Les opérations élémentaires dans l'Égypte ancienne

Martine BOSC

IREM Aix-Marseille

Deux systèmes d'écriture des nombres

Le système hiéroglyphique gravé sur les monuments

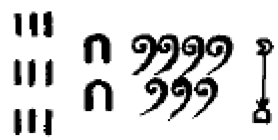
Le système hiératique (papyrus de Rhind – XVIe s. av. J.C.)

Martine BOSC

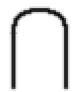
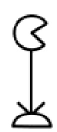
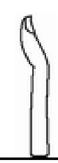
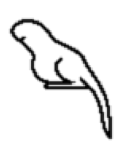
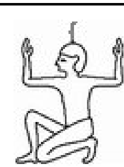
IREM Aix-Marseille

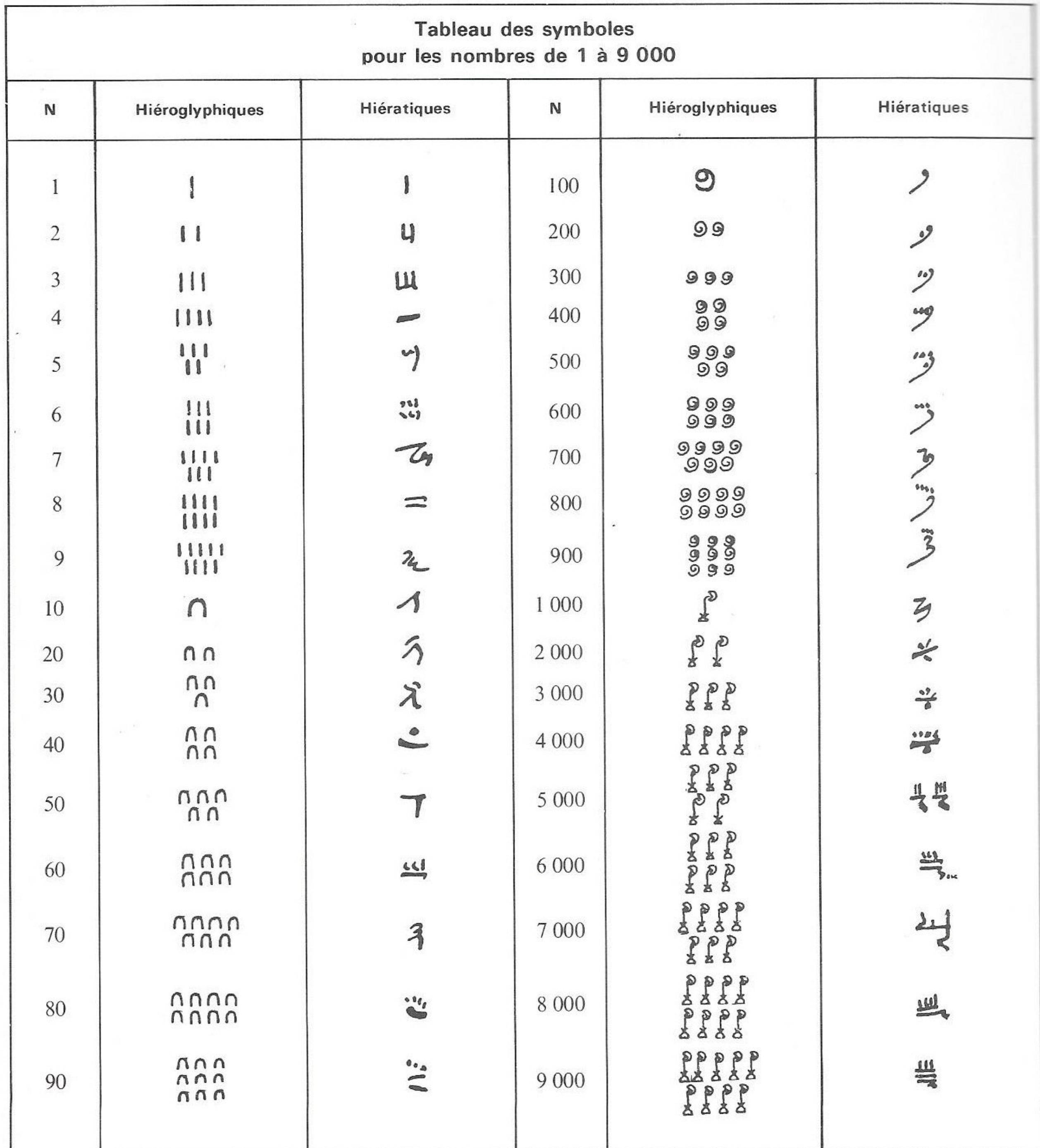
Un système additif non positionnel de base 10

- Des symboles pour les puissances de 10 placés dans un ordre quelconque, parfois sur plusieurs lignes pour faciliter la lecture

1729 s'écrit  ou 

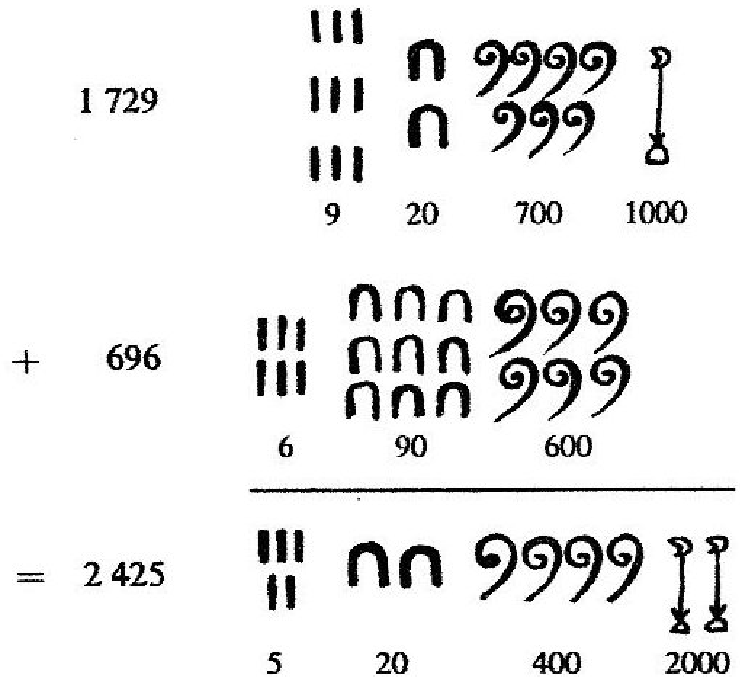
- Un système simple pour les additions et soustractions mais compliqué pour les multiplications et divisions

Nombre	Symbole
1	**Bâton**
10	 **Anse de panier**
100	 **ou**  **Corde ou papyrus**
1000	 **Fleur de lotus**
10 000	 **Doigt en l'air**
100 000	 **Têtard ou grenouille**
1 000 000	 **Homme agenouillé bras vers le ciel ou dieu soutenant le ciel**



Histoire universelle des chiffres G. Ifrah

Un exemple d'addition



Une technique de multiplication

- Elle utilise la connaissance des puissances de 2
- Elle consiste à faire des multiplications par 2 des additions et des soustractions
- Elle est basée sur la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition
- Son application peut faire l'objet d'un exercice de calcul mental (calculs de doubles, additions)
- Sa justification peut faire l'objet d'une activité sur la distributivité

Étape 1 : On connaît ou on dispose d'une table de puissances de 2.

On décompose l'un des facteurs (souvent le plus petit) en somme de puissances de 2. On inscrit les puissances de 2 verticalement jusqu'à la plus grande puissance figurant dans cette décomposition.

Étape 2 : on effectue des multiplications successives de l'autre facteur par 2. On les inscrit verticalement en regard des puissances de 2

Étape 3 : on ajoute les produits situés en regard des puissances de 2 figurant dans la décomposition du premier facteur.

Un exemple de multiplication

45 x 57 = 2565

1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

45 = 32 + 13 = 32 + 8 + 5 = 32 + 8 + 4 + 1

1	**57**
2	**114**
4	**228**
8	**456**
16	**912**
32	**1824**
	2565

Une technique de division

- Elle utilise la connaissance des puissances de 2
- Elle consiste à faire des multiplications par 2 des additions et des soustractions
- Elle utilise le fait que c'est l'opération inverse de la multiplication
- Son application peut faire l'objet d'un exercice de calcul mental (calculs de doubles et additions) ou d'algorithmique (multiplications par 2 tant que …)

Étape 1
On multiplie le diviseur par 2 tant que le produit reste inférieur au dividende
On dispose les résultats verticalement

Étape 2 : on décompose le dividende en somme des produits obtenus à l'étape 1 ; on obtient le reste

Étape 3 : On connaît ou on dispose d'une table de puissances de 2.
On dispose les premières puissances de 2 verticalement en regard des produits obtenus à l'étape 1

Étape 4 : on ajoute les puissances de 2 en regard des produits figurant dans la décomposition du dividende.

Un exemple de division euclidienne

$860 = 37 \times 23 + 9$

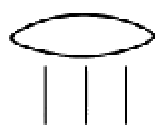
37	1
74	2
148	4
	8
592	16
	23

$860 \; = \; = 592 + 148 + 74 + 37 + 9$

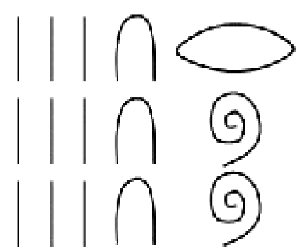
Quotient : 23

Reste : 9

Calculs sur les fractions



= 1 / 3



= 1 / 239

1/2, 1/3, 2/3 et 1/4 sont représentées par des symboles spécifiques :

Martine BOSC **IREM Aix-Marseille**

Décomposition d’une fraction en somme de fractions unitaires

On ne sait pas exactement comment ils procédaient.
Plusieurs méthodes sont envisageables:

Méthodes de décomposition possibles

Toute fraction supérieure à 1 est décomposée en somme d’un entier et d’une fraction inférieure à 1.

2. La technique de Fibonacci
Il l'expose en 1201 dans son *Liber Abaci* .
Sylvester « redécouvre » cet algorithme glouton en 1880.

Le principe :

- **Choisir la fraction unitaire : inverse de l'entier immédiatement supérieur à l'inverse de F**
- **Calculer la différence**

- Réitérer jusqu'à l'obtention de différences s'exprimant toutes sous forme de fractions unitaires.

Voir bulletin APMEP n° 492
Voir fiche TI :
https://education.ti.com/sites/FRANCE/downloads/pdf/N3.pdf

Exemples d'activités classe