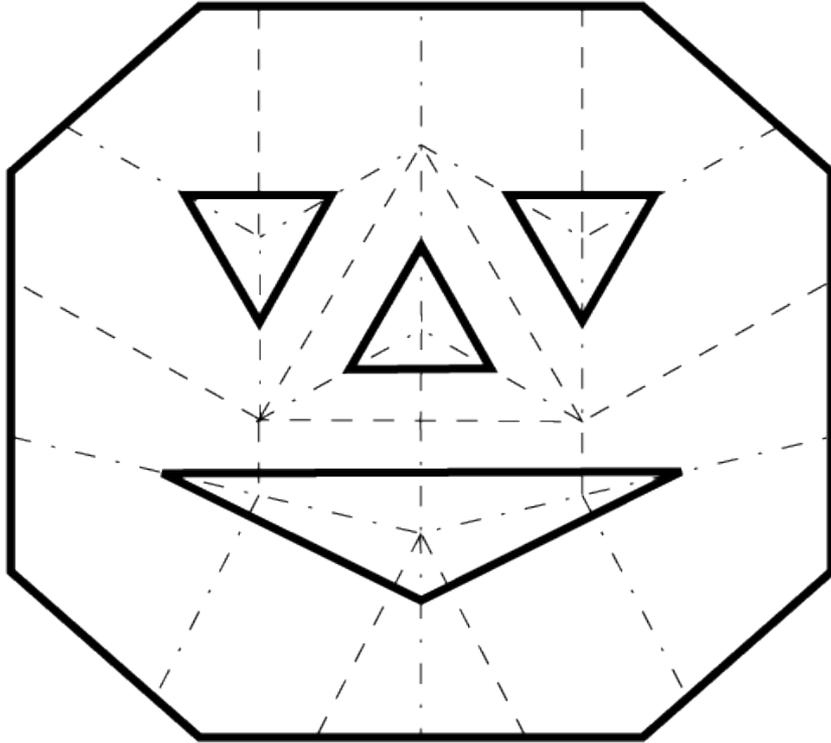
OUI encore





Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

Peut-on faire la même chose avec plusieurs polygones ?

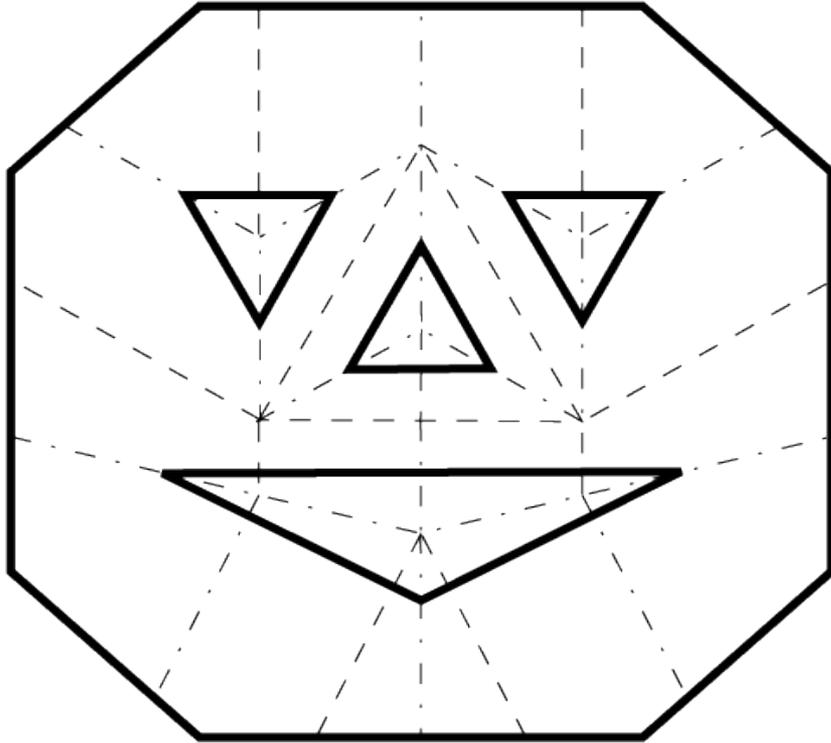


C'est le Fold and Cut Theorem !



Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

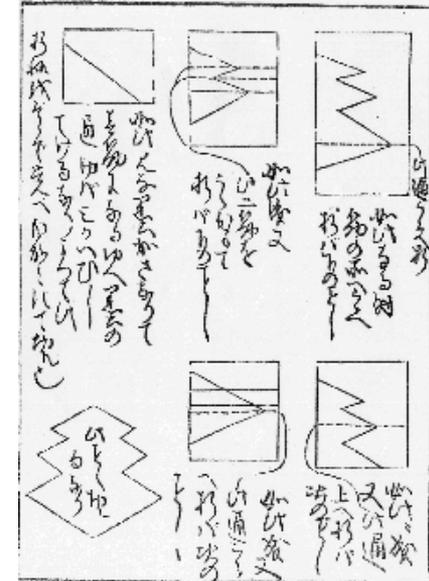
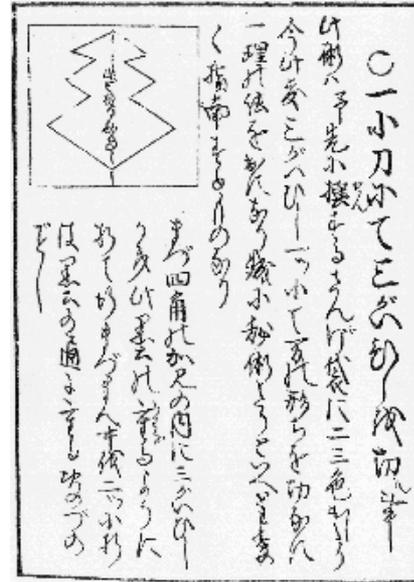
Peut-on faire la même chose avec plusieurs polygones ?



C'est le Fold and Cut Theorem !

# Fold and Cut Theorem

Première apparition connue 1721  
Wakoku Chiyekurabe de Kan Chu Sen



Formalisation du problème 1960 par Martin Gardner

# Fold and Cut Theorem

## Deux démonstrations

1998 Méthode du squelette de forme

Erik Demaine, Martin Demaine, et Anna Lubiw.



1998 Méthode du disk packing ou circle packing

Marshall Bern, David Eppstein, Erik Demaine et Barry Hayes



# Fold and Cut Theorem

Ressources

Erik Demaine



[Page de Erik Demaine](#)

[Page sur le fold and cut theorem](#)

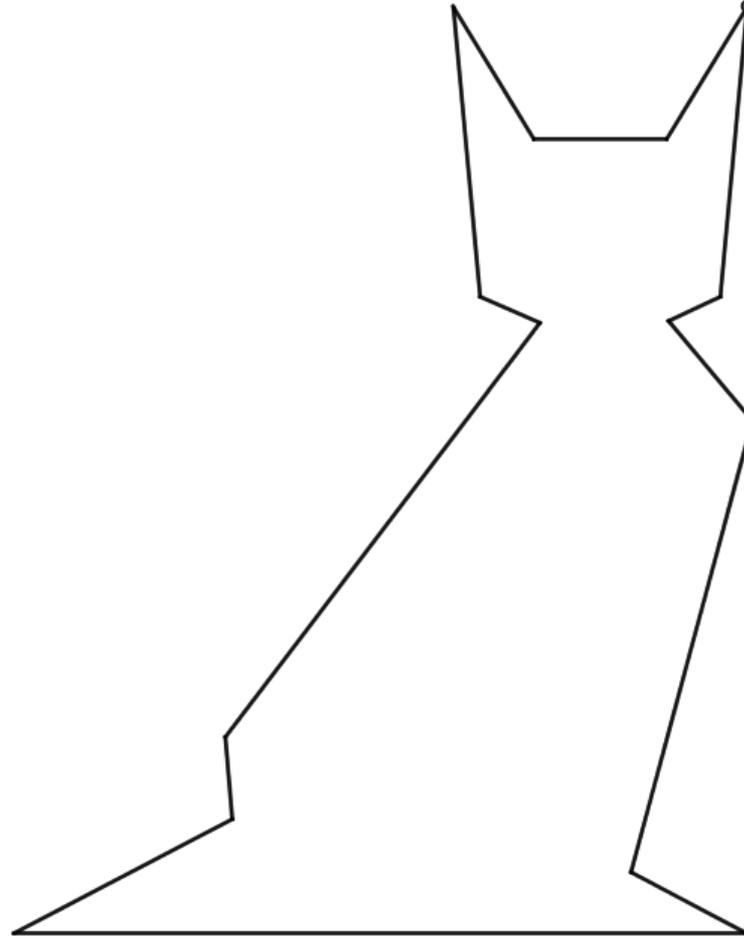
[Cours sur le fold and cut theorem](#)

Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

Fold and Cut

Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024

# Fold and Cut Theorem



Méthode du squelette de forme

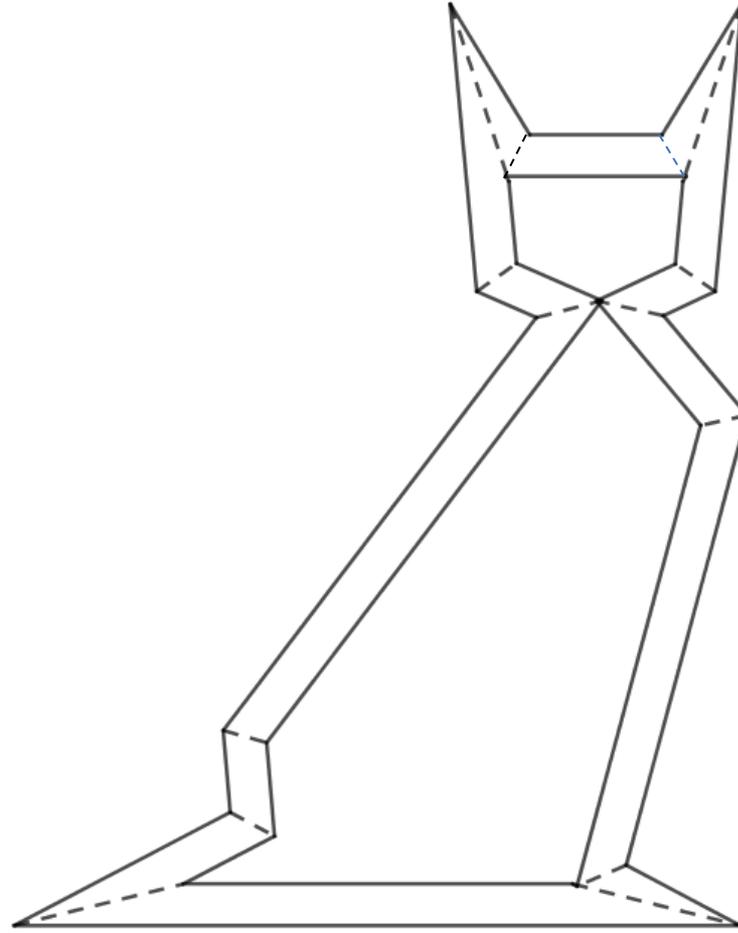
Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

Fold and Cut

Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024



# Fold and Cut Theorem

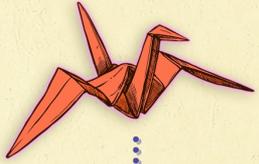


Méthode du squelette de forme

Fold and Cut

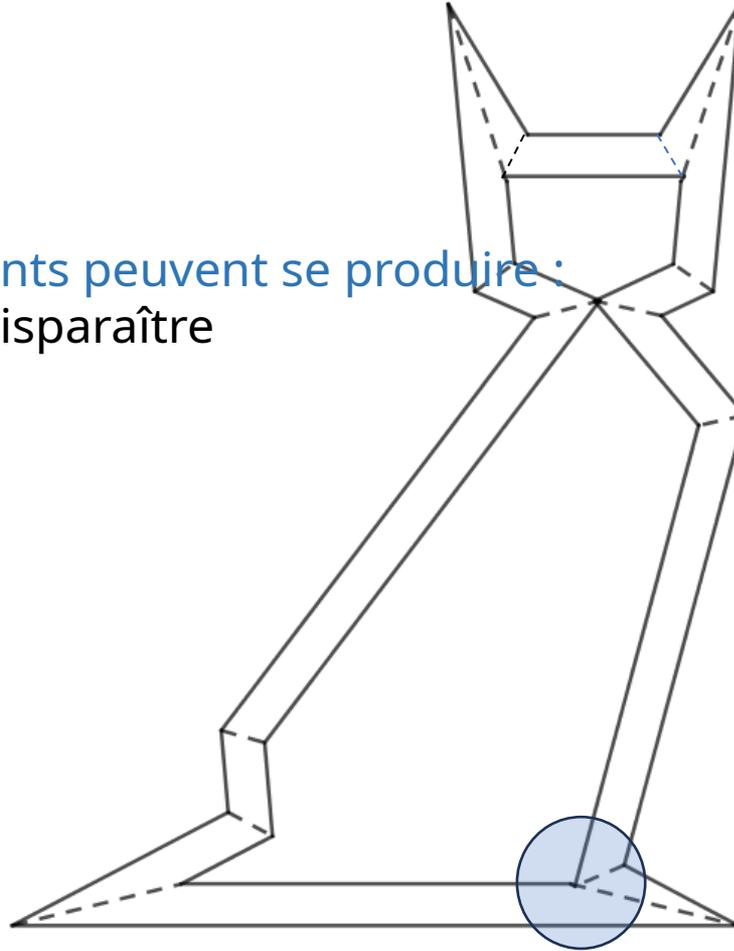
Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024

Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...



# Fold and Cut Theorem

Trois évènements peuvent se produire :  
un côté peut disparaître

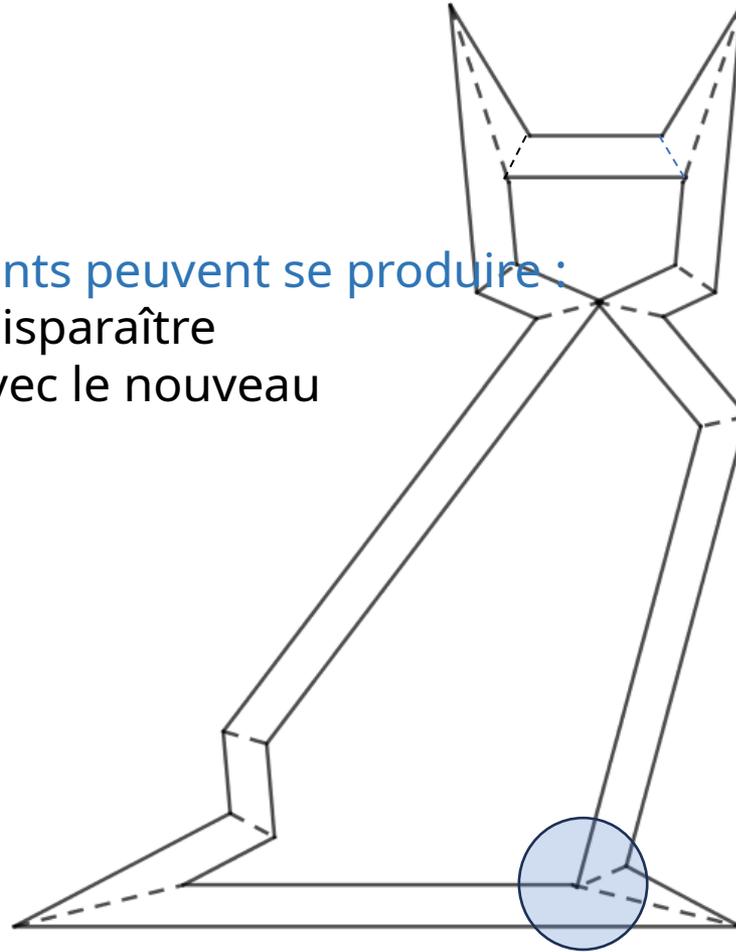


Méthode du squelette de forme

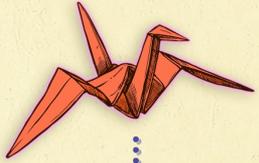
Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

# Fold and Cut Theorem

Trois évènements peuvent se produire :  
un côté peut disparaître  
on continue avec le nouveau  
polygone

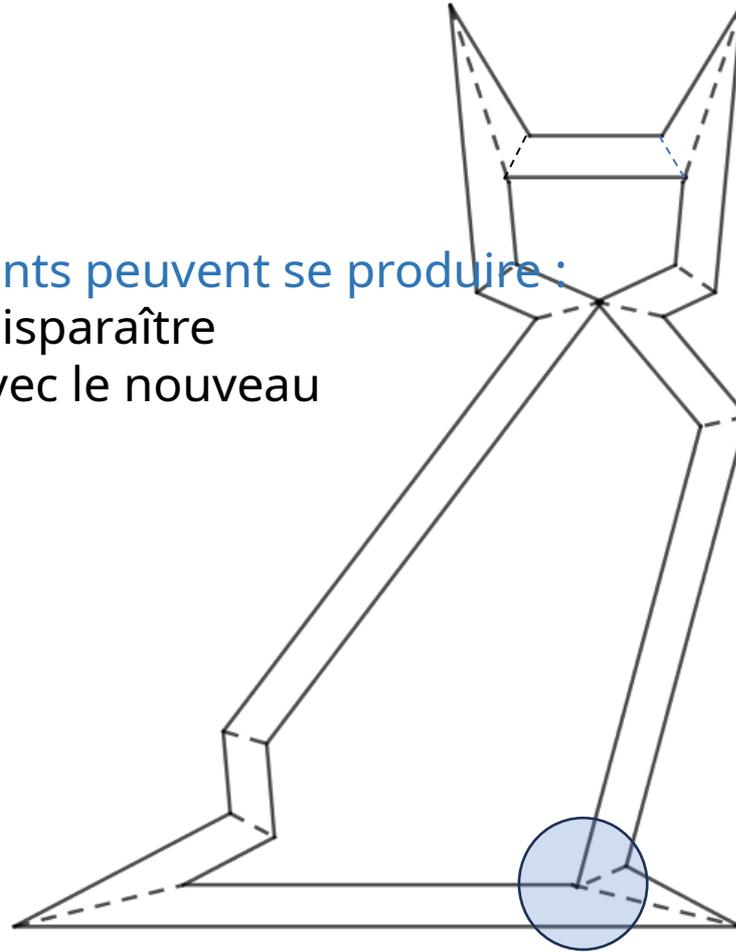


Méthode du squelette de forme

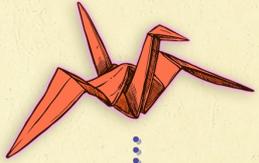


# Fold and Cut Theorem

Trois évènements peuvent se produire :  
un côté peut disparaître  
on continue avec le nouveau  
polygone



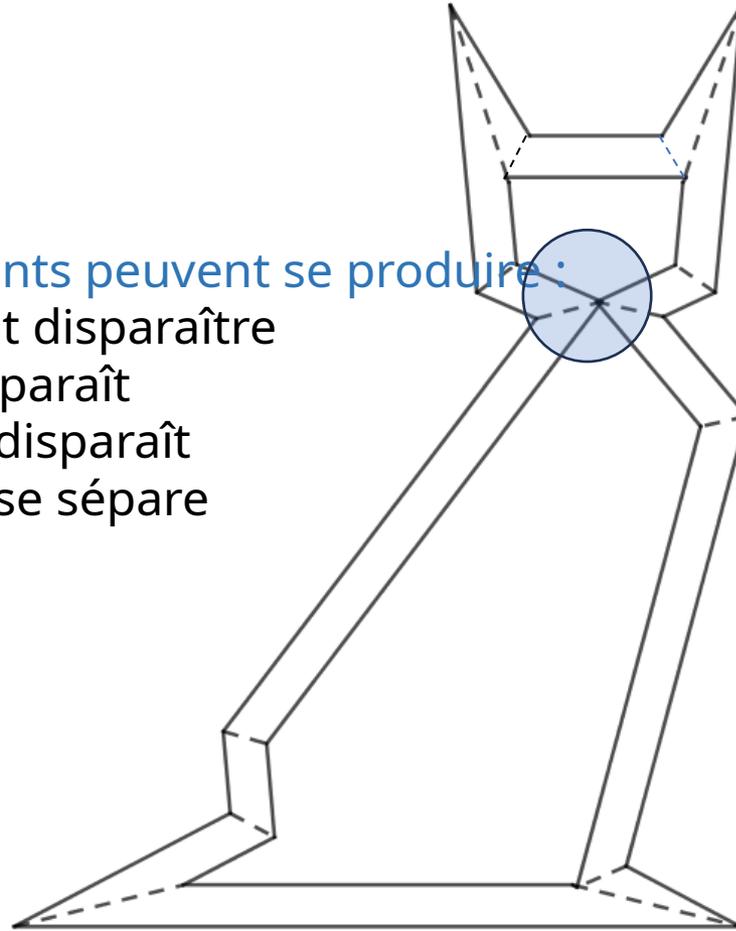
Méthode du squelette de forme



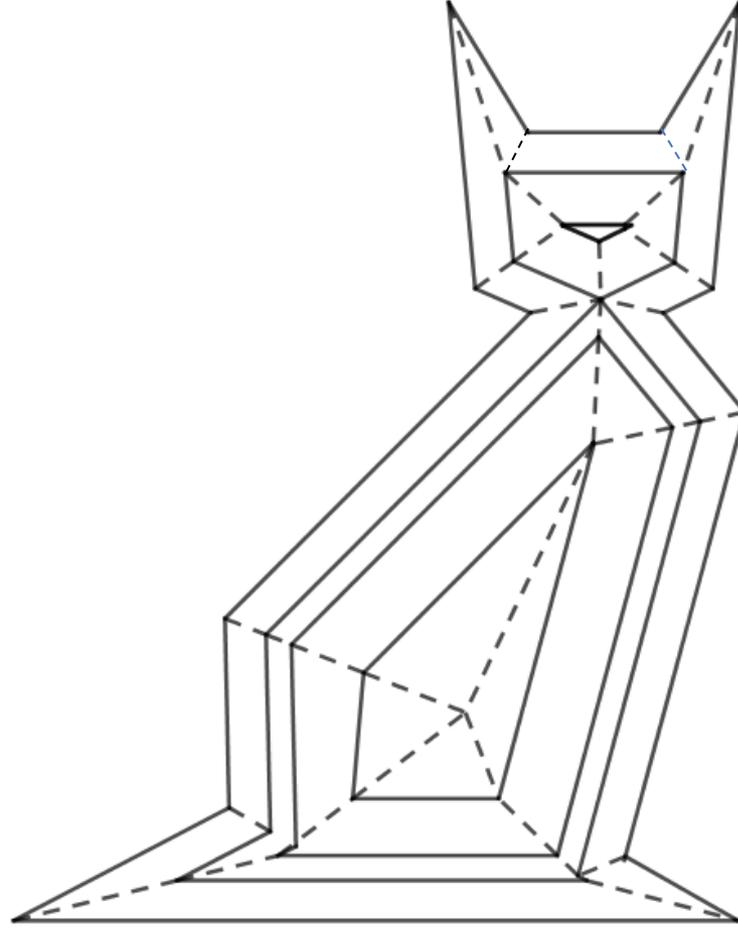
# Fold and Cut Theorem

Trois évènements peuvent se produire :

- un côté peut disparaître
- une région disparaît
- une région se sépare en 2



# Fold and Cut Theorem

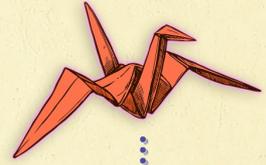


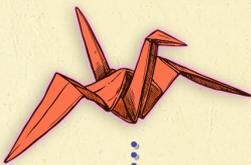
Méthode du squelette de forme

Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

Fold and Cut

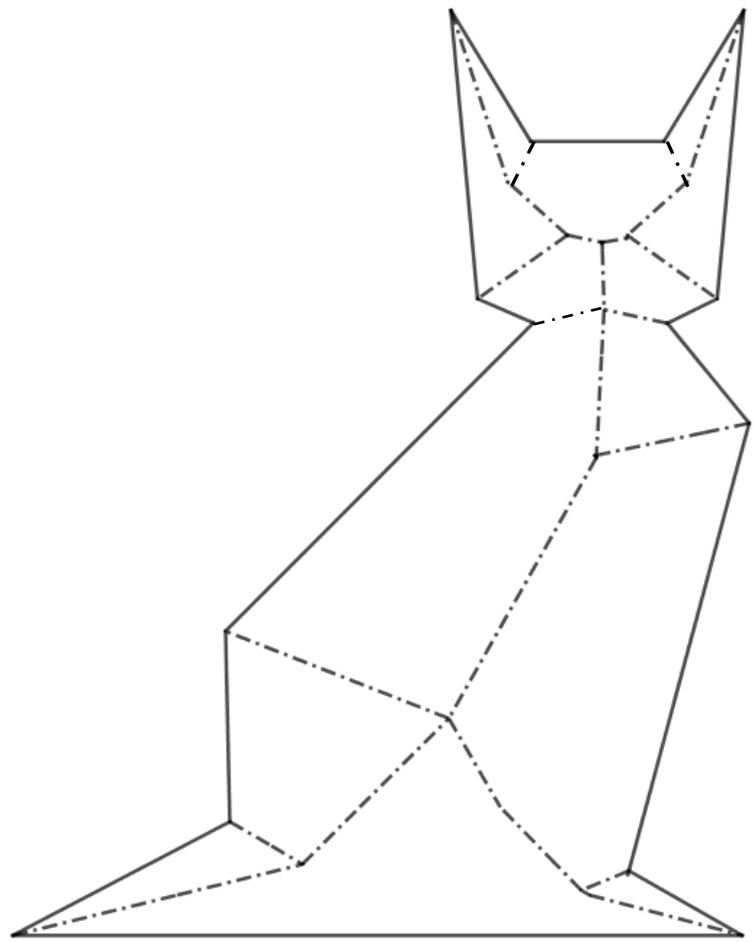
Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024





Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

# Fold and Cut Theorem

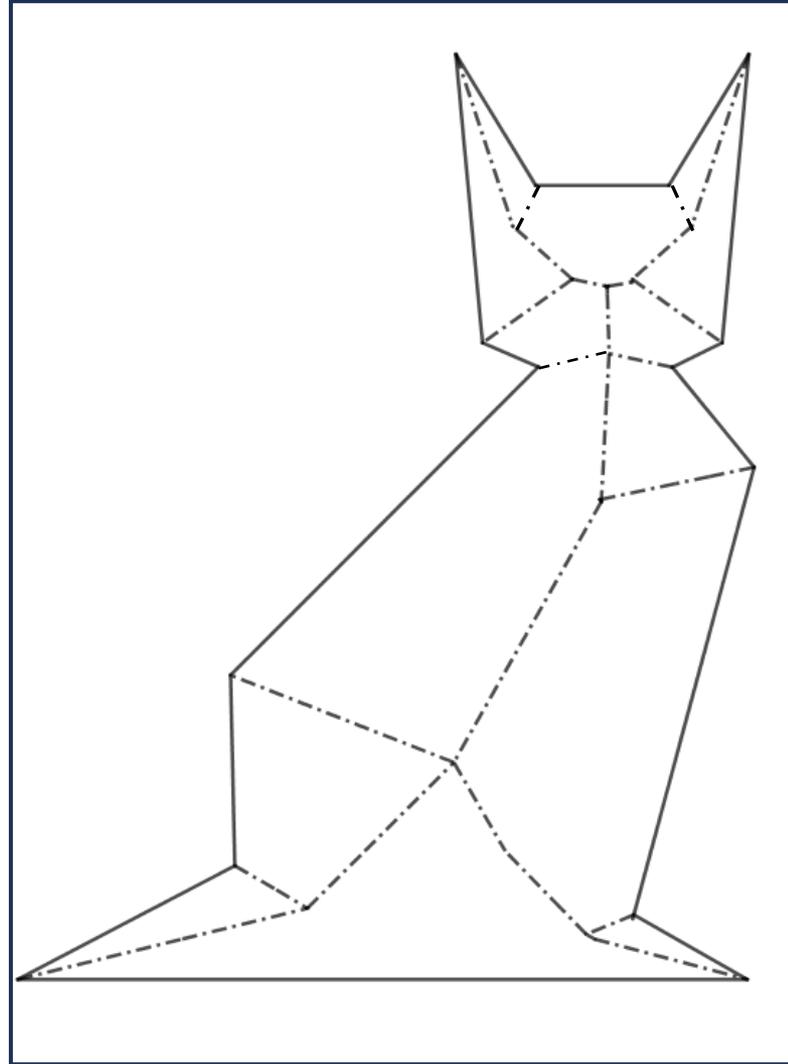


Fold and Cut

Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024

Méthode du squelette de forme

# Fold and Cut Theorem

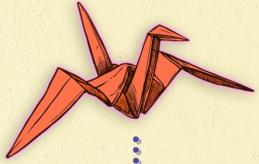


Méthode du squelette de forme

Fold and Cut

Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024

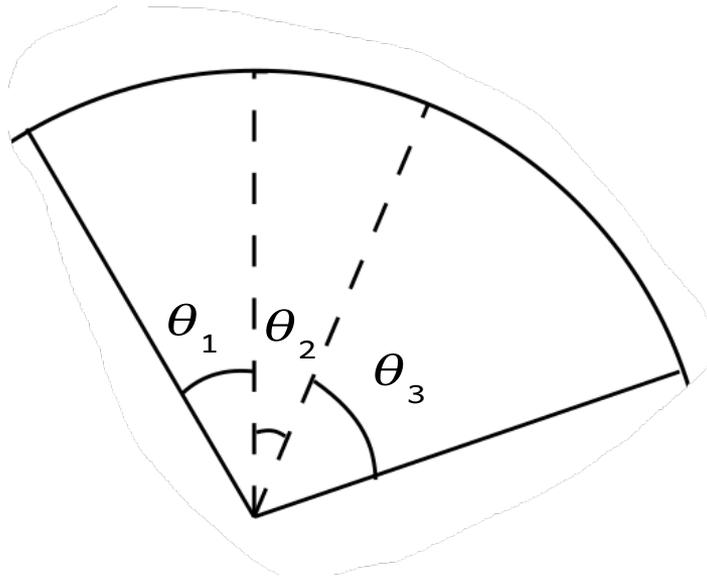
Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...



# Fold and Cut Theorem

## Théorème de l'angle plus petit que ses deux voisins

Pour tous les angles au sommet de ces canevas, les plis définissant un angle plus petit que ses deux angles adjacents ne peuvent pas être de la même nature



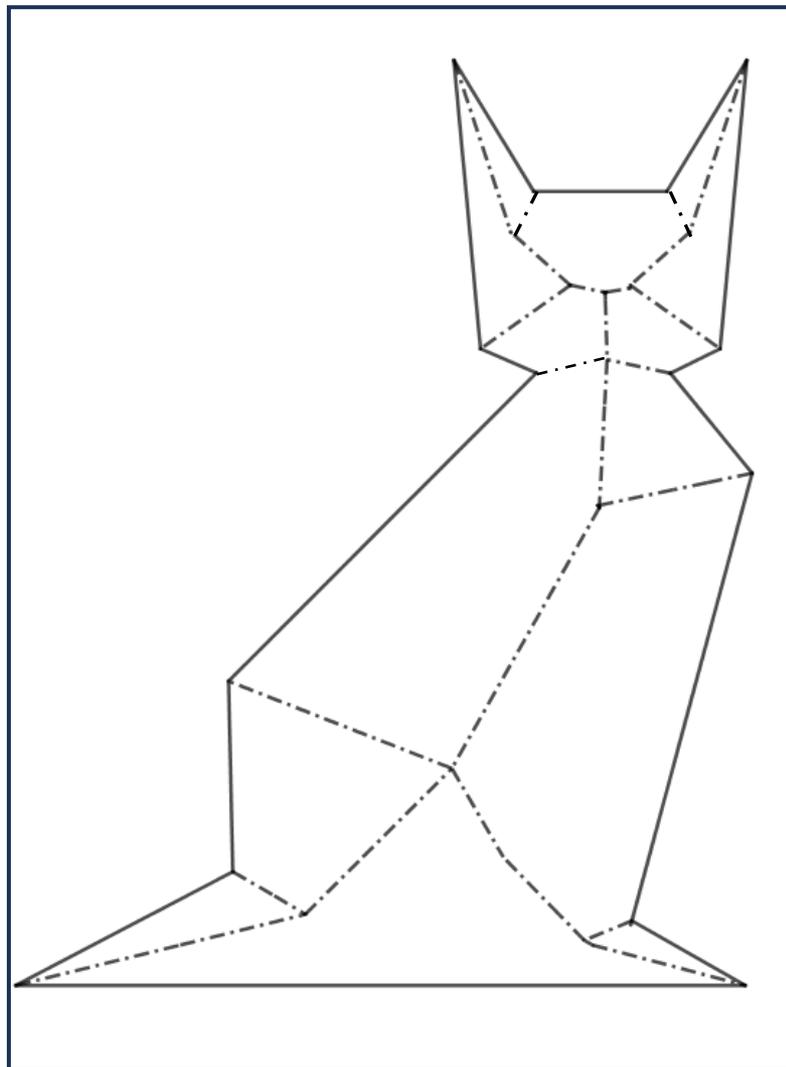
### Condition de Justin

Les plis ne peuvent pas s'intersecter

Méthode du squelette de forme

Et maintenant vers l'extérieur !

## Fold and Cut Theorem

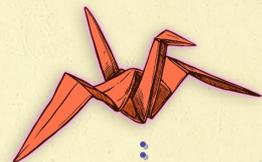


Méthode du squelette de forme

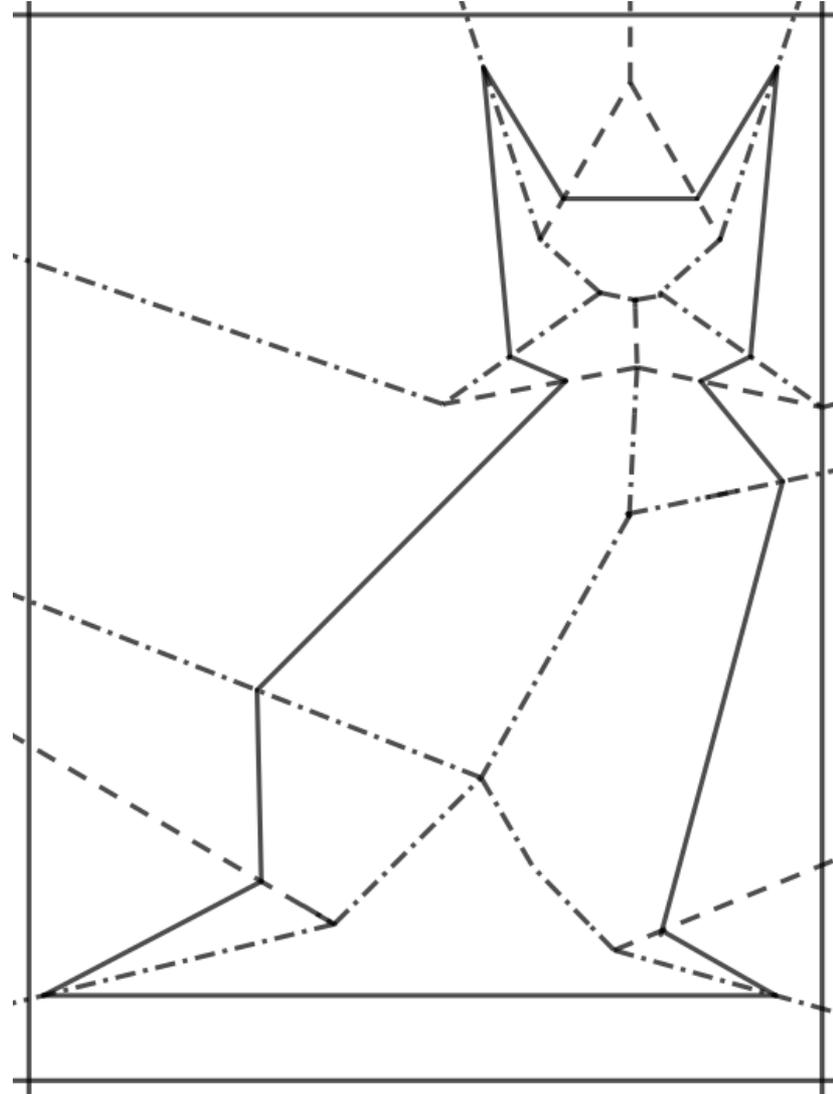
Fold and Cut

Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024

Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...



# Fold and Cut Theorem

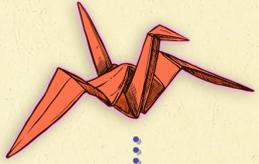


Méthode du squelette de forme

Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

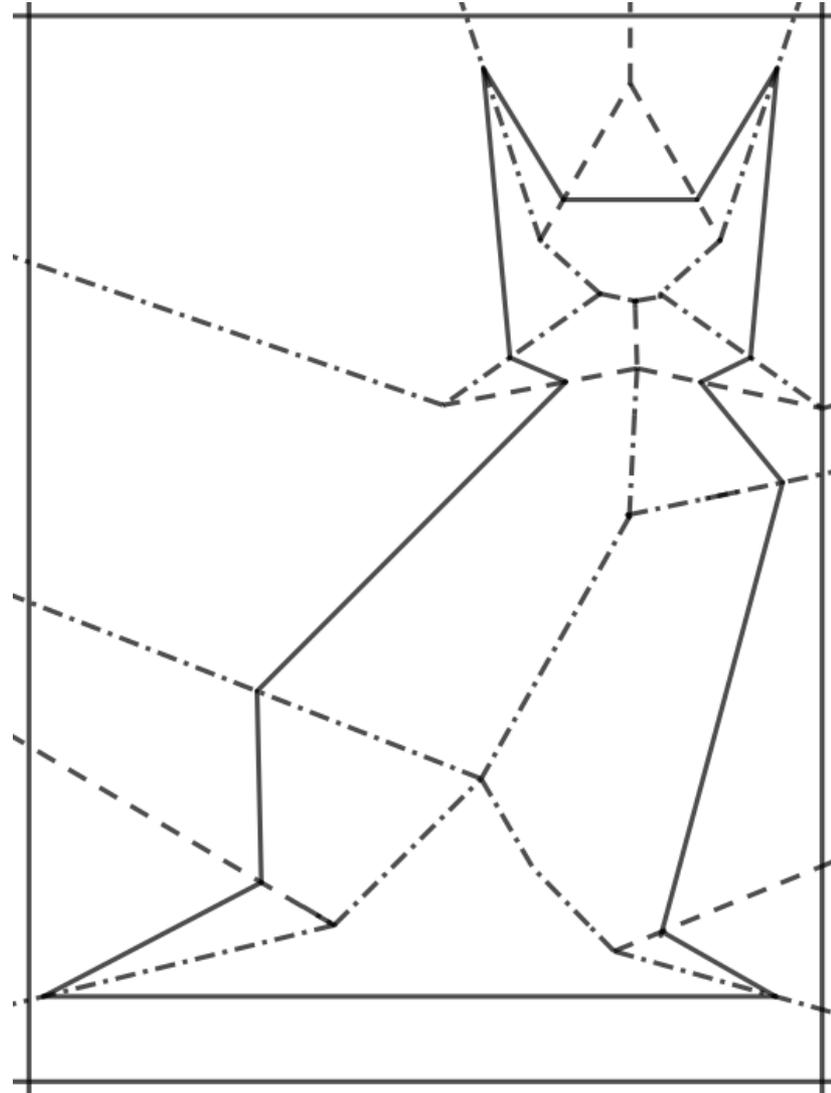
Fold and Cut

Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024



# Fold and Cut Theorem

Mais on ne peut pas le plier à plat !

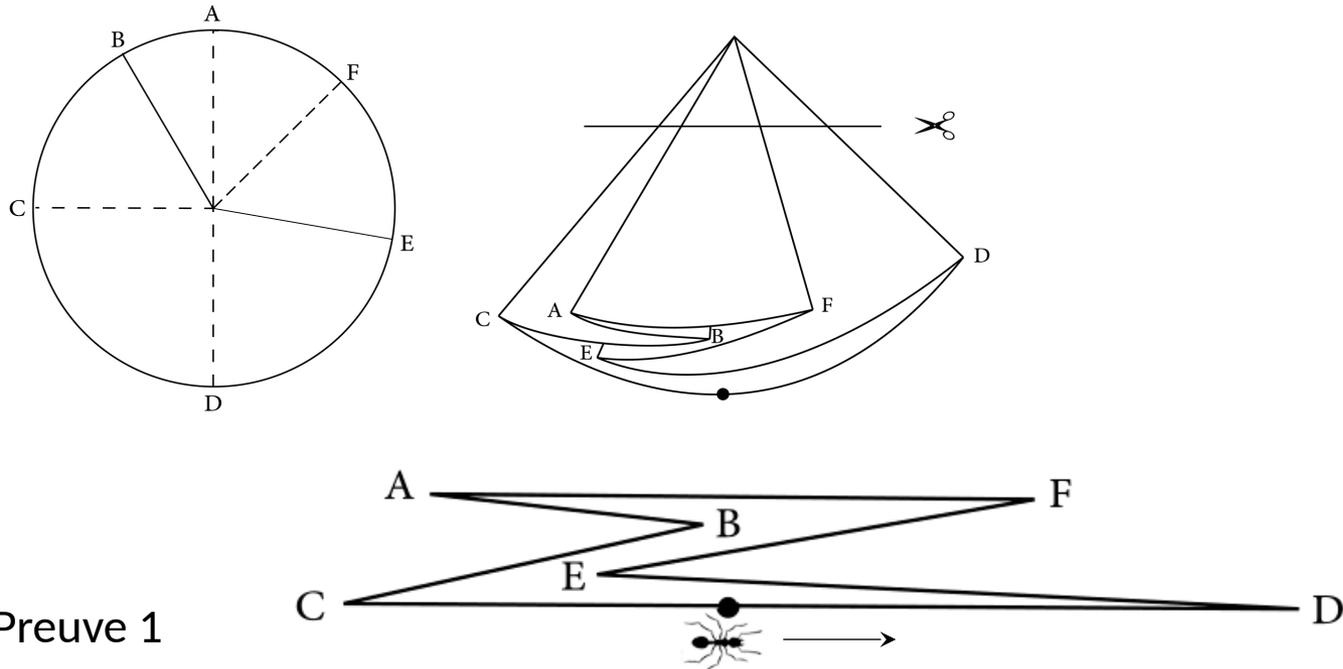


Méthode du squelette de forme

Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

## Théorème de Maekawa - Justin

Si on appelle  $v$  le nombre de plis vallée et  $m$  le nombre de plis montagne qui se rencontrent au sommet  $S$  d'un canevas d'un origami pliable à plat alors



Chaque fois qu'elle rencontre un pli elle tourne

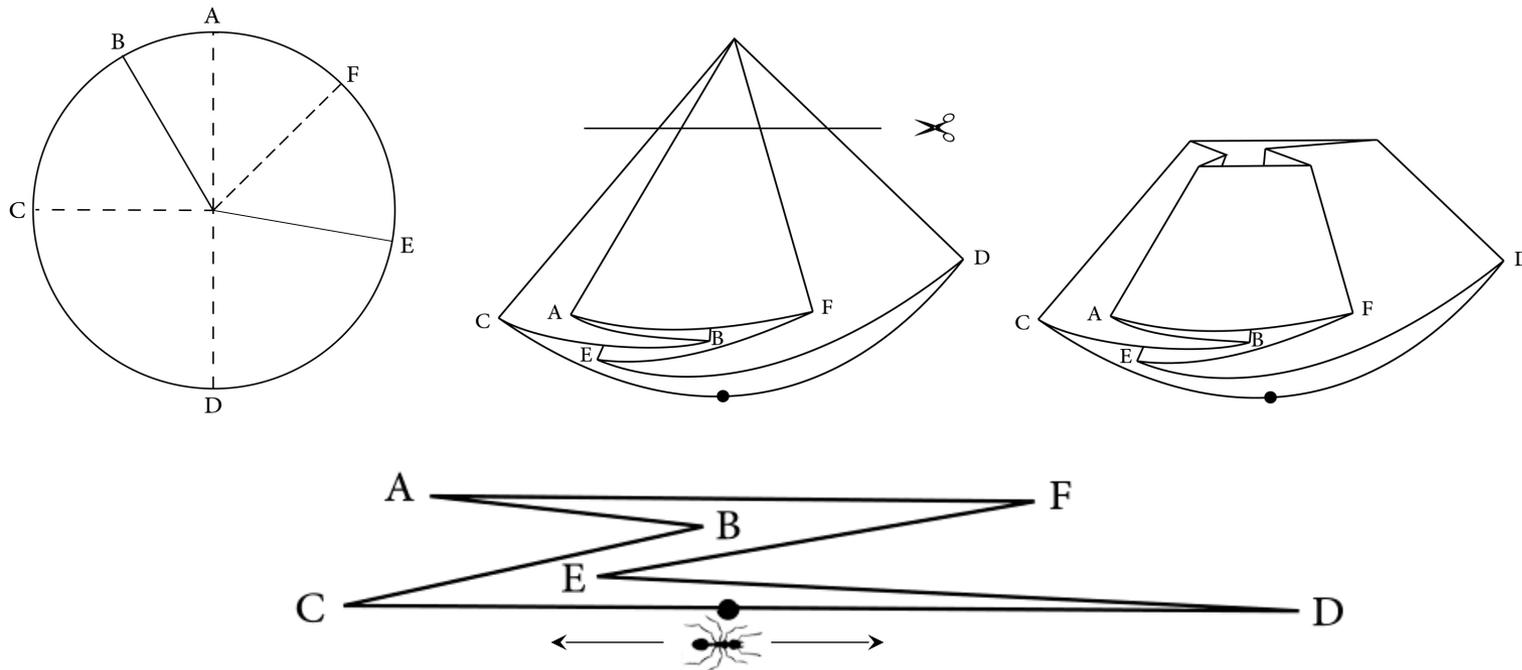
Chaque fois qu'elle rencontre un pli elle tourne

En revenant à son point de départ elle aura tourné de

# Propriétés des canevas : preuves

## Théorème de Maekawa - Justin

Si on appelle le nombre de plis vallée et le nombre de plis montagne qui se rencontrent au sommet S d'un canevas d'un origami pliable à plat alors



$$180 M - 180 V = 360$$

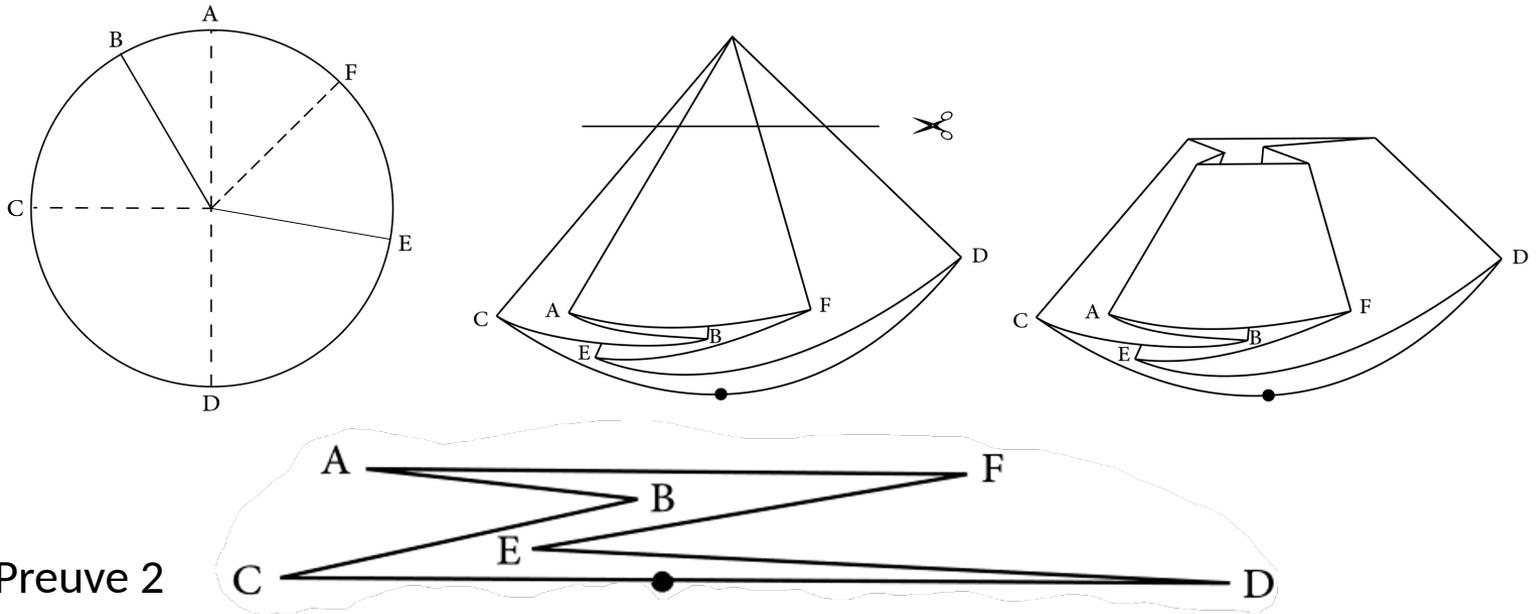
ou en changeant de sens

$$180 V - 180 M = 360$$

# Propriétés des canevas : preuves

## Théorème de Maekawa - Justin

Si on appelle  $M$  le nombre de plis vallée et  $V$  le nombre de plis montagne qui se rencontrent au sommet  $S$  d'un canevas d'un origami pliable à plat alors



Preuve 2

On considère le polygone plat à  $M$  côtés, la somme des angles

Un pli montagne compte pour  $360^\circ$  alors un pli vallée pour  $0^\circ$

or ;

$$360^\circ M = 180^\circ$$

2

En intervertissant les rôles

#

# Propriétés des canevas : preuves

## Corollaire 1

Tous les sommets de ces canevas sont de degré pair.

Soit le nombre de plis au sommet d'un canevas

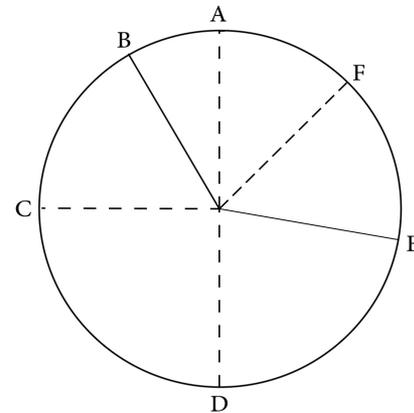
$$n = M + V$$

$$n = 2M - M + V$$

$$n = 2M + V - M$$

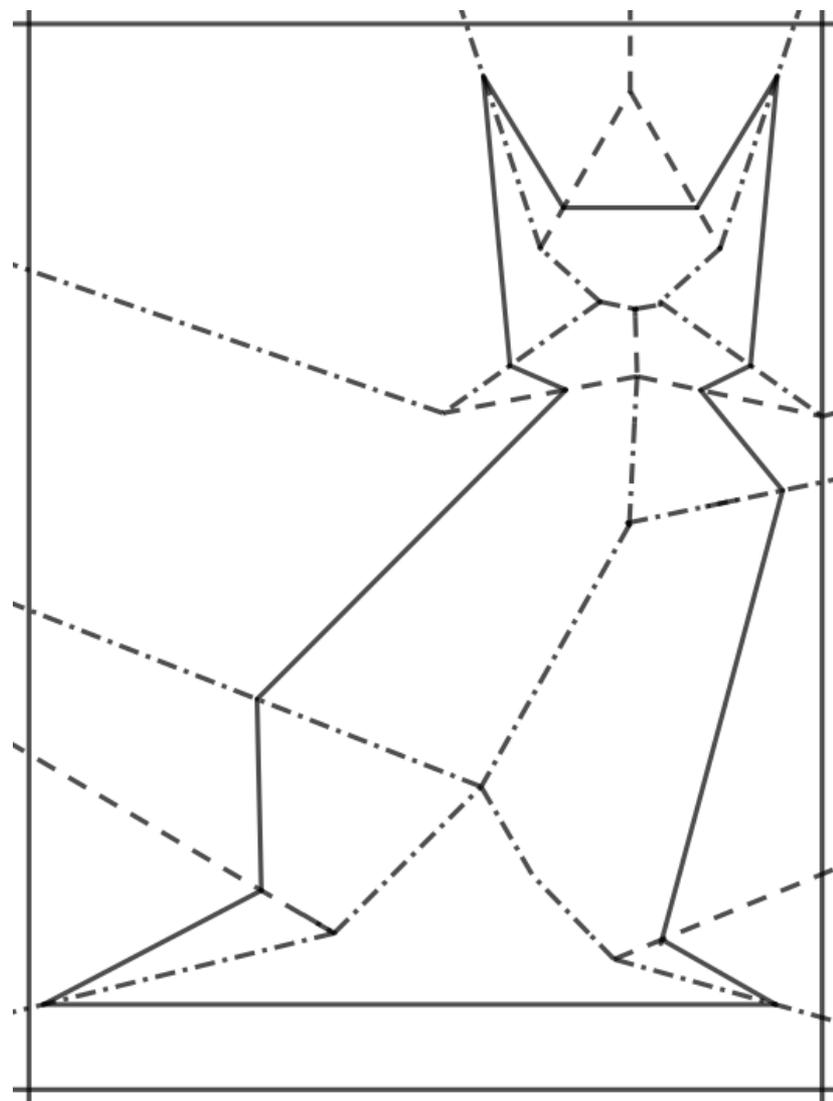
$$n = 2M \neq 2$$

$$n = 2(M \neq 1)$$



Il faut créer des plis supplémentaires !

## Fold and Cut Theorem

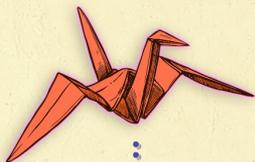


Fold and Cut

Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024

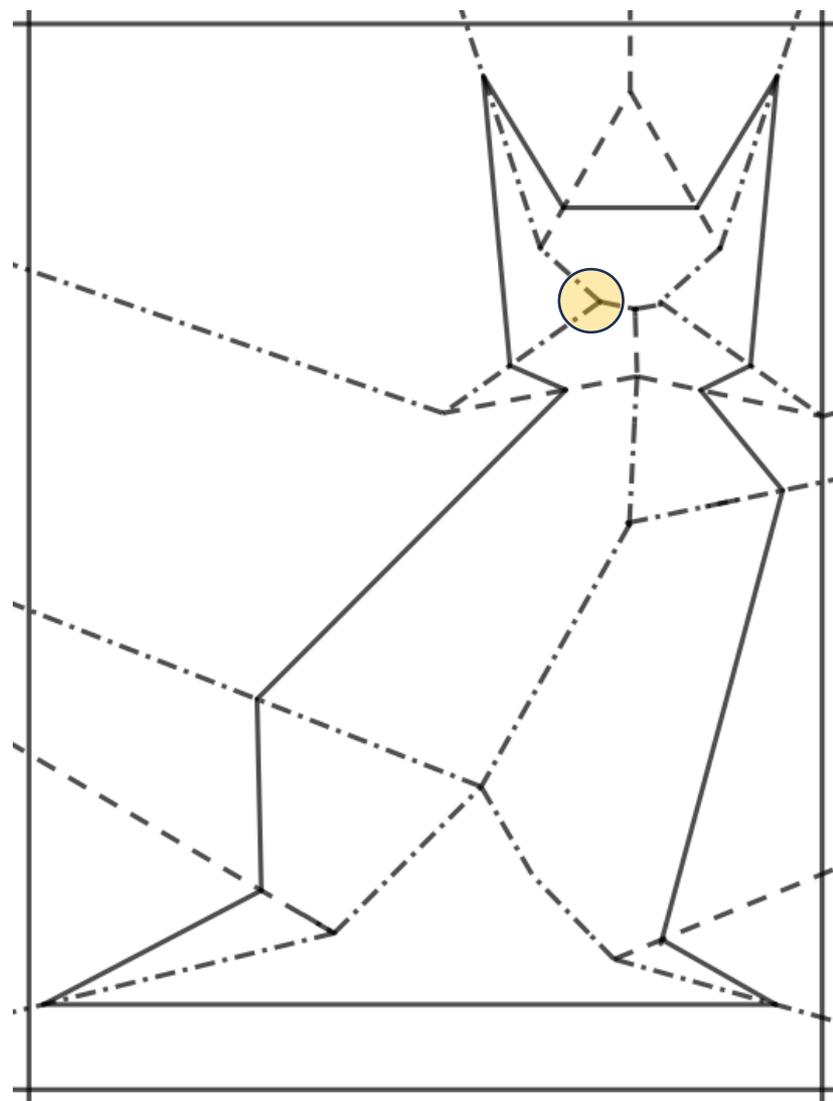
Méthode du squelette de forme

Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...



Il faut créer des plis supplémentaires !

## Fold and Cut Theorem

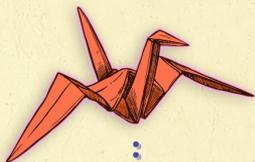


Fold and Cut

Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024

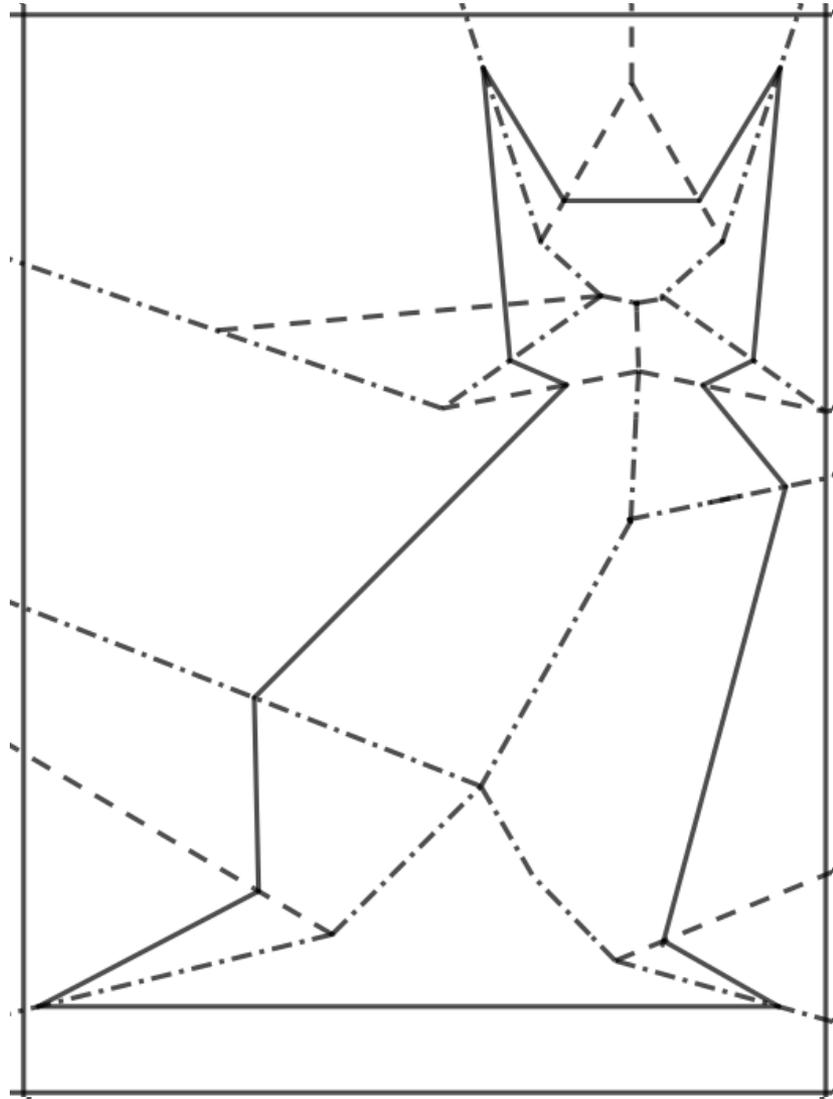
Méthode du squelette de forme

Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...



Il faut créer des plis supplémentaires !

## Fold and Cut Theorem

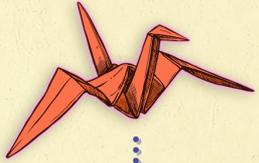


Fold and Cut

Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024

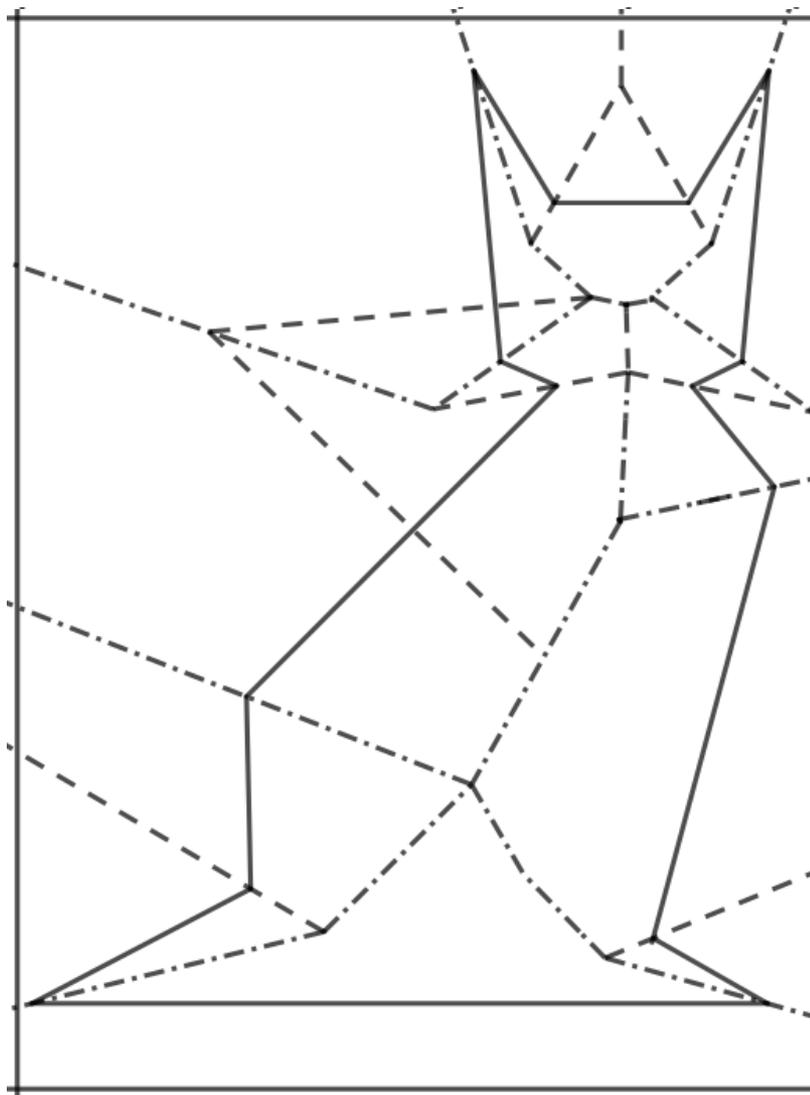
Méthode du squelette de forme

Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...



Il faut créer des plis supplémentaires !

## Fold and Cut Theorem



Fold and Cut

Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024

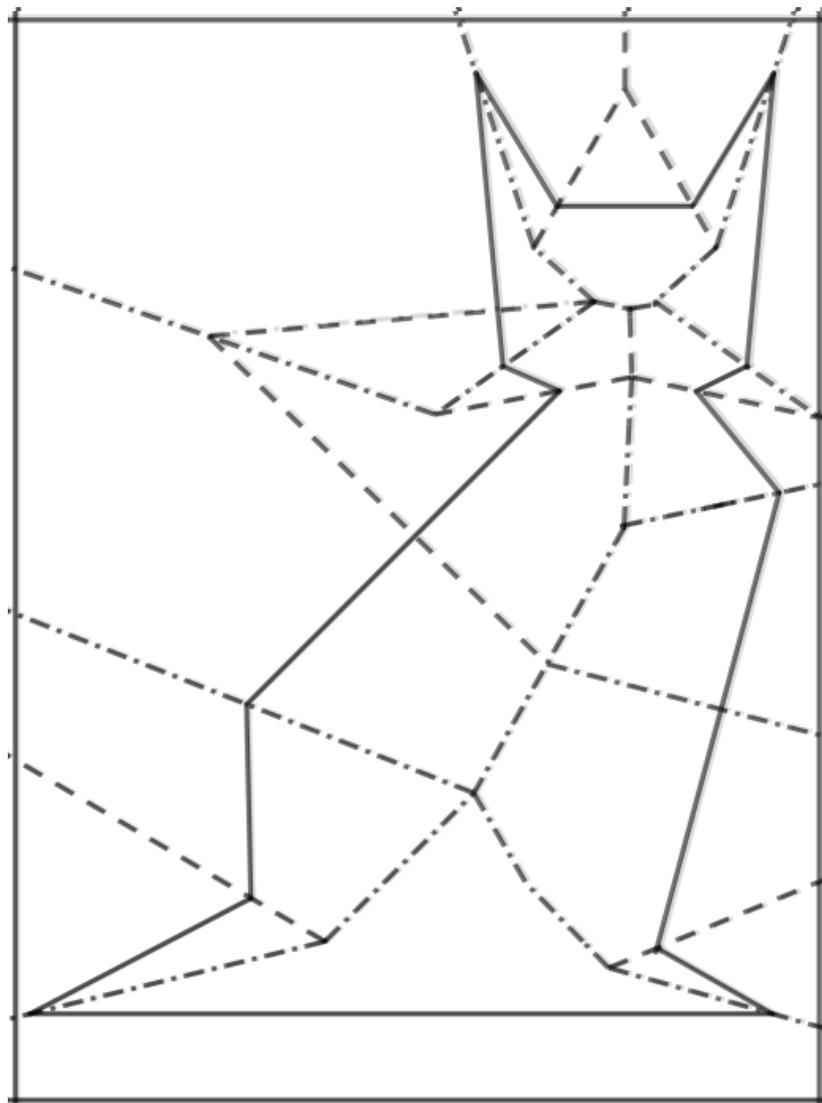
Méthode du squelette de forme

Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...



Il faut créer des plis supplémentaires !

## Fold and Cut Theorem

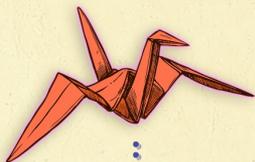


Fold and Cut

Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024

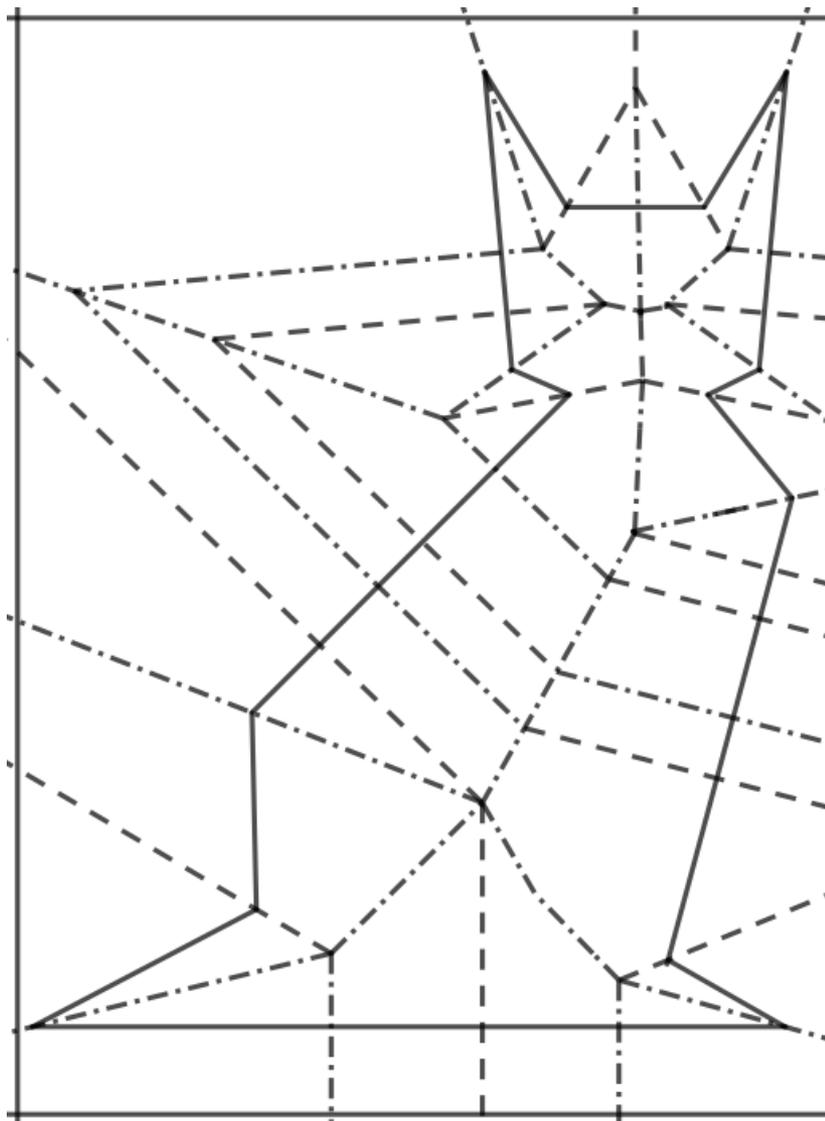
Méthode du squelette de forme

Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...



Il faut créer des plis supplémentaires !

## Fold and Cut Theorem

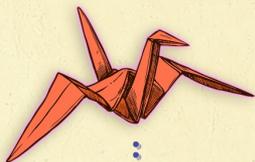


Fold and Cut

Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024

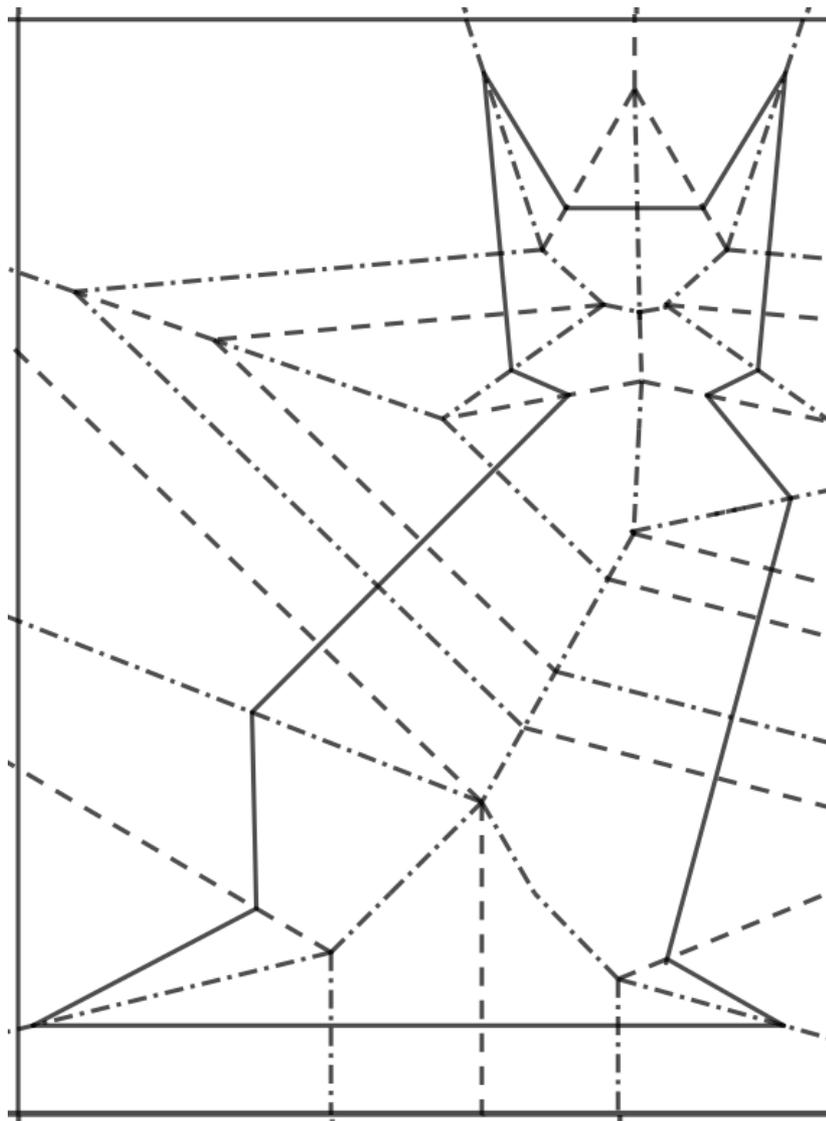
Méthode du squelette de forme

Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...



Il faut créer des plis supplémentaires !

## Fold and Cut Theorem

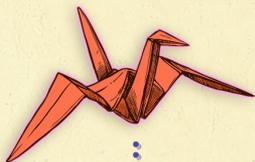


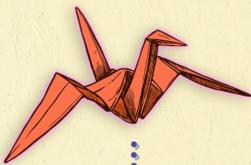
Fold and Cut

Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024

Méthode du squelette de forme

Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...





Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

# Fold and Cut Theorem

Le contre-exemple

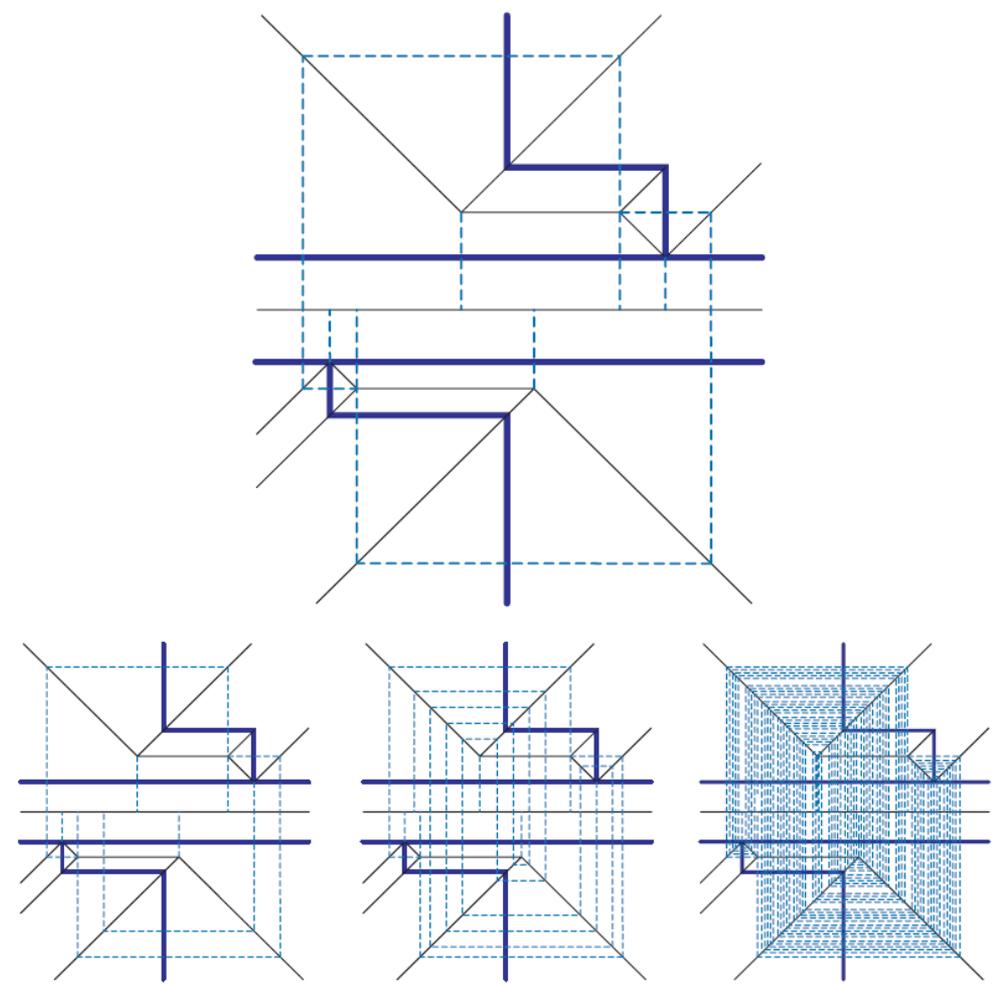
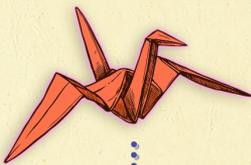


Figure 17.10. Example of dense behavior. Top shows plane graph (thick), straight skeleton (thin), and beginning of all perpendiculars (dashed). Bottom shows the progression of one perpendicular path, never ending.

Méthode du squelette de forme

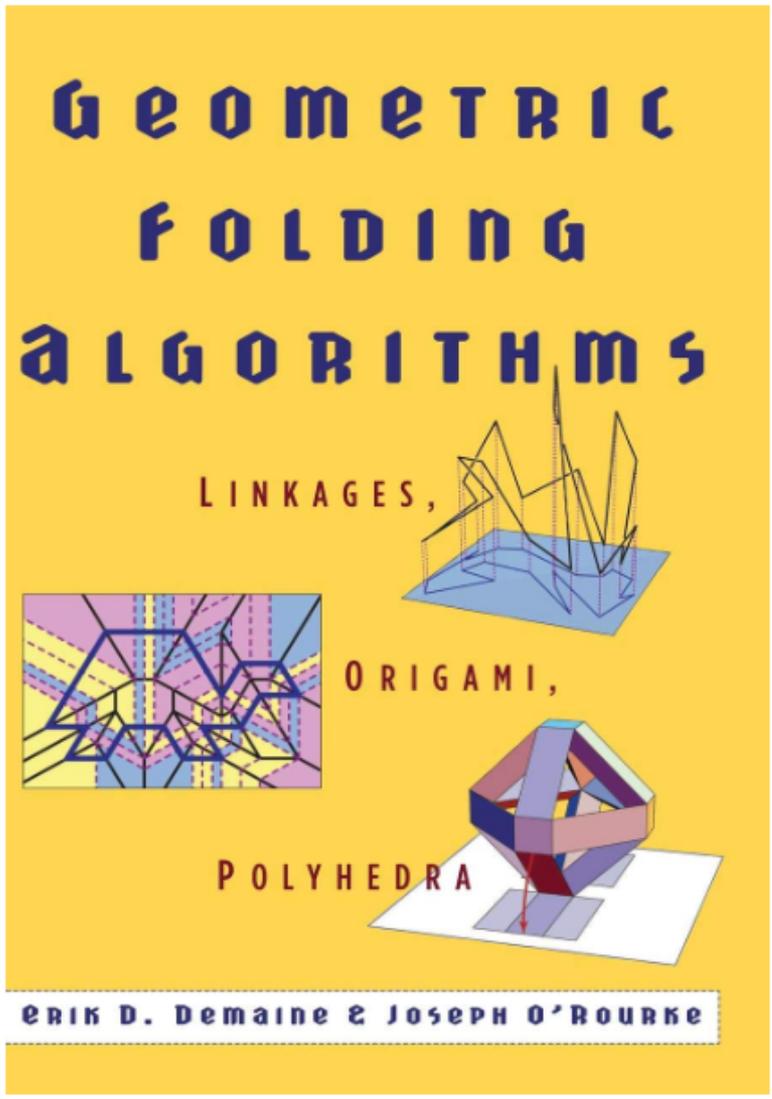


Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...



# Fold and Cut Theorem

Le contre-exemple



Méthode du squelette de forme

# Fold and Cut Theorem

## Généralisation à l'aplatissement des polyèdres en polygones en 2021

### Continuous Flattening of All Polyhedral Manifolds using Countably Infinite Creases

Zachary Abel\*    Erik D. Demaine†    Martin L. Demaine†    Jason S. Ku\*  
Jayson Lynch†    Jin-ichi Itoh‡    Chie Nara§

#### Abstract

We prove that any finite polyhedral manifold in 3D can be continuously flattened into 2D while preserving intrinsic distances and avoiding crossings, answering a 19-year-old open problem, if we extend standard folding models to allow for countably infinite creases. The most general cases previously known to be continuously flattenable were convex polyhedra and semi-orthogonal polyhedra. For non-orientable manifolds, even the existence of an instantaneous flattening (flat folded state) is a new result. Our solution extends a method for flattening semi-orthogonal polyhedra: slice the polyhedron along parallel planes and flatten the polyhedral strips between consecutive planes. We adapt this approach to arbitrary nonconvex polyhedra by generalizing strip flattening to nonorthogonal corners and slicing along a countably infinite number of parallel planes, with slices densely approaching every vertex of the manifold. We also show that the area of the polyhedron that needs to support moving creases (which are necessary for closed polyhedra by the Bellows Theorem) can be made arbitrarily small.





# Partie 2

# Don Quichotte

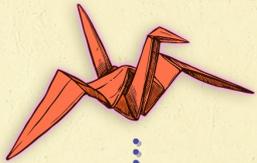
---

# Don Quichotte



Don Quichotte à une nouvelle lubie. Il s'est mis en tête de passer à égale distance de la rivière (il craint l'eau) et du moulin (qu'il prend encore pour un géant). Le moulin est distant de 500 m de la rivière. Il demande à son fidèle ami Sancho Panza de lui tracer sur la carte le chemin.

Pouvez-vous aider Sancho dans cette tâche ?

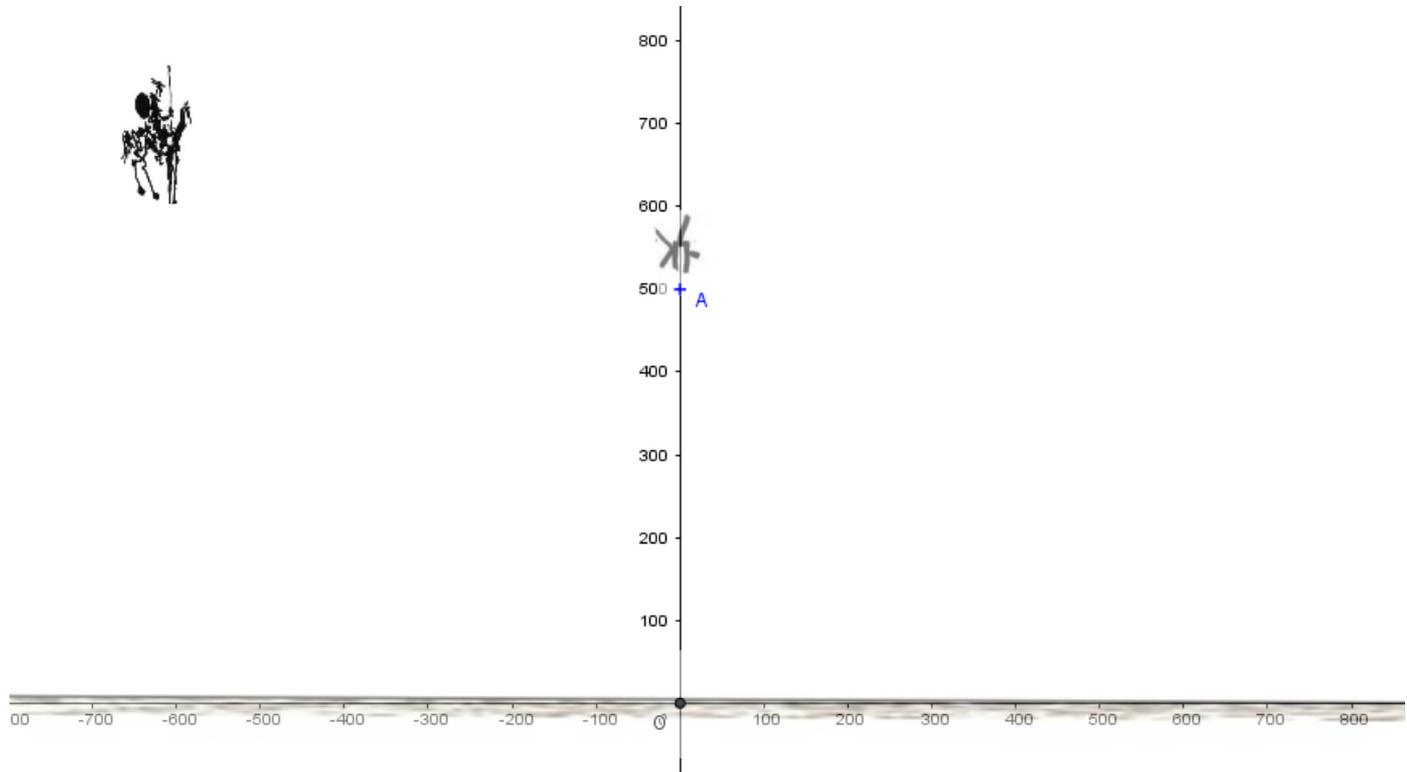


# Don Quichotte



Don Quichotte à une nouvelle lubie. Il s'est mis en tête de passer à égale distance de la rivière (il craint l'eau) et du moulin (qu'il prend encore pour un géant). Le moulin est distant de 500 m de la rivière. Il demande à son fidèle ami Sancho Panza de lui tracer sur la carte le chemin.

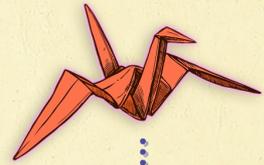
Pouvez-vous aider Sancho dans cette tâche ?



Don Quichotte

Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024

Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

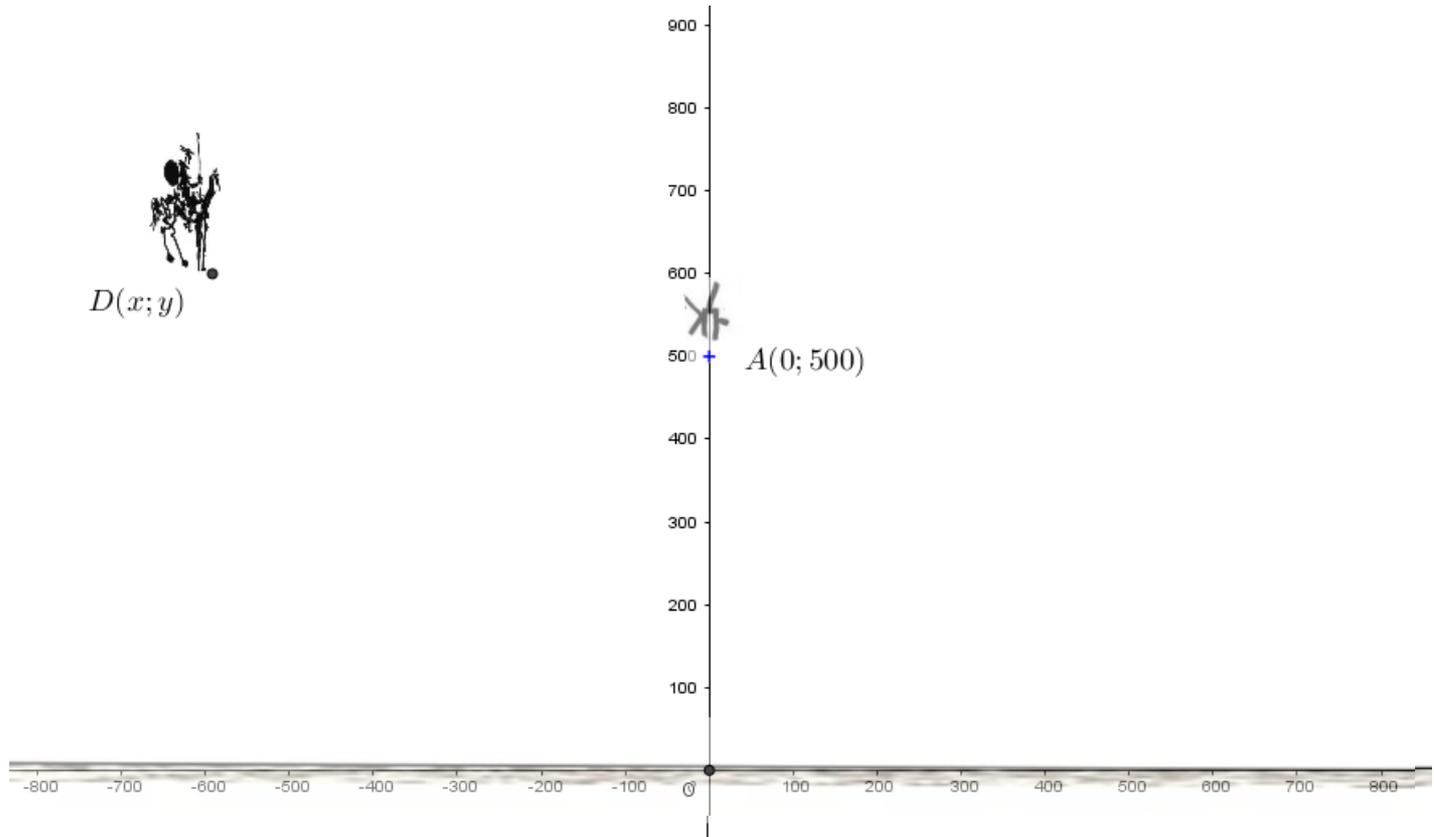


# Don Quichotte



Don Quichotte à une nouvelle lubie. Il s'est mis en tête de passer à égale distance de la rivière (il craint l'eau) et du moulin (qu'il prend encore pour un géant). Le moulin est distant de 500 m de la rivière. Il demande à son fidèle ami Sancho Panza de lui tracer sur la carte le chemin.

Pouvez-vous aider Sancho dans cette tâche ?

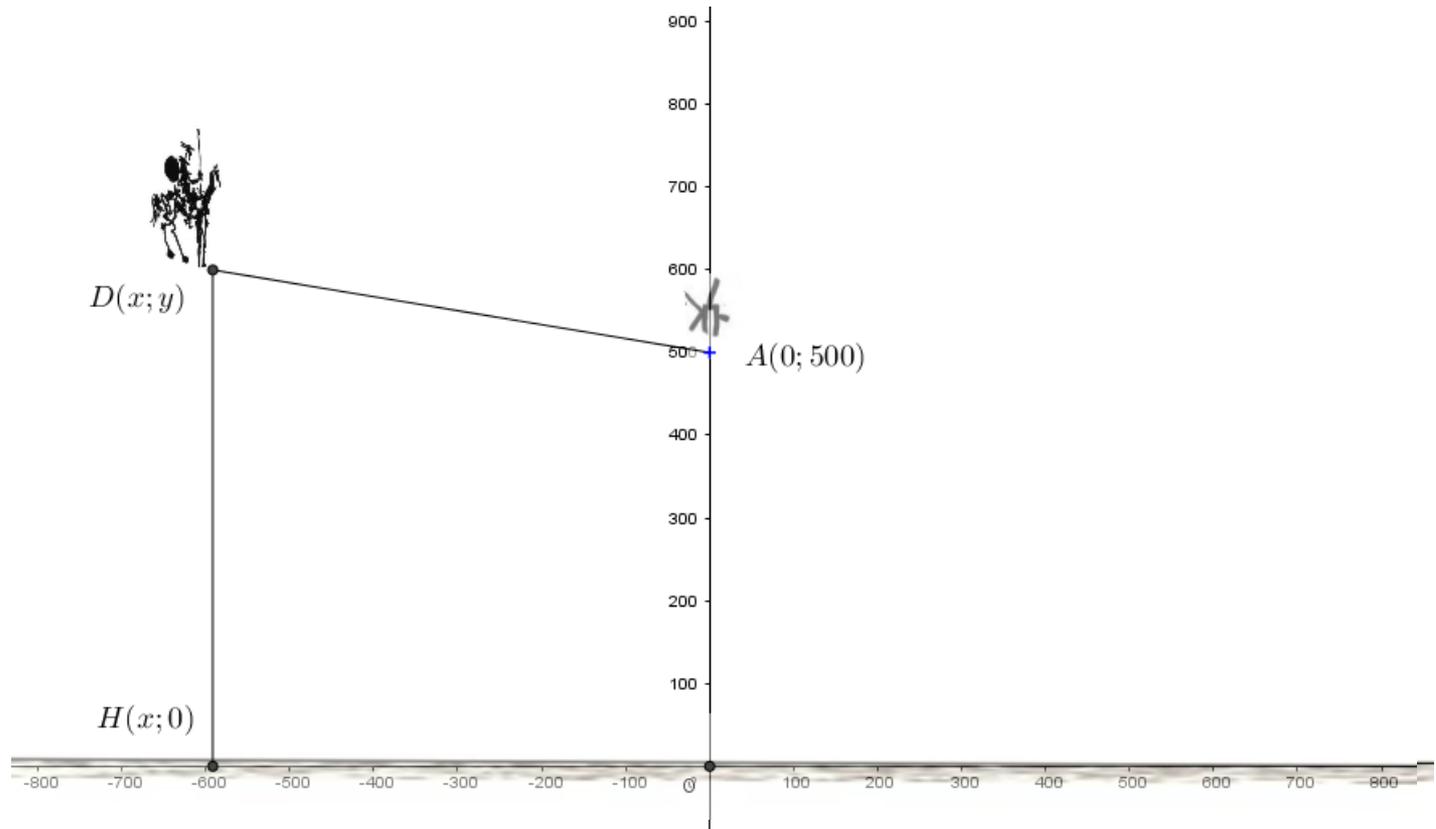


# Don Quichotte



Don Quichotte à une nouvelle lubie. Il s'est mis en tête de passer à égale distance de la rivière (il craint l'eau) et du moulin (qu'il prend encore pour un géant). Le moulin est distant de 500 m de la rivière. Il demande à son fidèle ami Sancho Panza de lui tracer sur la carte le chemin.

Pouvez-vous aider Sancho dans cette tâche ?

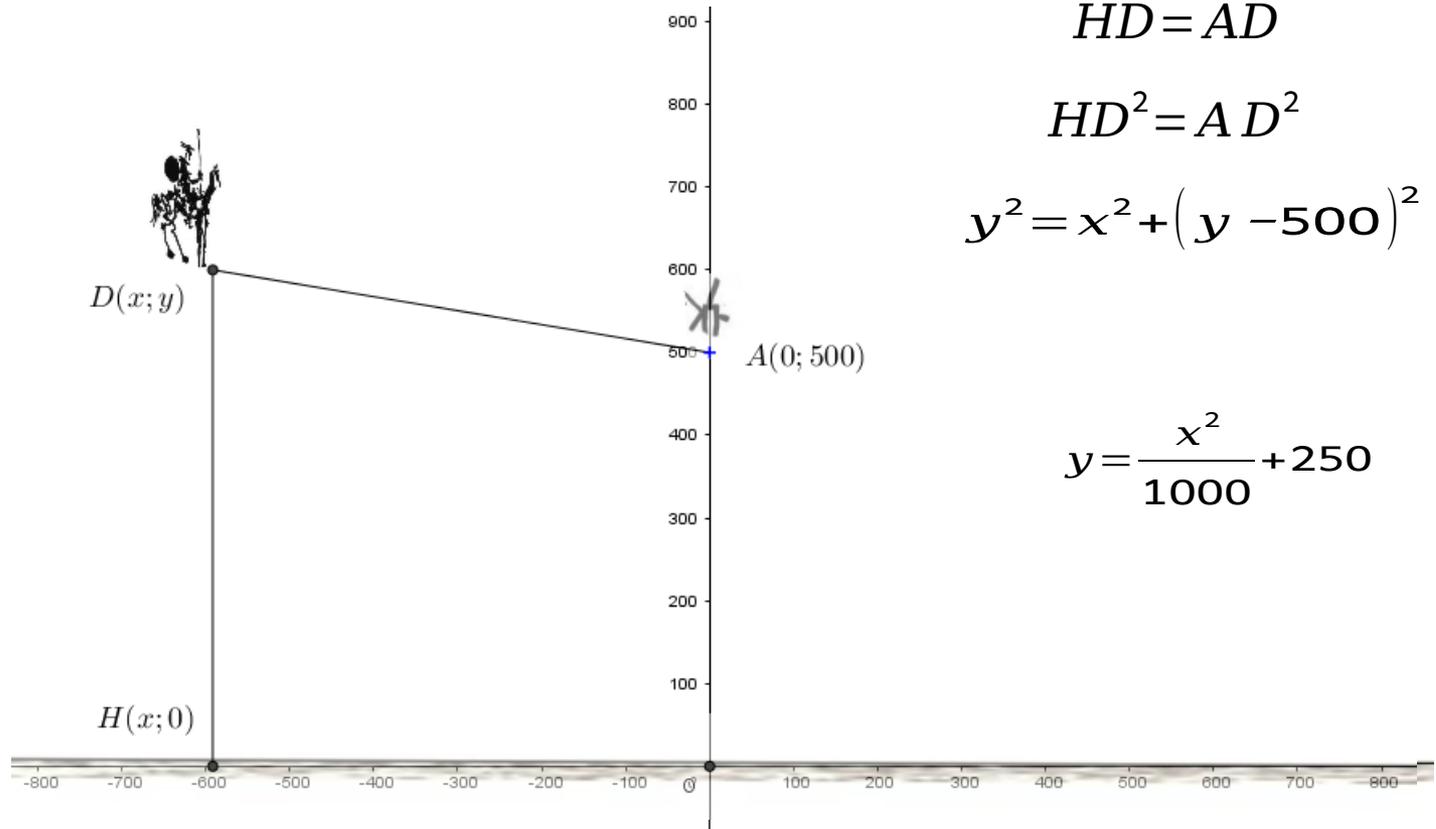


# Don Quichotte



Don Quichotte à une nouvelle lubie. Il s'est mis en tête de passer à égale distance de la rivière (il craint l'eau) et du moulin (qu'il prend encore pour un géant). Le moulin est distant de 500 m de la rivière. Il demande à son fidèle ami Sancho Panza de lui tracer sur la carte le chemin.

Pouvez-vous aider Sancho dans cette tâche ?

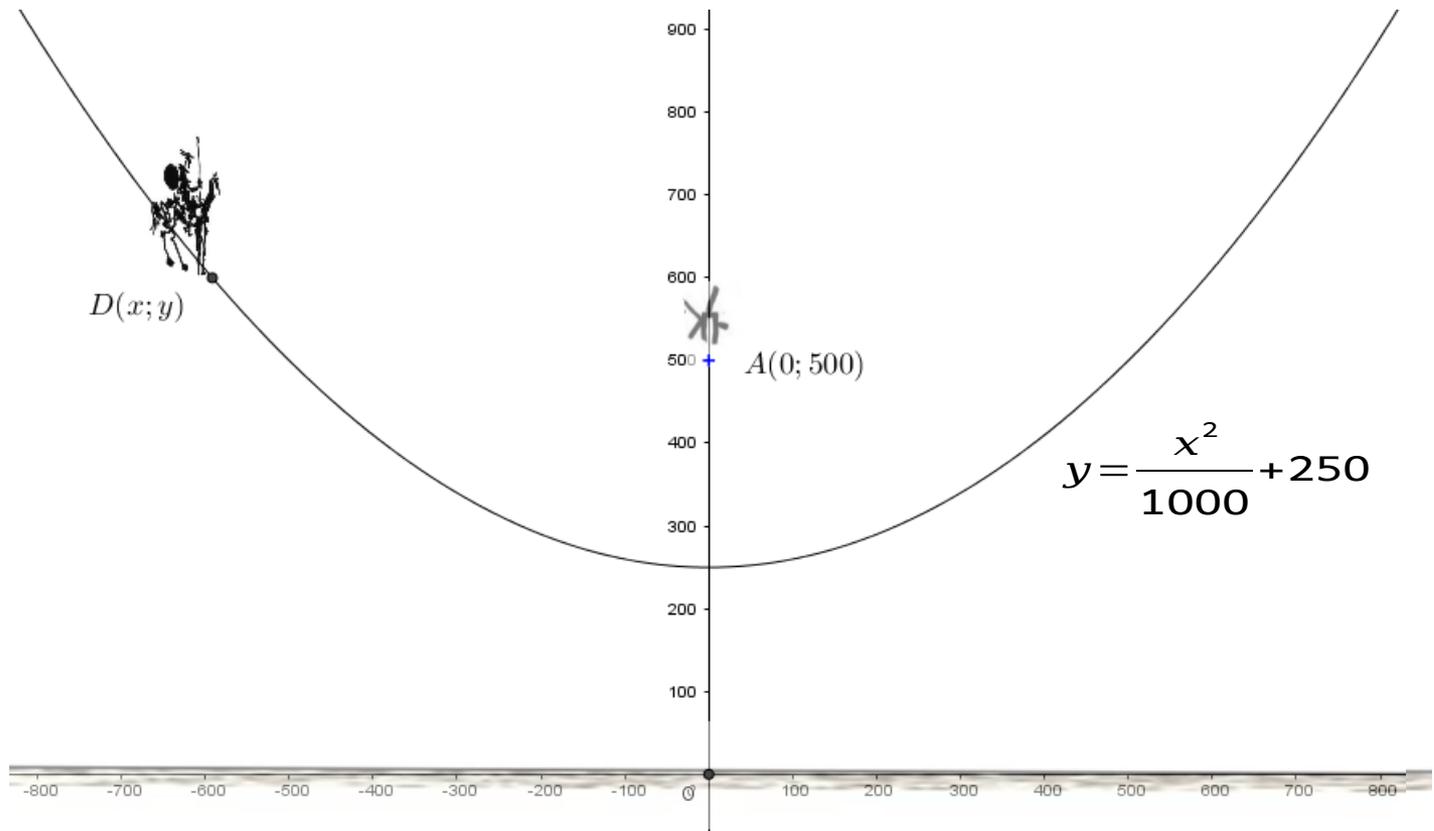


# Don Quichotte



Don Quichotte à une nouvelle lubie. Il s'est mis en tête de passer à égale distance de la rivière (il craint l'eau) et du moulin (qu'il prend encore pour un géant). Le moulin est distant de 500 m de la rivière. Il demande à son fidèle ami Sancho Panza de lui tracer sur la carte le chemin.

Pouvez-vous aider Sancho dans cette tâche ?

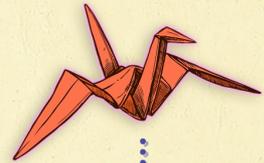
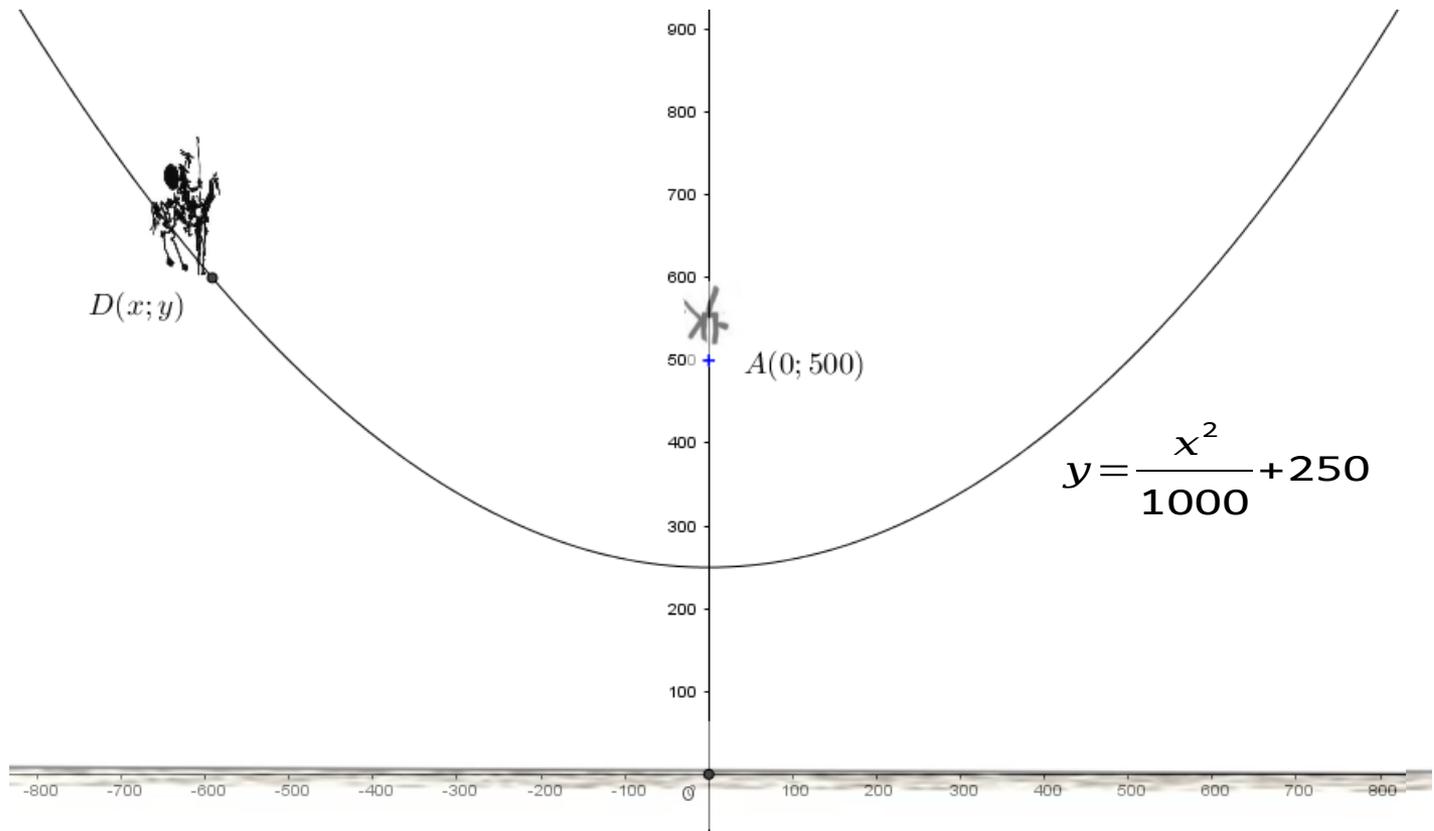


# Don Quichotte



Don Quichotte à une nouvelle lubie. Il s'est mis en tête de passer à égale distance de la rivière (il craint l'eau) et du moulin (qu'il prend encore pour un géant). Le moulin est distant de 500 m de la rivière. Il demande à son fidèle ami Sancho Panza de lui tracer sur la carte le chemin.

Pouvez-vous aider Sancho dans cette tâche ?



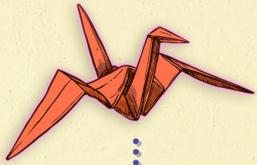
# Don Quichotte



Contre toute attente, Sancho ne fait pas un tableau de valeurs mais plie de nombreuses fois la carte en amenant, à chaque fois, la rivière sur le point A représentant le moulin et trace ainsi la route de Don Quichotte. Réaliser les pliages et montrer que la courbe obtenue est le chemin cherché.



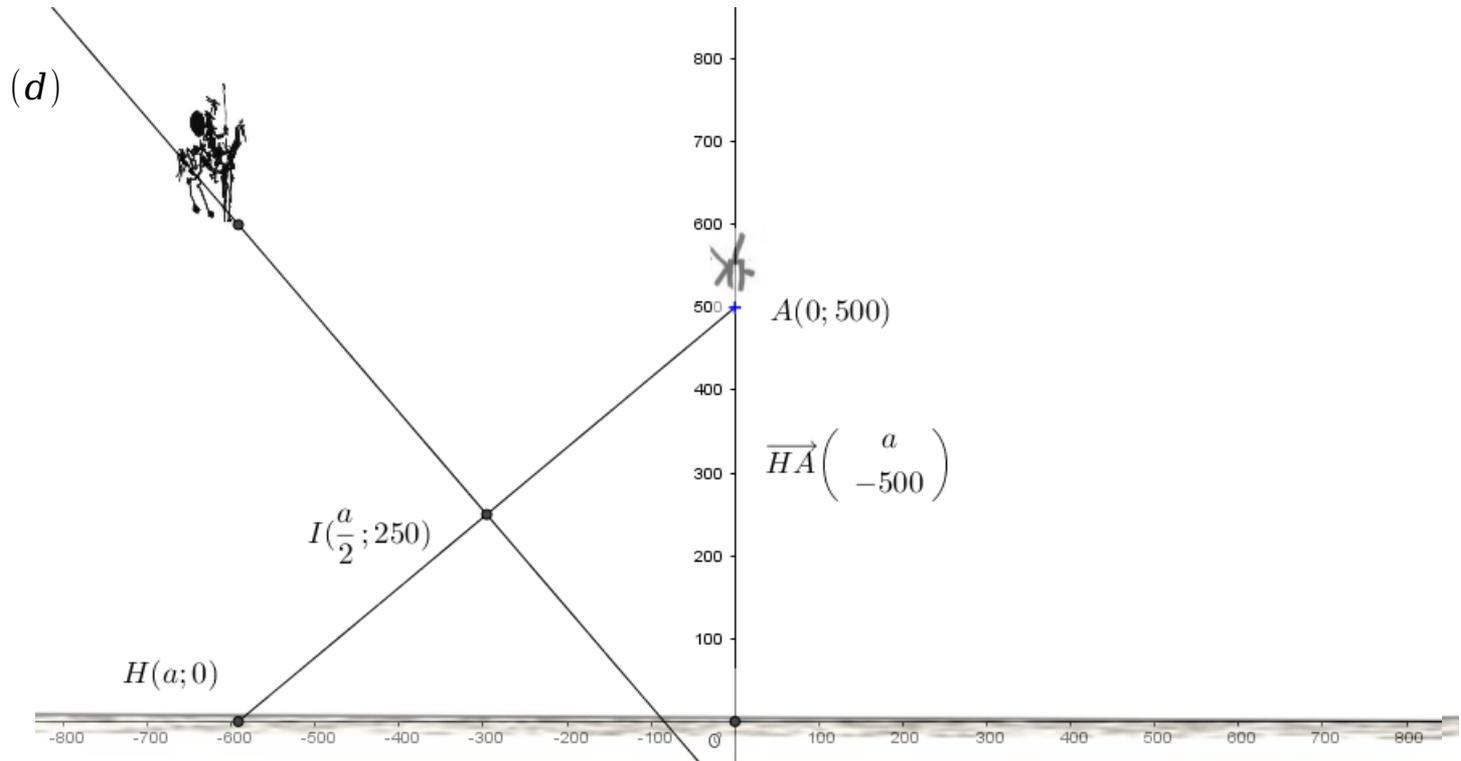
+



# Don Quichotte



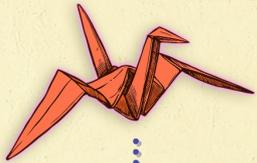
Contre toute attente, Sancho ne fait pas un tableau de valeurs mais plie de nombreuses fois la carte en amenant, à chaque fois, la rivière sur le point A représentant le moulin et trace ainsi la route de Don Quichotte. Réaliser les pliages et montrer que la courbe obtenue est le chemin cherché.



Sancho Panza

Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024

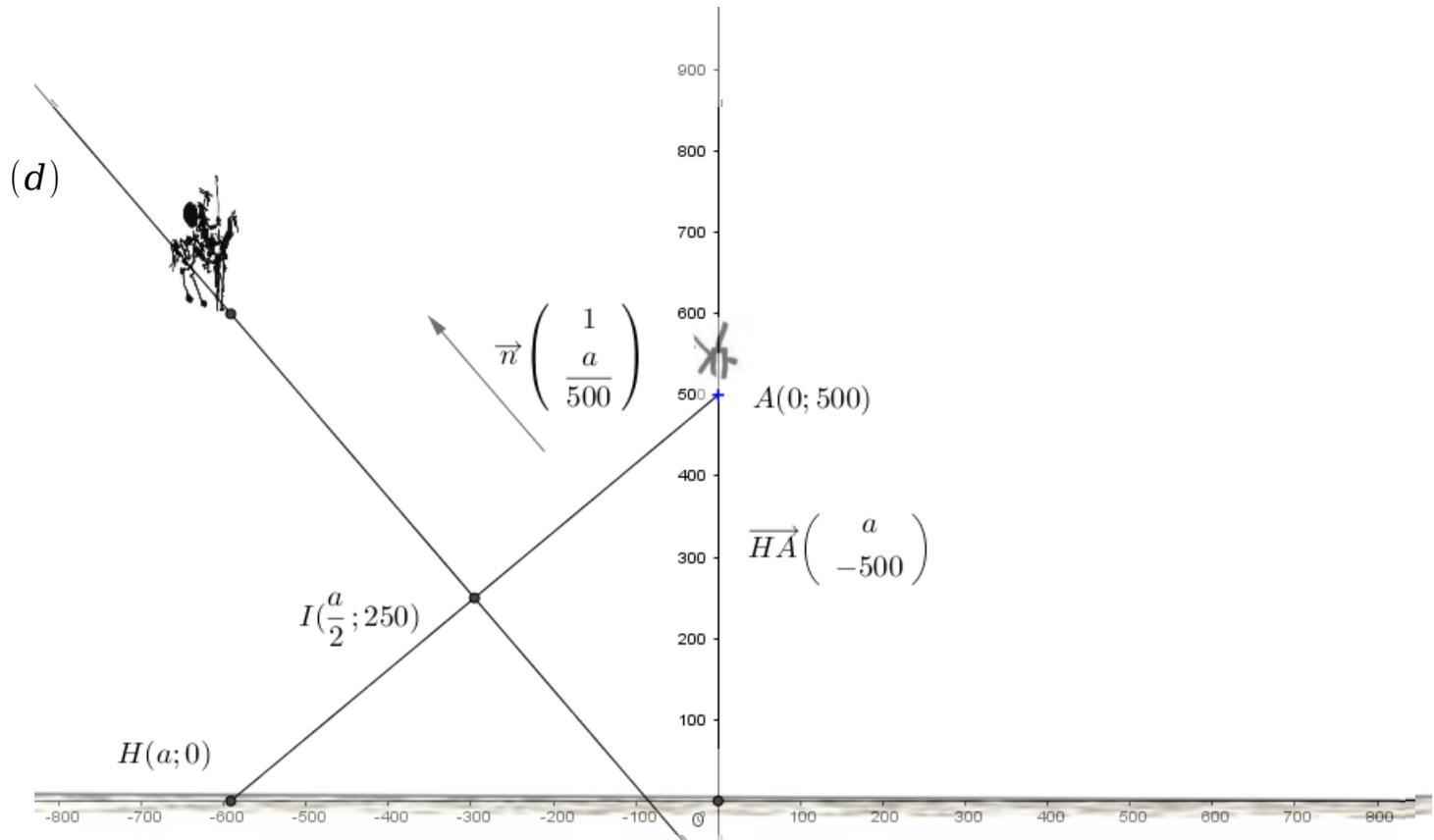
Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...



# Don Quichotte



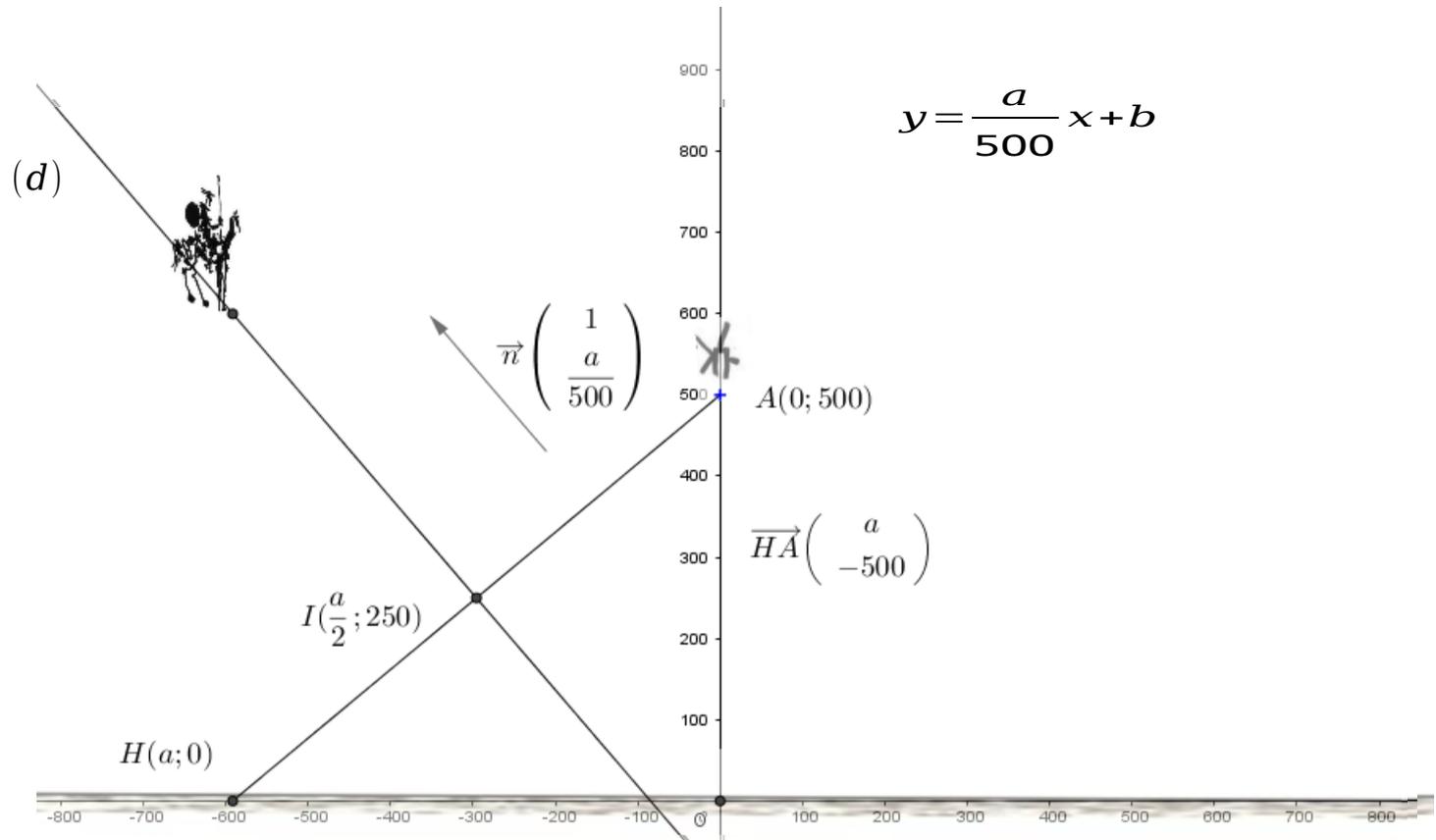
Contre toute attente, Sancho ne fait pas un tableau de valeurs mais plie de nombreuses fois la carte en amenant, à chaque fois, la rivière sur le point A représentant le moulin et trace ainsi la route de Don Quichotte. Réaliser les pliages et montrer que la courbe obtenue est le chemin cherché.



# Don Quichotte



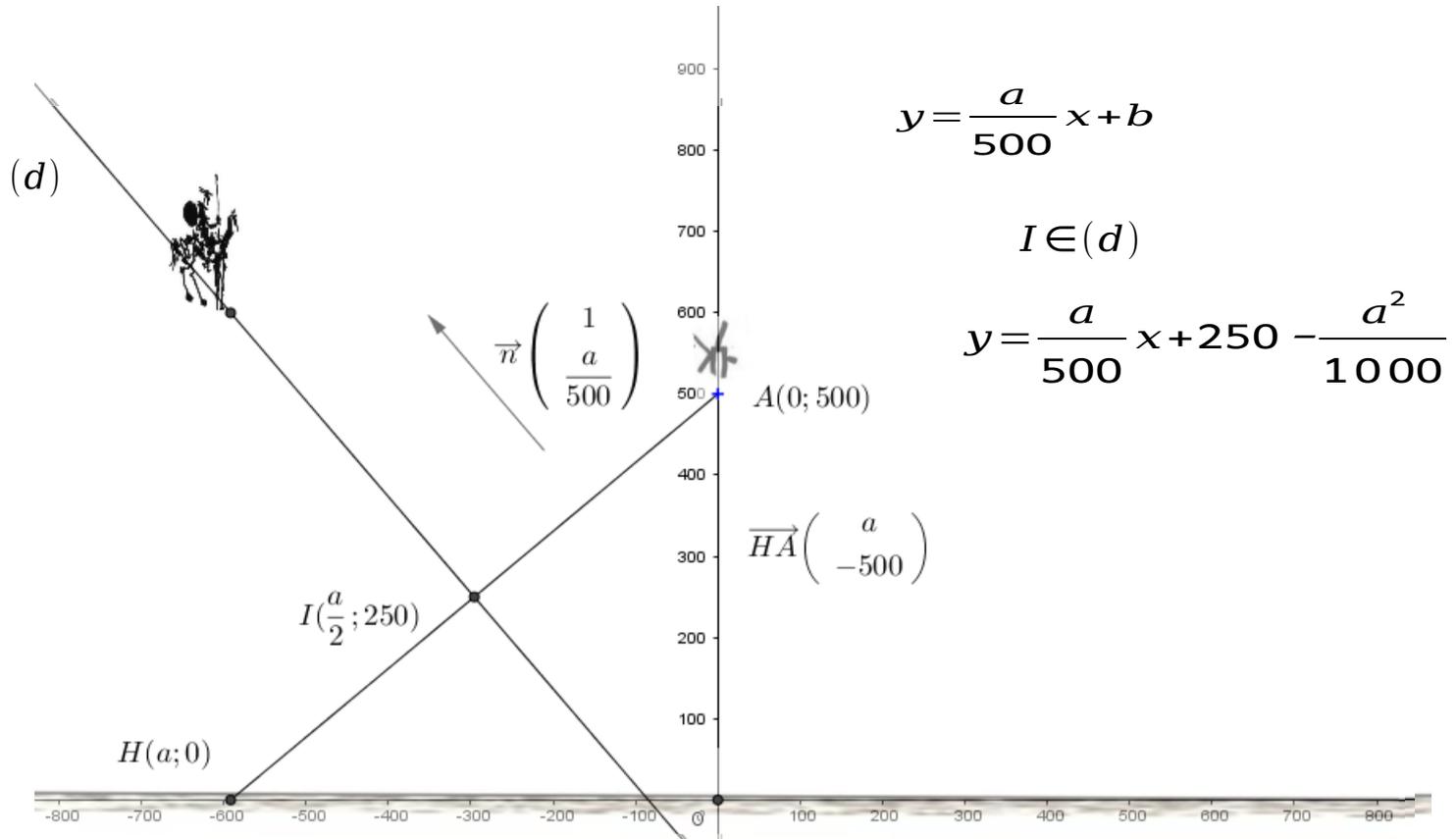
Contre toute attente, Sancho ne fait pas un tableau de valeurs mais plie de nombreuses fois la carte en amenant, à chaque fois, la rivière sur le point A représentant le moulin et trace ainsi la route de Don Quichotte. Réaliser les pliages et montrer que la courbe obtenue est le chemin cherché.



# Don Quichotte



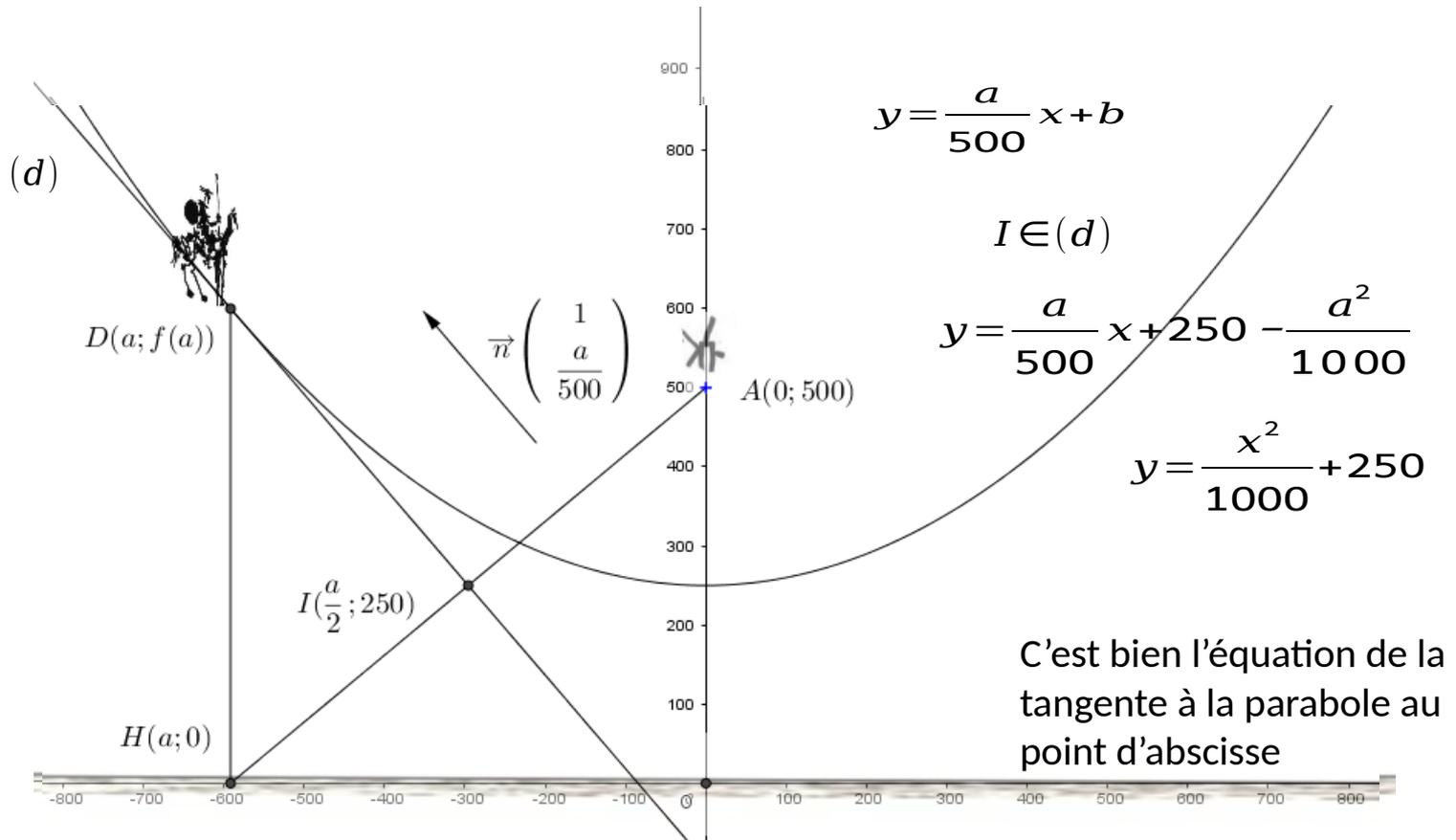
Contre toute attente, Sancho ne fait pas un tableau de valeurs mais plie de nombreuses fois la carte en amenant, à chaque fois, la rivière sur le point A représentant le moulin et trace ainsi la route de Don Quichotte. Réaliser les pliages et montrer que la courbe obtenue est le chemin cherché.



# Don Quichotte



Contre toute attente, Sancho ne fait pas un tableau de valeurs mais plie de nombreuses fois la carte en amenant, à chaque fois, la rivière sur le point A représentant le moulin et trace ainsi la route de Don Quichotte. Réaliser les pliages et montrer que la courbe obtenue est le chemin cherché.



Sancho Panza

Journée APMEP Régionale de Lyon 6 avril 2024

Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...



# Don Quichotte



## Axiome 5 de l'origami

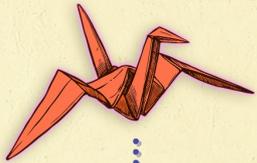
Étant donnés deux points  $A$  et  $B$  et une droite  $l$  existe un pli amenant  $A$  sur  $l$  passant par  $B$ .

$A$  ●

●  $B$



$(l)$

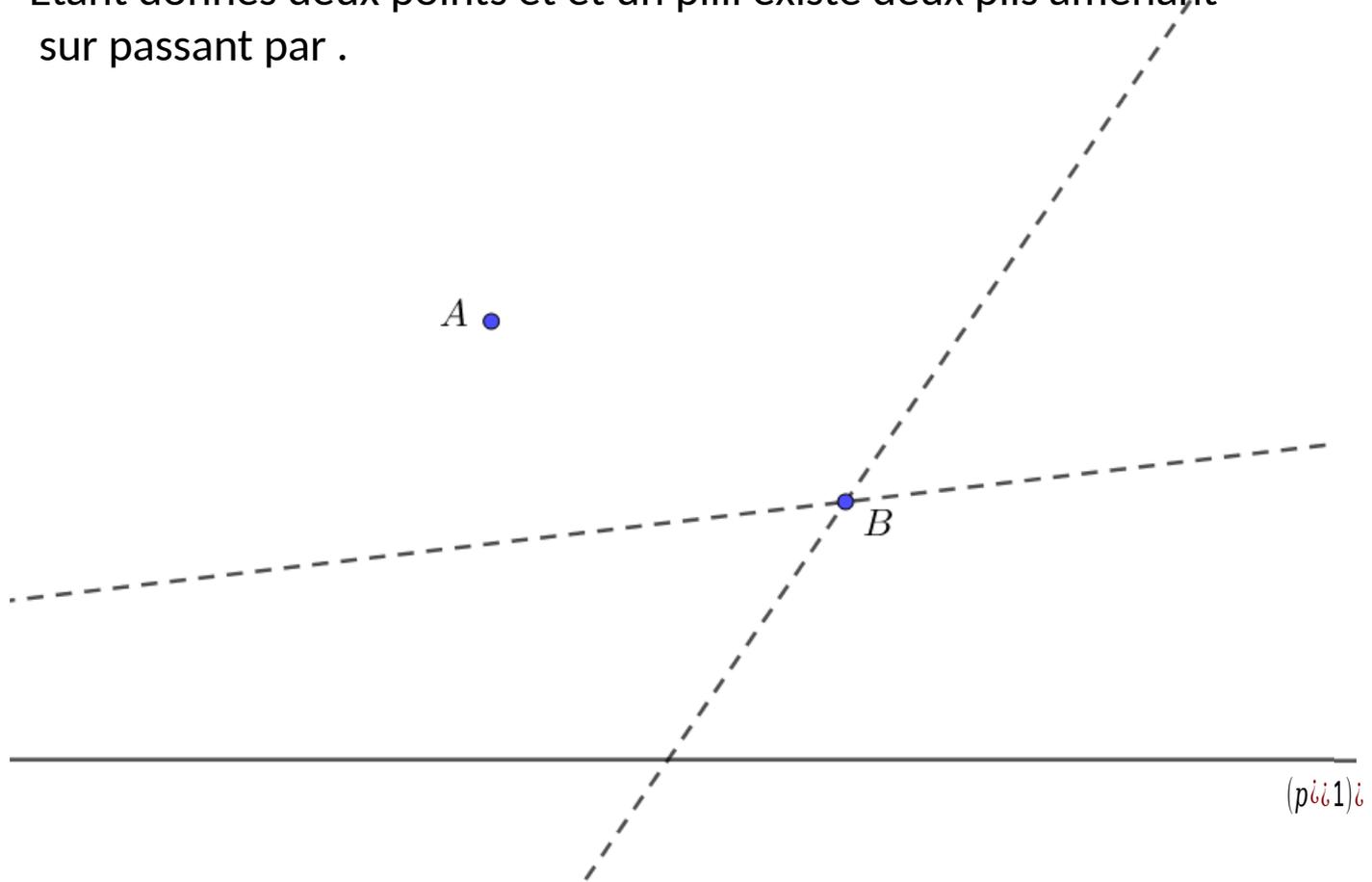


# Don Quichotte

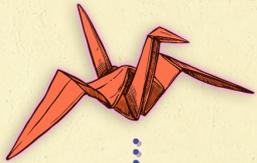


## Axiome 5 de l'origami

Étant donnés deux points et un pliil existe deux plis amenant sur passant par .



## Axiome 5



# Don Quichotte

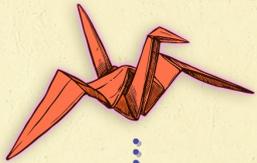


## Axiome 5 de l'origami

Étant donnés deux points  $A$  et  $B$  et un pli  $\ell$  n'existe pas de pli amenant  $A$  sur  $B$  passant par  $\ell$ .



(p11)6

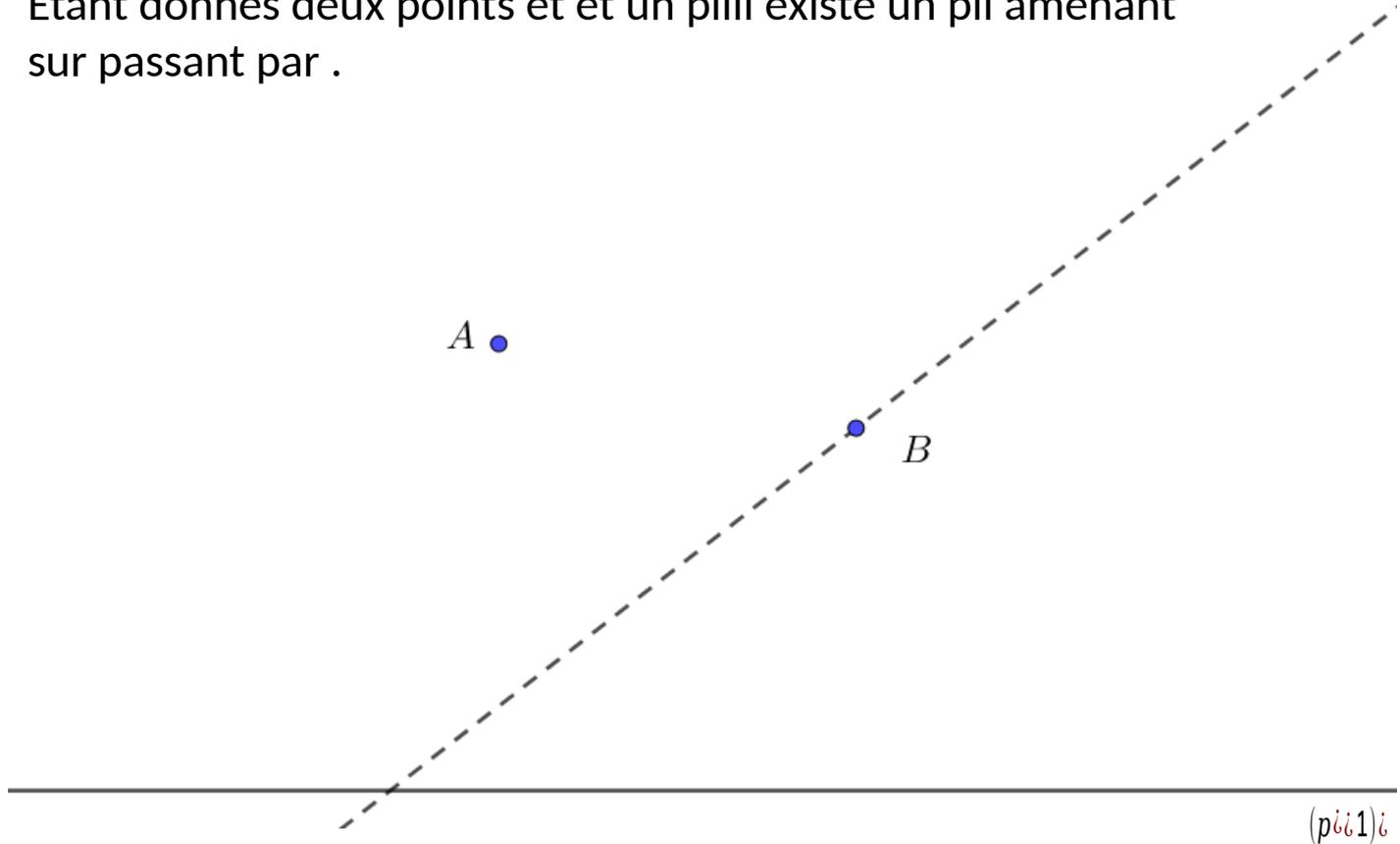


# Don Quichotte

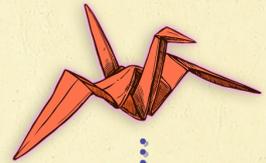


## Axiome 5 de l'origami

Étant donnés deux points  $A$  et  $B$  et une droite  $l$ , il existe un pli passant par  $A$  et  $B$ .



(p11)6

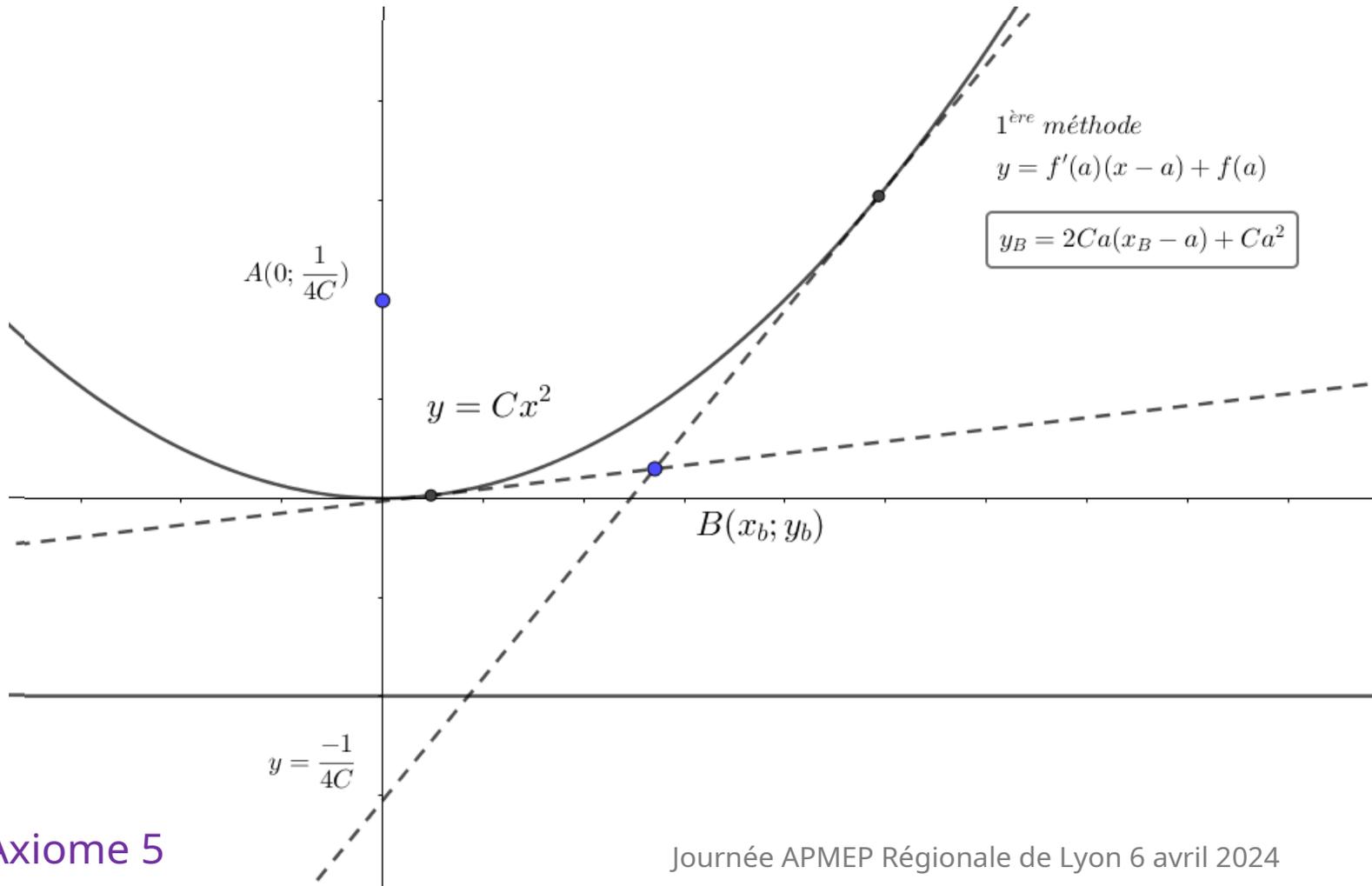


# Don Quichotte



## Axiome 5 de l'origami

Étant donnés deux points et un pliil existe zéro, un ou deux plis amenant sur passant par .



Axiome 5

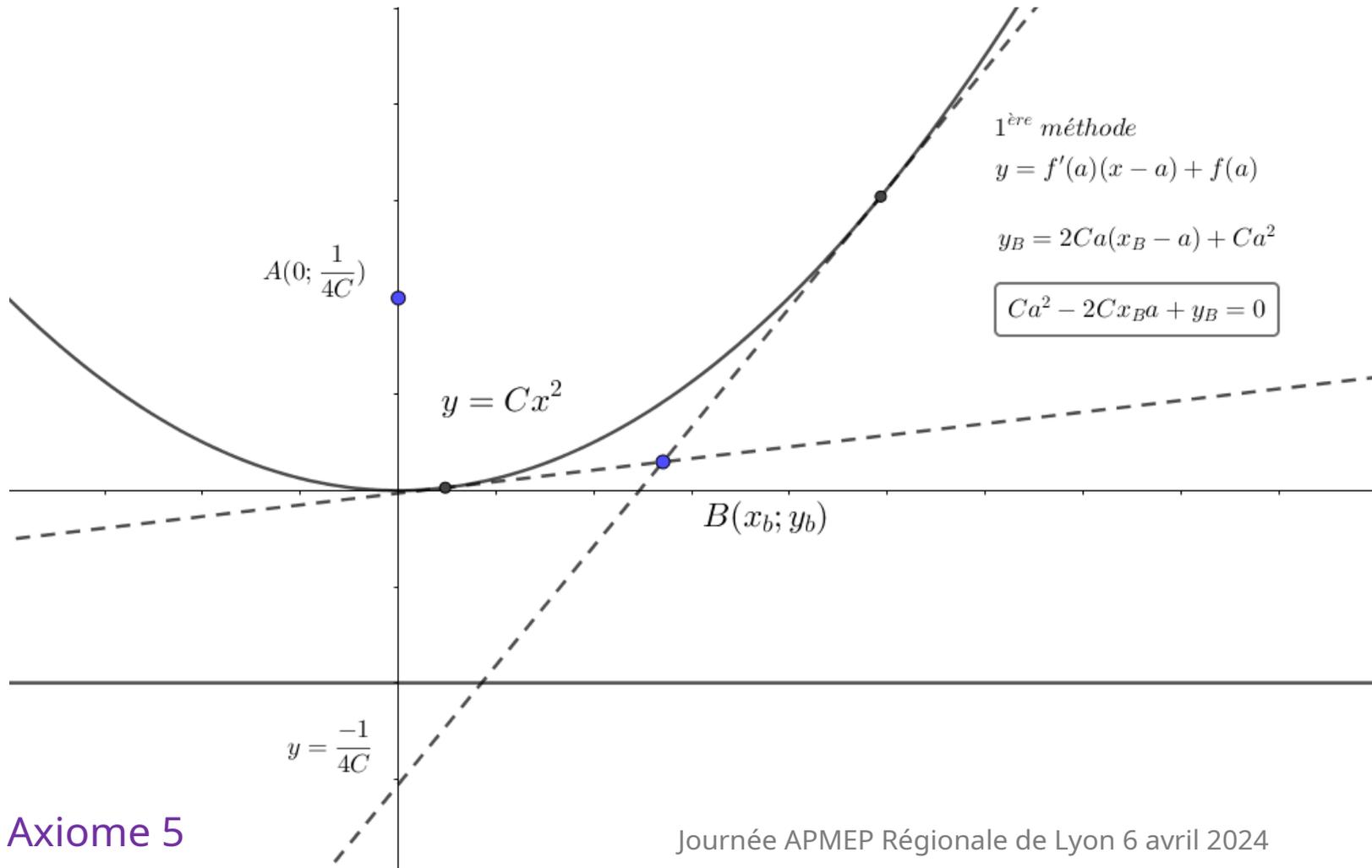


# Don Quichotte



## Axiome 5 de l'origami

Étant donnés deux points et un pli existe zéro, un ou deux plis amenant sur passant par .



Axiome 5

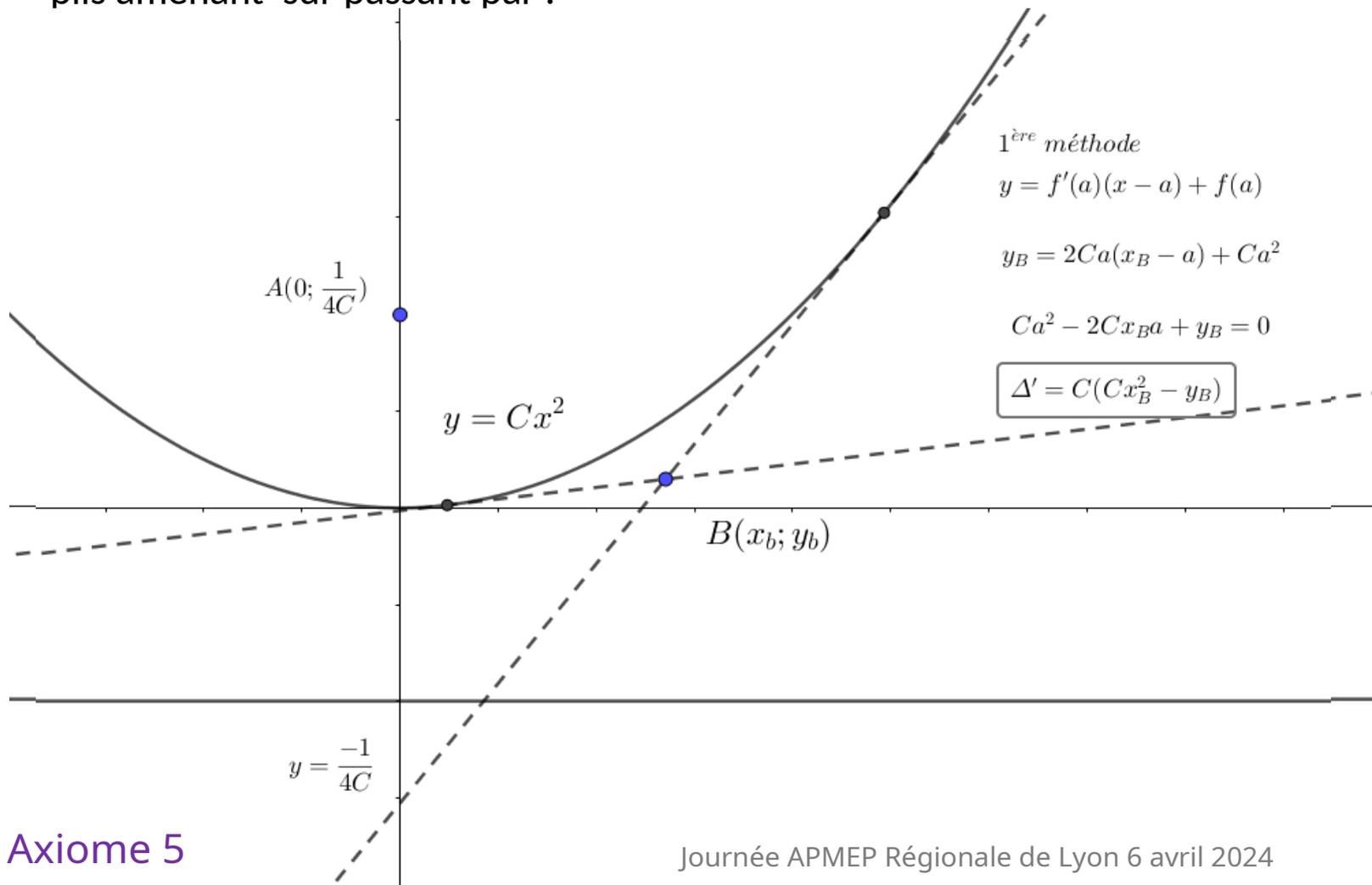


# Don Quichotte

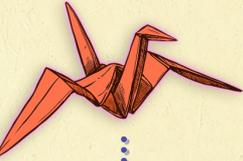


## Axiome 5 de l'origami

Étant donnés deux points et un pli existe zéro, un ou deux plis amenant sur passant par .



Axiome 5

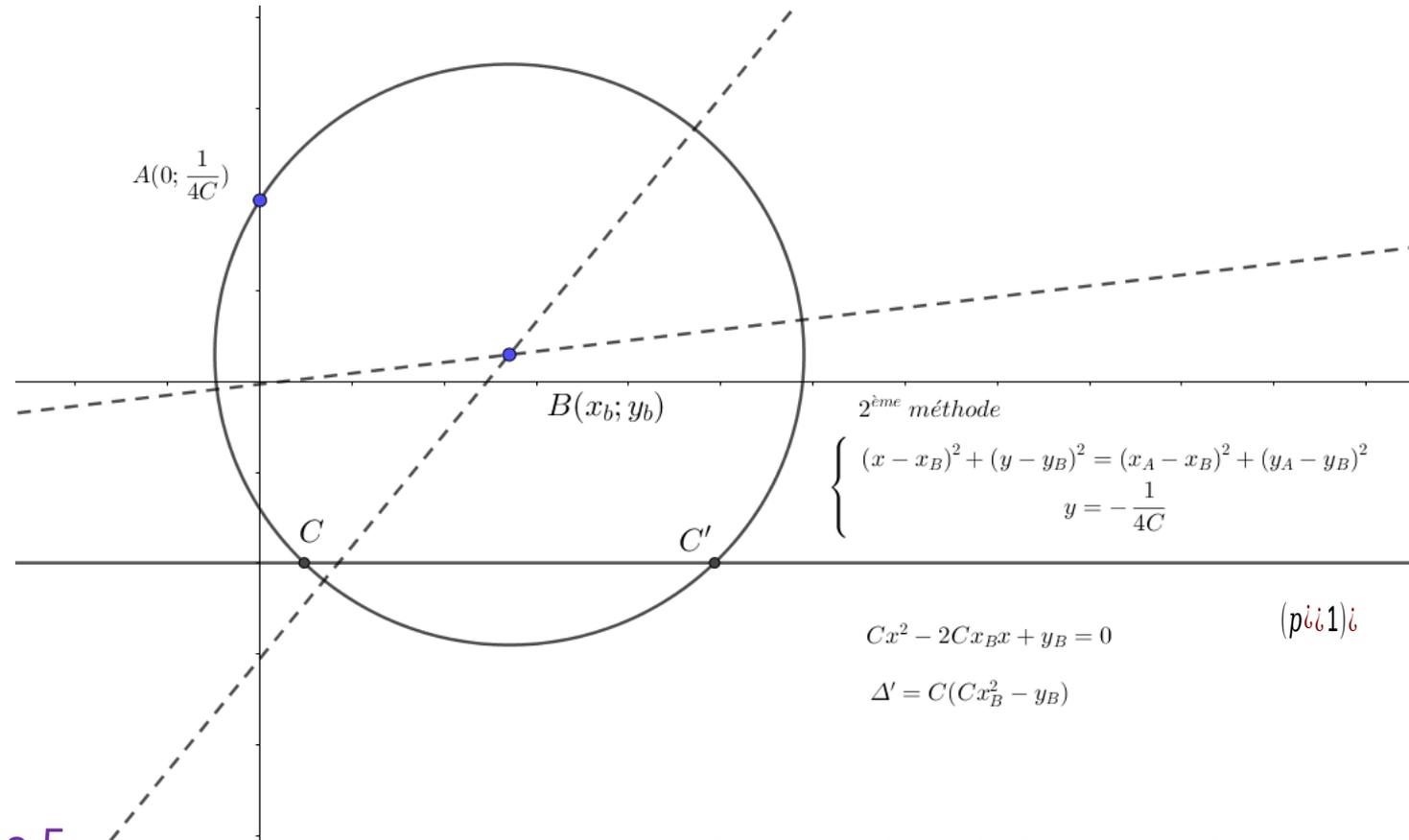




# Don Quichotte

## Axiome 5 de l'origami

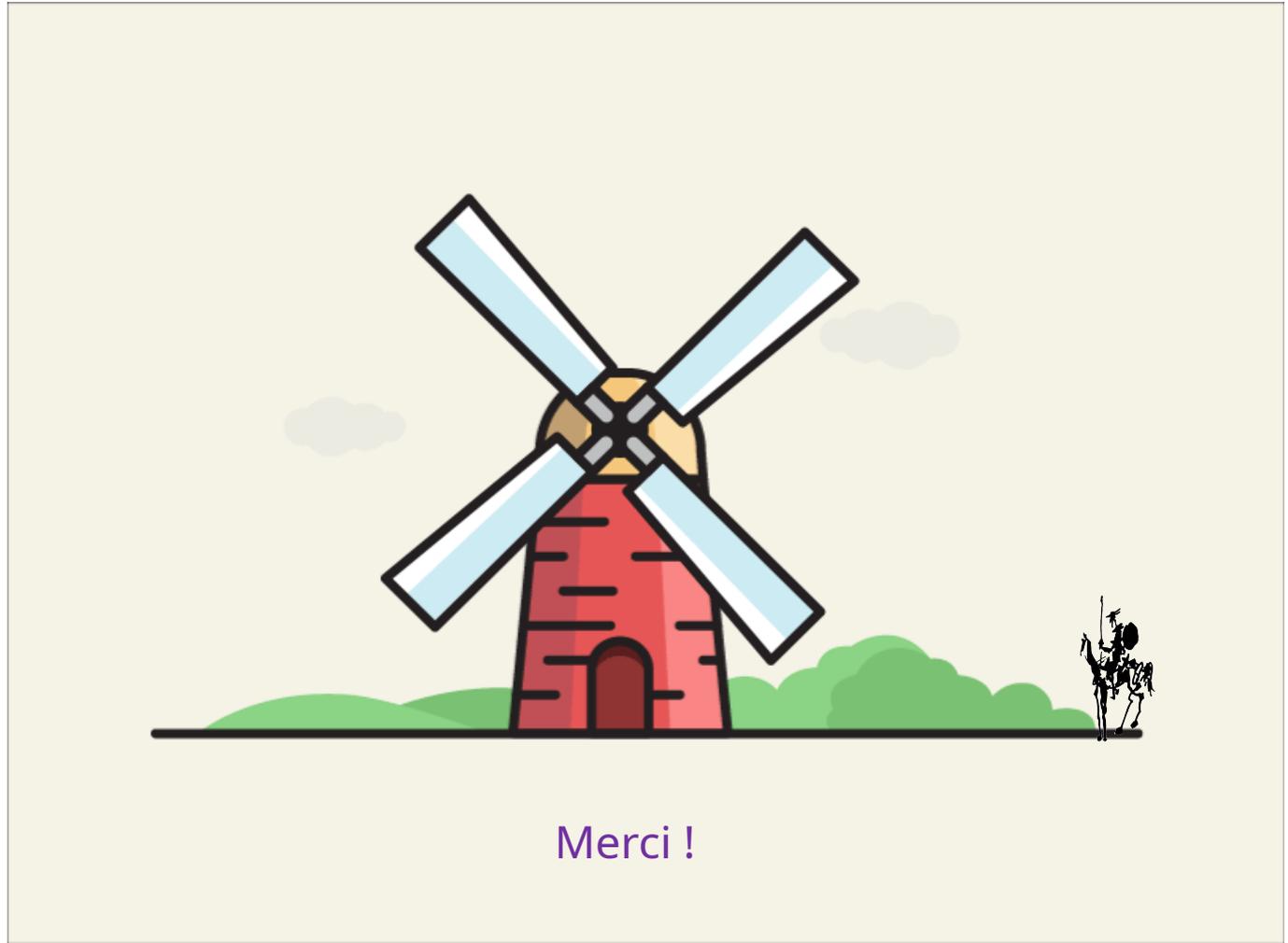
Étant donnés deux points et un pli existe zéro, un ou deux plis amenant sur passant par .



Axiome 5



# Don Quichotte



Merci !

Origamix Spécial : De la paire de ciseaux à Don Quichotte ...

Fin