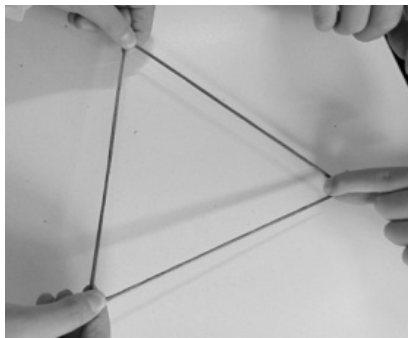


| | <i>Titolo</i> | <i>Livello</i> | <i>Origine</i> | <i>Ambit</i> |
|----|---------------------------|----------------|----------------|--|
| 1 | La boucle | 3 4 | 20.I | Géométrie, figure de mêmes périmètres |
| 2 | La paroi de Paul | 3 4 | RZ | Pavage et comptage |
| 3 | Nombres inconnus | 3 4 5 | 20.II | Arihmétique, intervalle de \mathbf{N} |
| 4 | Papillons sur fenêtres | 3 4 5 | 20.F | Arihmétique, restes et complements |
| 5 | Billes de couleur | 3 4 5 | SI | Arihmétique, décomposition additive |
| 6 | L'âge de la tante Ester | 4 5 6 | RZ | Arihmétique, addition et différences |
| 7 | Les ombres I | 5 6 | LU | Projection d'une construction sur un plan |
| 8 | Le potager à partager | 5 6 | GTGP | Géométrie, trapèze |
| 9 | Les vignettes d'Albert | 5 6 | SI | Arithmétique, classes de resste |
| 10 | Olympiades de calcul I | 6 7 | GTNU | Arithmétique, fonctions |
| 11 | Ludo et Alice | 6 7 | GTCP | Vitesses de deux personnages |
| 12 | Quizz en couleurs | 6 7 | 20.I.12 | Arithmétique, combinaisons d'opérations |
| 13 | Le terrain à diviser | 7 8 | GTGP | Géométrie, trapèze |
| 14 | Vases de terre cuite | 7 8 9 10 | SI | Arithmétique, |
| 15 | Les ombres II | 7 8 9 10 | LU | Projections d'une construction sur un plan |
| 16 | Girouette de triangles | 7 8 9 10 | GPIL | Géométrie aire |
| 17 | Deux fourmis en promenade | 8 9 10 | GTGP | Géométrie, distaances sur pavage |
| 18 | Olympiades de calcul II | 8 9 10 | GTNU | Arithmétique, fonctions |
| 19 | Les 9 rectangles | 8 9 10 | GTCP | Proportionnalité |
| 20 | Des boules dans un sac | 9 10 | BB | Probabilités |

1. LA BOUCLE (Cat. 3, 4)

Thomas et Antoine, forment des figures en tendant une boucle de ficelle sur leurs doigts. Voici une photo de la première figure qu'ils forment en tendant la ficelle sur trois doigts.



C'est un triangle dont les côtés mesurent 12 cm chacun.

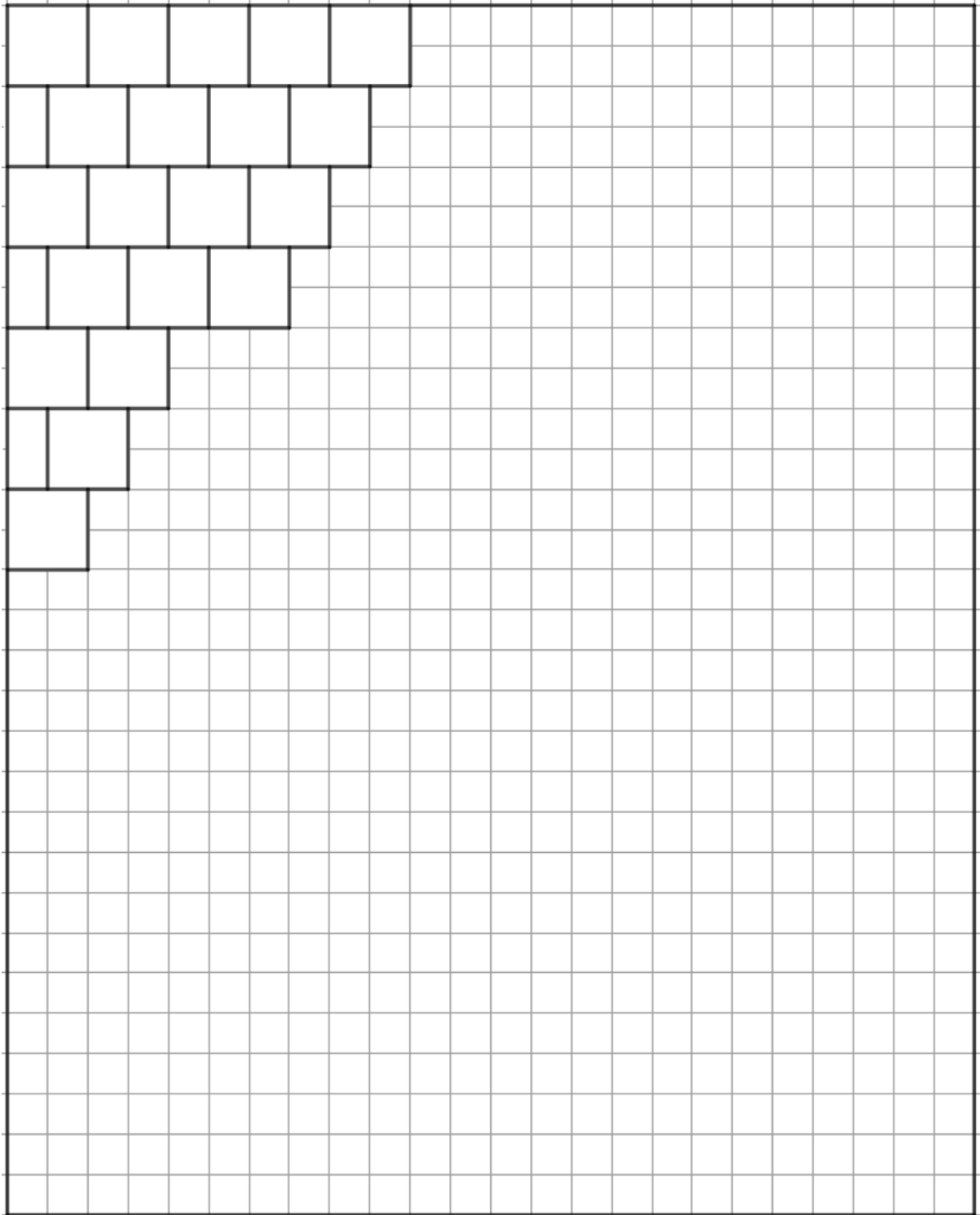
La deuxième figure qu'ils forment avec la même boucle de ficelle est un carré.

Combien mesurent les côtés du carré formé par Thomas et Antoine ?

Dessinez le carré avec précision selon les mesures que vous avez trouvées.

2. LA PAROI DE PAUL (Cat. 3, 4)

Paul doit recouvrir une paroi de sa nouvelle salle de bains. Il dispose de 200 carreaux carrés. Il a déjà posé les premiers carreaux dont certains sont coupés en deux moitiés de carreaux, comme vous le voyez sur le dessin de la paroi ci-dessous.



Lorsque Paul aura terminé son travail, combien de carreaux auront été coupés en deux moitiés ?

Combien de carreaux lui restera-t-il ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

3. NOMBRES INCONNUS (Cat. 3, 4, 5)

Voici une liste de nombres :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

Charlotte a choisi un nombre de cette liste, Élise en a choisi un autre, plus grand.

Charlotte additionne tous les nombres de la liste plus petits que le sien.

Élise additionne tous les nombres de la liste plus grands que celui de Charlotte mais plus petits que le sien.

Elles constatent qu'elles obtiennent le même résultat.

Quel est le nombre choisi par Charlotte ?

Quel est le nombre choisi par Élise ?

Montrez comment vous avez trouvé vos réponses.

4. PAPILLONS SUR FENÊTRES (cat. 3, 4, 5)

Les élèves de la classe de Dora ont préparé des papillons de papier coloré pour décorer les fenêtres de leur classe.

Ils collent un premier papillon sur chaque fenêtre, puis un deuxième, puis un troisième et lorsqu'il y a 4 papillons sur chaque fenêtre, ils s'aperçoivent qu'il y a encore 2 papillons à coller.

Ils décident alors d'ajouter un cinquième papillon sur chaque fenêtre mais ils s'aperçoivent qu'ils auraient dû en préparer 3 de plus.

Combien y a-t-il de fenêtres dans leur classe ?

Combien de papillons les élèves ont-ils préparé ?

Montrez comment vous avez trouvé vos réponses.

5. BILLES DE COULEUR (Cat. 3, 4, 5)

Armand a 46 billes : des rouges, des jaunes, des vertes et des bleues.

Il remarque que :

- si on compte les billes de même couleur on trouve toujours un nombre pair ;
- ces nombres sont tous différents ;
- les billes les plus nombreuses sont les jaunes ; il y en a 16 ;
- les billes vertes sont les moins nombreuses ;
- les billes rouges sont moins nombreuses que les bleues.

Combien pourrait-il y avoir de billes vertes ?

Combien pourrait-il y avoir de billes rouges ?

Combien pourrait-il y avoir de billes bleues ?

Donnez toutes les possibilités et montrez comment vous les avez trouvées.

6. L'ÂGE DE LA TANTE ESTHER (Cat. 4, 5, 6)

En 2024, les cousins Anne, Béa, Charles et Diego discutent à propos de l'âge de leur tante Esther, qui vient de fêter son anniversaire.

Anne : « Notre tante a plus de 83 ans ! »

Bea : « Notre tante est née en 1938 »

Charles : « Notre tante Esther a moins de 87 ans. »

Diego : « Notre tante est née en 1940 ».

Deux d'entre eux seulement ont raison, les deux autres se trompent.

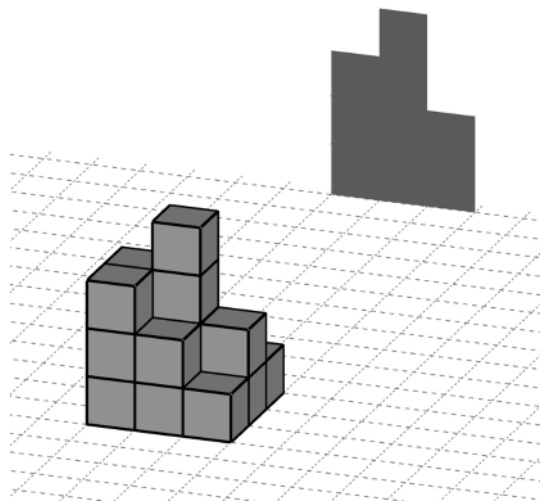
Quel est l'âge de la tante Esther ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

7. LES OMBRES (I) (Cat. 5, 6)

Claude construit des tours de cubes.

En voici un modèle, éclairé par une lampe posée sur le sol, avec son ombre sur la paroi.



Il se dit : « Je peux obtenir exactement la même ombre avec une construction réalisée avec un nombre différent de cubes. »

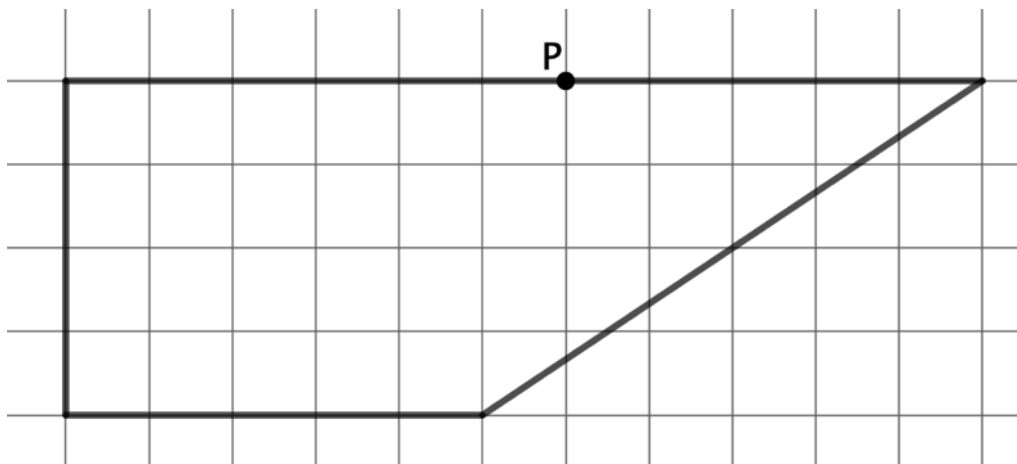
Quel est le plus petit nombre de cubes que Claude peut utiliser pour obtenir la même ombre ?

Quel est le plus grand nombre de cubes que Claude peut utiliser pour obtenir la même ombre, avec une construction réalisée sur une base carrée de 9 cubes (3×3) ?

Montrez comment vous avez trouvé vos réponses.

8. LE POTAGER À PARTAGER (Cat. 5, 6)

Julie et François ont hérité de leur grand-père un jardin potager, pour cultiver leurs légumes préférés, qui a la forme d'un trapèze rectangle dont trois côtés mesurent 11, 4 et 5 m (voir ci-dessous).



Les deux enfants veulent le partager en deux parties de même aire au moyen d'une cordelette tendue entre un piquet **P** planté sur le grand côté à 5 m de la « pointe » du jardin potager et un autre piquet **Q** planté sur le côté opposé au grand côté.

Placez le point Q sur la figure et tracez le segment PQ qui partage le potager en deux parties de même aire.

Montrez comment vous avez trouvé la position du piquet Q.

9. LES VIGNETTES D'ALBERT (Cat. 5, 6)

Albert a terminé son album de footballeurs et il lui reste moins de 90 vignettes.

Il les conserve dans cinq enveloppes qui contiennent chacune le même nombre de vignettes.

Albert a sept amis et, s'il donne à chacun le même nombre de vignettes, il lui en restera une.

Quel peut être le nombre de vignettes que chaque ami peut recevoir ?

Donnez toutes les solutions possibles et expliquez comment vous les avez trouvées.

10. OLYMPIADES DE CALCUL (I) (Cat. 6, 7)

Les élèves de la classe de Gérard s'entraînent pour les olympiades de calcul.

Gérard dit :

Je suis parti d'un nombre entier, je l'ai divisé par 3 puis j'ai ajouté 5 au résultat obtenu ; puis, une deuxième fois, j'ai divisé par 3 le dernier résultat et j'ai ajouté 5, puis, une troisième fois, j'ai divisé le dernier résultat par 3 et j'ai ajouté 5, puis, une quatrième fois, j'ai divisé le dernier résultat par 3 et j'ai ajouté 5 pour arriver finalement à 8.

De quel nombre Gérard est-il parti pour arriver à 8 ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

11. LUDO ET ALICE (Cat. 6, 7)

Alice et son petit frère Ludo doivent aller au village voisin en suivant la même route.

En une minute, en marchant régulièrement, Alice parcourt 60 mètres alors que Ludo ne parcourt que 40 mètres dans le même temps.

Ludo part avant Alice. Lorsqu'Alice part, Ludo a déjà parcouru 300 mètres et il continue à marcher.

Combien faut-il de minutes à Alice pour rattraper Ludo ?

Expliquez comment vous avez trouvé la réponse.

12. QUIZ EN COULEURS (Cat. 6, 7)

Au célèbre jeu télévisé « Quiz en couleurs » chaque concurrent doit répondre à 5 questions qui peuvent être au hasard de deux types : rouge ou bleue. S'il répond correctement à une question rouge, il gagne 4 000 €, s'il répond correctement à une question bleue il gagne 6 000 €.

Mais, attention, s'il répond faux à une question, qu'elle soit rouge ou bleue, la somme gagnée jusque-là est divisée par 2 !

Fabio et Marco sont sélectionnés pour participer au jeu à deux moments différents. Ils se trompent tous les deux à leur deuxième et à leur quatrième question mais répondent juste à toutes leurs autres questions. À la fin, Fabio a gagné 1 500 € de plus que Marco.

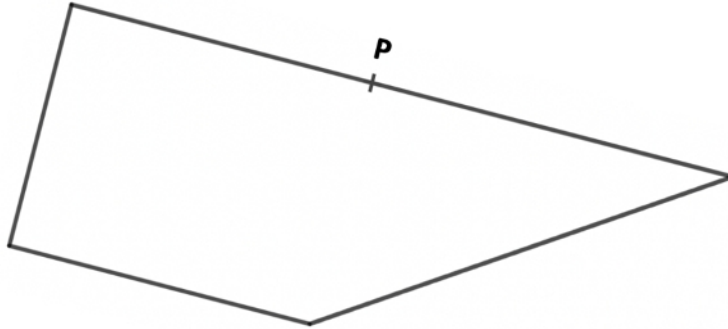
Quelles sont les couleurs des questions auxquelles Fabio a répondu correctement ?

Donnez toutes les possibilités et montrez comment vous les avez trouvées.

13. LE TERRAIN À DIVISER (Cat. 7, 8)

Denis et Rose ont hérité une parcelle de terrain qui a la forme d'un trapèze rectangle. Le côté le plus long mesure 110 m, le côté opposé parallèle mesure 50 m, la distance entre ces côtés est de 40 m.

Ils veulent diviser le terrain en deux parties d'aire égale au moyen d'une clôture, posée en ligne droite à partir d'un piquet (P) planté sur le côté le plus long à une distance de 60 m du sommet de l'angle aigu.



Dessinez sur la figure le segment [PQ], qui divise le terrain en deux parties d'aire égale.

Quelles sont les distances du point Q aux deux extrémités du côté sur lequel il se situe ?

Expliquez et montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

14. VASES DE TERRE CUITE (Cat. 7, 8, 9, 10)

Pierre possède un magasin de jardinage. Ses vases en terre cuite décorés sont très demandés. Ils sont de trois formats : « petits », « moyens » et « grands », et ont bien entendu des prix différents :

- le prix d'un petit vase est le tiers du prix d'un vase moyen ;
- le prix d'un grand vase est le double de celui d'un vase moyen.

Hier, Pierre a vendu 10 petits vases, 3 vases moyens et un grand vase.

Mais aujourd'hui, il a vendu 6 petits vases, 2 vases moyens et 4 grands vases ce qui lui a rapporté 253 euros de plus qu'hier.

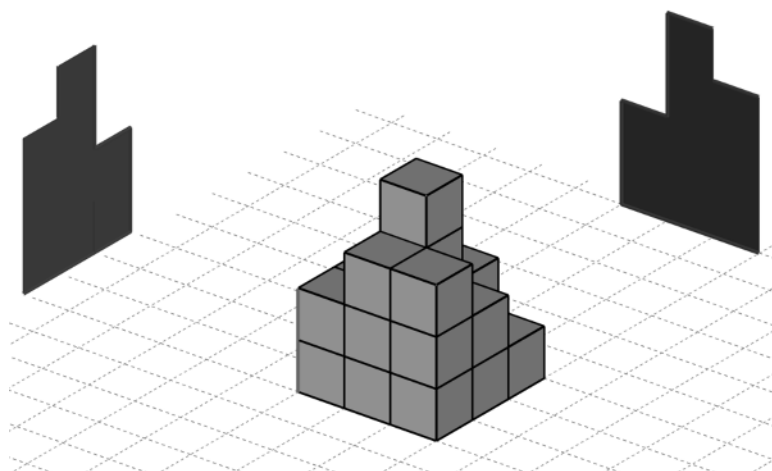
Quel est le prix en euros de chaque type de vase ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

15. LES OMBRES (II) (Cat. 7, 8, 9, 10)

Claude construit des tours avec des cubes.

En voici un modèle, éclairé par deux lampes posées sur le sol, avec ses ombres sur deux parois



Il se dit : « Je peux obtenir exactement les mêmes ombres avec une construction réalisée avec un nombre différent de cubes. »

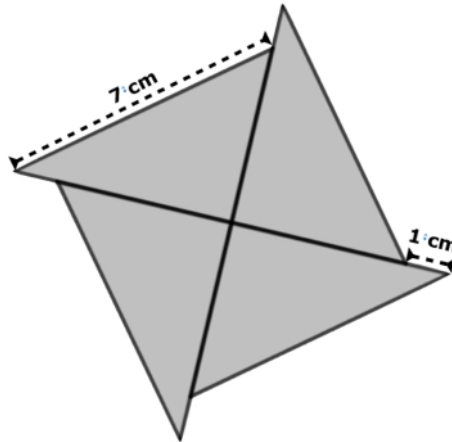
Quel est le plus petit nombre de cubes que Claude peut utiliser pour obtenir les deux mêmes ombres ?

Quel est le plus grand nombre de cubes que Claude peut utiliser pour obtenir les deux mêmes ombres ?

Expliquez votre raisonnement.

16. GIROUETTE DE TRIANGLES (Cat. 7, 8, 9, 10)

En fouillant dans le grenier, Michelle a trouvé une boîte avec cette image sur le couvercle.



À l'intérieur, il y a quatre triangles rectangles égaux, en bois.

Michelle apporte la boîte à son frère David qui, après un rapide coup d'œil, lui dit qu'il peut facilement trouver l'aire exacte de chacun des quatre triangles égaux.

Cela ne semble pas si facile pour Michelle, mais elle essaie de déplacer légèrement les triangles, sans les tourner ni les retourner et elle découvre qu'elle peut former, avec ces quatre pièces, un carré qui a un trou au milieu. Elle trouve ainsi immédiatement la solution en utilisant uniquement les mesures qu'elle voit sur la figure.

Quelle est l'aire exacte de chaque triangle ?

Montrez comment vous avez trouvé la réponse.

17. DEUX FOURMIS EN PROMENADE (Cat. 8, 9, 10)

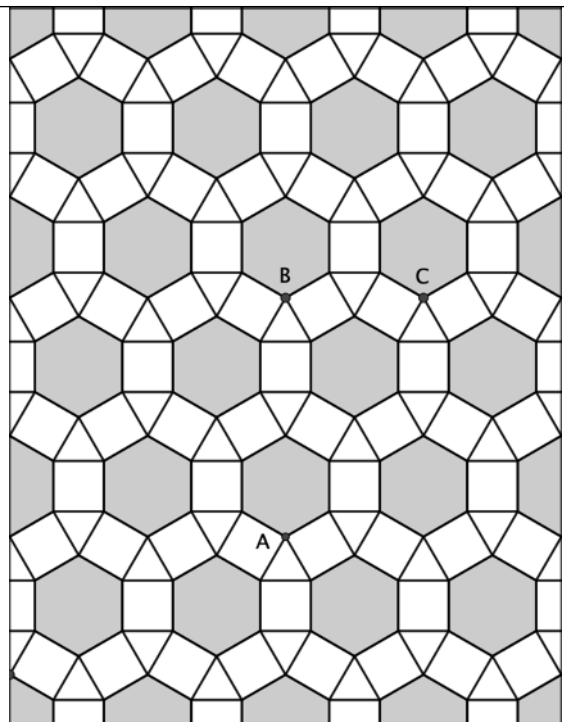
Deux fourmis heureuses se promènent sur ce pavage.

L'une d'entre elles part du point A et, en suivant 6 côtés (chacun de longueur 1 dm) de polygones (les joints), arrive au point B. L'autre part, elle aussi, du point A et arrive au point C, en suivant également 6 côtés de polygones.

Trouvez les distances que les deux fourmis parcourraient, si elles partaient du point A à leurs points d'arrivée respectifs (B et C), cette fois en ligne droite.

Donnez les détails de vos calculs.

(la mesure de la hauteur d'un triangle équilatéral de côté 1 dm est égale à $\sqrt{3}/2$ dm)



18. OLYMPIADES DE CALCUL (II) (Cat. 8, 9, 10)

Gérard s'est inscrit aux Olympiades de calcul et il s'entraîne à diviser des nombres naturels par 3 puis à ajouter 5 au résultat obtenu, puis de répéter les deux opérations aussi longtemps qu'il obtient un nombre naturel.

Par exemple, s'il choisit 30 comme nombre de départ, il obtient le nombre naturel 15 après la suite des deux opérations ($30 : 3 + 5 = 15$) et s'il répète les deux opérations successives à partir de 15, il obtient encore un nombre naturel, 10 ($15 : 3 + 5 = 10$). Mais il ne peut pas répéter la séquence des deux opérations car il n'obtiendrait pas un nombre naturel ($10 : 3 + 5 = 25/3$).

Gérard cherche, tous les nombres naturels plus petits que 10 000 à partir desquels il pourra obtenir 8 par la séquence des deux opérations « diviser par 3 puis ajouter 5 », exécutée une ou plusieurs fois.

Trouvez de quels nombres inférieurs à 10 000, Gérard doit partir pour arriver à 8 et, pour chacun d'eux, indiquez combien de fois il doit répéter la séquence des deux opérations.

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

19. LES NEUF RECTANGLES (Cat. 8, 9, 10)

On trace à l'intérieur d'un rectangle, deux segments parallèles à deux côtés du rectangle et deux autres segments parallèles aux autres côtés pour obtenir ainsi une figure composée de 9 rectangles, dont on connaît les aires de cinq d'entre eux, en cm^2 .

| | | |
|----|----|----|
| 9 | | |
| | | 17 |
| 18 | 15 | 20 |

Attention, le dessin n'est pas à l'échelle !

Trouvez l'aire totale du grand rectangle.

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

20. DES BOULES DANS UN SAC (Cat. 9, 10)

Aldo, Bruno et Carlo ont chacun un sac contenant des boules blanches et noires. Ils constatent que s'ils ajoutaient chacun deux boules noires dans leur sac, le nombre des boules noires serait alors le double du nombre des boules blanches dans chacun de leur sac. Aldo affirme que $\frac{8}{13}$ des boules de son sac sont noires ; Bruno déclare que dans le sien, les boules noires représentent $\frac{7}{10}$ du total ; Carlo dit que dans le sien les boules noires sont $\frac{7}{11}$ du total.

Maria, qui les a écoutés, dit que l'un des trois s'est trompé.

Prouvez que Maria a raison, précisez qui des trois s'est trompé et calculez combien il y a de boules blanches et de boules noires dans les autres sacs.

Expliquez votre raisonnement.