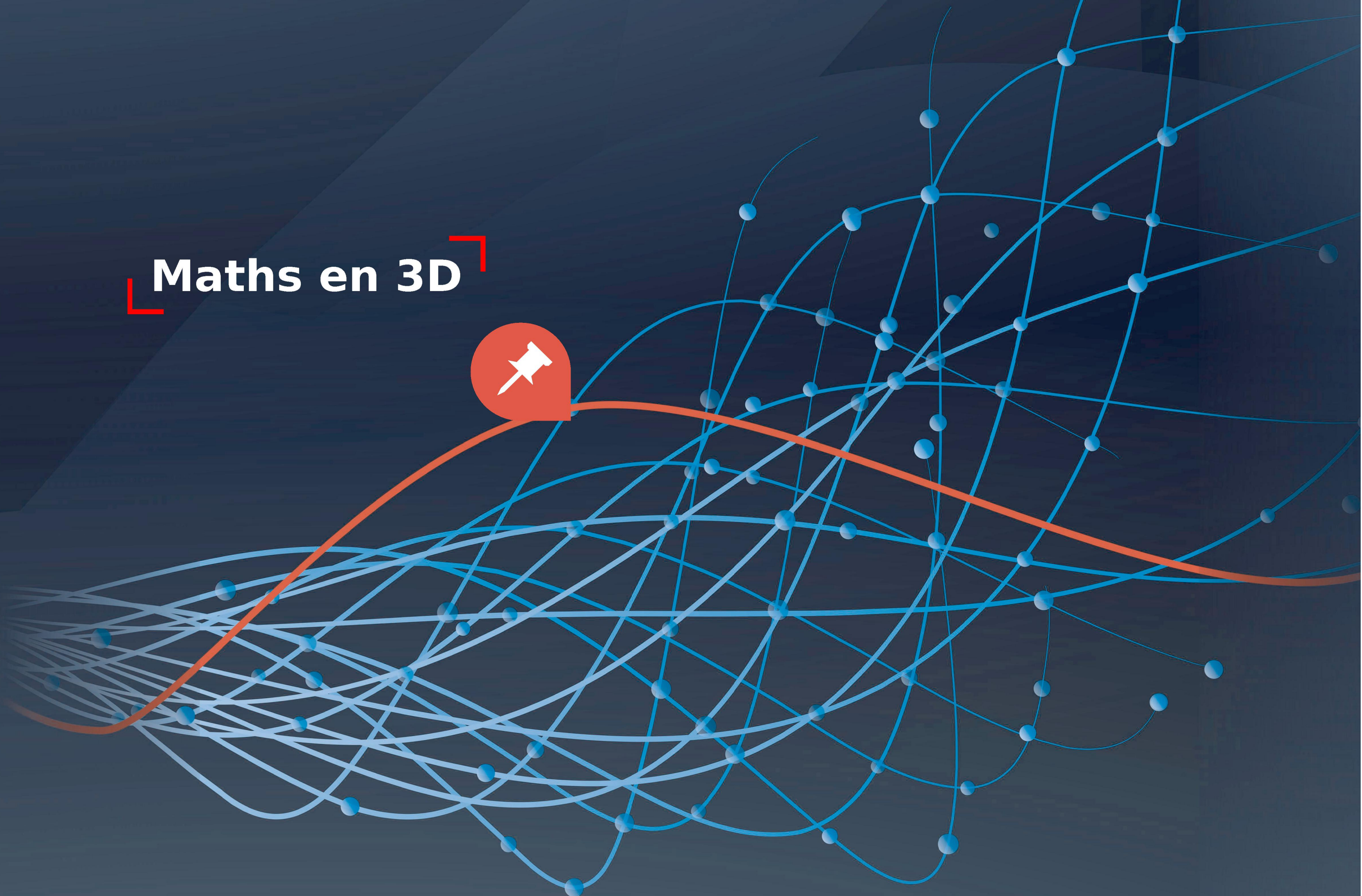
Le bulletin de l’APMEP - N° 551

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l’université

Édition Janvier, Février, Mars 2024

Maths en 3D



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l’Enseignement Public

ASSOCIATION
DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES
DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris
Tél. : 01 43 31 34 05
Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : https://www.apmep.fr
Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
https://afdm.apmep.fr

Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents *via* une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonceurs : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

Au fil des maths – le bulletin de l'APMEP

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.
Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.
La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD
Dépôt légal : Mars 2024. ISSN : 2608-9297.
Impression : Imprimerie Corlet
ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau

Catégorisons des formes en maternelle

Suite à la parution de son article N'oublions pas la géométrie *dans notre bulletin nº 548, Valentina Celi nous propose une réflexion sur les problèmes de catégorisation de formes, en éclairant particulièrement leur intérêt pour le développement des premiers apprentissages géométriques en cycle 1.*

Valentina Celi

Dès le plus jeune âge, nous sommes amenés à créer des catégories lorsque nous considérons de manière équivalente des objets, des personnes ou des situations qui partagent des propriétés communes. Dans le traitement de ces informations, la prise de conscience des modalités d'organisation mises en œuvre pour créer les diverses catégories nous permet alors de structurer les premiers concepts [1]. Cela semble ainsi justifier pourquoi, dans le programme d'enseignement de l'école maternelle [2], une attention particulière est portée sur les problèmes de catégorisation d'objets. Nous lisons notamment : « *Très tôt, les enfants regroupent les objets. À l'école, ils sont incités à "mettre ensemble ce qui va ensemble" pour comprendre que tout objet peut appartenir à plusieurs catégories et que certains objets ne peuvent pas appartenir à celles-ci. Par des observations, des comparaisons, des tris, les enfants sont amenés à mieux distinguer différents types de critères* » [2, p. 17].

En relation avec les premiers apprentissages géométriques, quels matériels les enseignants proposent-ils à leurs élèves pour aborder des problèmes de catégorisation de formes géométriques ?

À travers l'analyse de trois scénarios réellement vécus dans trois classes de cycle 1, nous discutons ici sur les matériels les plus appropriés pour faire émerger des propriétés géométriques et leur adéquation avec les premiers apprentissages de l'école maternelle dans le domaine de la géométrie.

Catégoriser des formes géométriques : présentation de trois scénarios

Scénario 1 : dans la classe de Prisca

Prisca propose à cinq de ses élèves (4-5 ans) de « trier » un assortiment de soixante formes usuelles en plastique ayant toutes des axes de symétrie (disques, triangles équilatéraux, carrés, rectangles, hexagones réguliers). Ces formes, données toutes en une seule fois, sont bleues, rouges ou jaunes et, selon la nature, de deux tailles différentes [1]. Cinq barquettes sont aussi fournies, posées au centre de la table où les élèves sont en activité (figure 1).

Figure 1. *Dans la classe de Prisca.*

Libres d'agir, les élèves mettent ensemble les formes selon leur couleur. Par son intervention, Prisca conduit les élèves à choisir un autre critère

1. La relation « de même taille » est ici utilisée pour indiquer des figures mathématiquement isométriques.

de catégorisation : elle commence par nommer et placer un triangle bleu et un triangle jaune dans une même boîte et, sous son accompagnement, les élèves réalisent alors cinq catégories – disques, triangles, carrés, rectangles et hexagones. La séance se termine en renommant les formes contenues dans chaque barquette.

Scénario 2 : dans la classe de Nina

Nina propose à quatre de ses élèves (3-4 ans) vingt formes usuelles en plastique de la même nature que celles du scénario 1, avec des axes de symétrie mais toutes de la même couleur ; données en une seule fois, chaque type de forme est présent dans deux tailles différentes et une pile de barquettes est posée sur la table au début de la mise en activité. Nina invite ses élèves à mettre ensemble *« ce qui est pareil »*. Dans une première phase, le travail des élèves se conclut par la réalisation de huit catégories : les carrés, les disques, les petits rectangles, les grands rectangles, les petits triangles, les grands triangles, les petits hexagones et les grands hexagones. Interrogés sur la catégorie des carrés, ils conviennent qu'ils sont tous dans la même boîte car *« ce sont tous des carrés »*. Ils concluent de manière analogue pour les disques (figure 2).

Figure 2. *Dans la classe de Nina.*

Questionnés sur les autres formes, (*« Est-ce qu'il y a des formes que vous pouvez mettre ensemble ? Qui sont les mêmes ? Est-ce qu'il y a des grands qui peuvent aller avec des petits ? »*), un élève propose de mettre ensemble tous les triangles sans pourtant savoir exprimer les raisons de ce choix. C'est Nina qui encourage alors les élèves à compter les « pics » et conclure enfin avec eux que, puisque « ces formes ont toutes trois pics, on les met ensemble ». Pour les rectangles, elle parvient à faire remarquer aux élèves que, quelle que soit la taille, *« il y a deux traits petits et deux traits grands »*. Pour les hexagones, c'est enfin un élève qui propose de les mettre tous ensemble. À la question de Nina : *« Pourquoi ? »*, un autre élève suggère de compter les *« traits »*, ils conviennent alors que *« ces formes vont ensemble car elles ont le même nombre de traits »*. Bien qu'ils suivent un autre cheminement, ils parviennent ici à identifier cinq catégories, comme dans la classe de Prisca.

Scénario 3 : dans la classe de Sara

Sara soumet à ses élèves (4-5 ans) un problème de catégorisation à partir d'un assortiment de onze formes inusuelles [2], d'une seule couleur, de taille similaire. Il y a des formes à bords droits, à bord arrondi sans points anguleux, à bords mixtes avec des points anguleux ; trois formes sont sans axe de symétrie (figure 3, les formes sont désignées ici par les lettres de l'alphabet afin de les évoquer plus facilement par la suite).

Au début de la mise en activité, l'enseignante pose sur la table toutes ces formes en une seule fois, sans prévoir aucun contenant.

Assez rapidement, les élèves se trouvent d'accord pour mettre ensemble les formes ayant le bord arrondi (formes a, b et c de la figure 3). Un élève propose d'y ajouter la forme hexagonale (forme e), d'autres élèves s'y opposent et l'un d'entre eux précise que *« c'est pointu et là* (en indiquant les formes a, b et c) *ce n'est pas pointu »*. En s'appuyant sur cette remarque, les élèves séparent les formes « pointues » (e, f, g et h) des formes

2. Il s'agit de formes extraites d'un assortiment réalisé par Sylvia Coutat et Céline Vendeira-Maréchal.

« pas pointues », voire « arrondies » (a, b, c, et d). Il reste ainsi trois formes (m, n et p) : en touchant leurs bords et leurs pointes, les élèves constatent qu'elles sont *« arrondies et pointues »*. Ils décident alors qu'elles sont à la fois dans les deux catégories déjà constituées, un élève propose de le mettre entre les deux. Les onze formes sont finalement organisées en trois catégories : arrondies (a, b, c et d), pointues (e, f, g et h), pointues et arrondies (m, n et p).

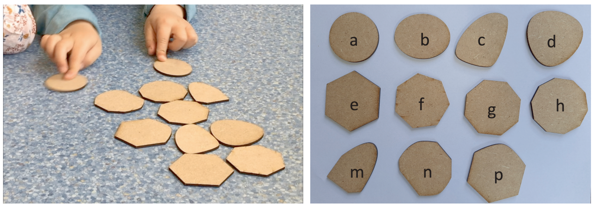


Figure 3. *Les onze formes inusuelles dans la classe de Sara.*

Appréhension et catégorisation de formes géométriques

Un enfant reconnaît d'abord les formes en les saisissant intellectuellement de manière globale, nous disons selon une *appréhension globale*. C'est par l'articulation des perceptions *haptique*[3] et visuelle que l'enfant peut alors être aidé à dépasser ses premières appréhensions spontanées pour commencer à appréhender les formes de manière locale et donc plus analytique, selon celle que nous appelons une *appréhension séquentielle* [4].

Les trois scénarios décrits ci-dessus nous amènent à nous intéresser à des formes géométriques *usuelles* (scénarios 1 et 2) et *inusuelles* (scénario 3).

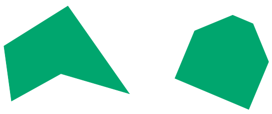
Les formes usuelles ont pour particularité d'avoir un nom associé de manière univoque à leur nature. Ainsi leur catégorisation peut-elle se faire en associant chaque forme à son nom puis en mettant ensemble les formes de même nom ; d'une autre façon, on peut mettre ensemble les formes qui sont de même nature et étiqueter ensuite chaque catégorie par leur nom. La catégorisation de diverses formes usuelles s'organise selon un traitement *holistique*[4] autour de la nature des formes en jeu : on met ensemble les formes qui sont pareilles, qui se ressemblent, selon une appréhension globale. Afin d'affiner leur étude par un traitement *analytique*[5], on peut amener les élèves à créer des catégories en distinguant la nature de leurs bords (droits ou arrondis) ou encore la présence ou pas de points anguleux : au sein des formes usuelles présentes dans les scénarios 1 et 2, il y aurait deux catégories, disques et polygones. Un autre critère pourrait s'appuyer sur le nombre de bords droits, il y aurait alors quatre catégories : pas de bords droits, trois, quatre, six.

Dans le cas de formes inusuelles, aucun nom précis ne leur est associé : cela favorise alors la catégorisation s'appuyant sur les propriétés géométriques et celle-ci s'opère nécessairement selon un traitement analytique. L'étude de ces formes conduit donc naturellement à dépasser leur appréhension globale pour les appréhender de manière séquentielle en s'intéressant à la nature des bords ou à la présence ou non de points anguleux. On peut envisager une organisation par un traitement analytique en trois catégories selon la nature des bords (arrondis, droits, mixtes) ; en deux catégories selon la présence ou pas de points anguleux ; en deux catégories ou plus selon le nombre de points anguleux (aucun, un, deux, etc.) ; en deux catégories ou plus selon le nombre de bords (un, deux, etc.). Si l'on considère deux critères à la fois, à savoir la nature des bords et la présence ou pas de points anguleux, on parviendra alors à cinq catégories (figure 4) : formes à bords arrondis sans point anguleux ; formes à bords arrondis avec des points anguleux ; formes à bords droits avec des points anguleux ; formes à bords mixtes sans point anguleux ; formes à bords mixtes avec des points anguleux.

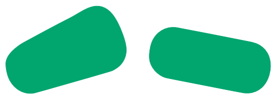
3. La perception haptique résulte de la stimulation de la peau provenant des mouvements actifs d'exploration de la main entrant en contact avec des objets. C'est ce qui se produit quand, par exemple, les doigts suivent le contour d'un objet pour en apprécier la forme [3, p. 9].
4. Les objets sont appréhendés dans leur totalité et groupés selon leur degré de ressemblance [5].
5. On extrait consciemment des propriétés nécessaires et suffisantes, indépendamment de la similitude entre objets [5].

(a) *Formes à bords arrondis sans point anguleux.*

(b) *Formes à bords arrondis avec des points anguleux.*



(c) *Formes à bords droits avec des points anguleux.*



(d) *Formes à bords mixtes sans point anguleux.*

(e) *Formes à bords mixtes avec des points anguleux.*

Figure 4. *Exemples de chacune des catégories de formes inusuelles, selon deux critères.*

Ce choix pourrait conduire progressivement à se focaliser sur la catégorie des formes polygonales.

Lors du traitement d'un problème de catégorisation, outre l'importance de la nature des formes (usuelles ou inusuelles), de la nature et/ou du nombre de bords et de la présence ou non de points anguleux, d'autres *variables didactiques* [6] sont aussi à considérer. Par exemple, la couleur des formes, leur taille relative et leur nombre, la présence ou pas d'axes de symétrie. La manière dont les formes sont proposées — toutes en une seule fois ou une à la fois — influe aussi sur la manière de traiter le problème. C'est de même pour la présence ou non de contenants préfigurant des potentielles catégories ; dans le cas de présence, on pourrait proposer une pile de contenants ou un nombre précis de contenants et, dans ce cas, ils pourraient être vides ou contenir déjà chacun au moins une forme.

Une analyse des trois scénarios

Nous nous intéressons ici au potentiel du matériel en jeu dans les trois scénarios présentés plus haut et interrogeons la pertinence de certains choix opérés par les trois enseignantes ainsi que les effets de ces choix sur les apprentissages. Nous revenons sur certaines variables didactiques, notamment : la couleur des formes, leur taille et leur nature, la présence ou pas de contenants.

Dans la classe de Prisca

Dans le scénario 1, par la seule perception visuelle des couleurs, les élèves catégorisent les objets selon un traitement holistique mais le problème ainsi traité n'a aucune visée géométrique. Après quelques étayages de Prisca, les élèves sont amenés à catégoriser les formes selon leurs noms, qui sont connus : restant sur une appréhension globale, les élèves font toujours appel à un traitement holistique. Ils n'éprouvent aucune difficulté à reconnaître une même forme indépendamment de la taille, ce qui d'ailleurs semble être donné pour acquis par l'enseignante car elle fournit exactement cinq contenants, autant que de natures des formes proposées.

Dans la classe de Nina

Dans le scénario 2, le choix de Nina de proposer des formes d'une seule et même couleur, favorise la nature géométrique du problème. Selon un traitement holistique, les élèves mettent tous les disques ensemble dans une même barquette, indépendamment de leur taille, et ils font de même pour les carrés. Cependant, ils prennent en compte la taille pour les autres formes. Pour ces élèves, les images mentales du disque et du carré semblent déjà abouties, ce qui conforte les résultats de Gentaz et al. [7] qui ont prouvé que la reconnaissance visuelle d'une forme est favorisée entre autres par son nombre d'axes de symétrie : le disque et le carré sont ainsi plus facilement reconnus que le rectangle et le triangle, quelles que soient leurs tailles.

Ici, l'étayage de Nina est fondamental pour amener les élèves à négliger la taille des triangles, des rectangles et des hexagones en faveur de leur nature. Pour ce faire, elle les encourage à analyser certaines de leurs propriétés : le nombre de « pics » pour les triangles, le nombre de « traits » pour les hexagones, les longueurs de leurs « traits » pour les rectangles (« *deux* *traits grands et deux traits petits* »). Ils identifient ainsi un nouveau critère pour chacune des paires de sous-ensembles. En amont, Nina semble viser comme résultat la réalisation de cinq catégories sans prévoir que les élèves puissent être influencés par la taille des formes fournies. Car, selon elle, « mettre ensemble ce qui est pareil » peut alors vouloir signifier « catégoriser selon plusieurs critères ». Mais, certaines propriétés n'étant pas exclusives, le choix de les mettre en jeu pourrait fonctionner en obstacle dans les apprentissages futurs : par exemple, de quelle manière Nina aurait-elle caractérisé le rectangle si, dans l'assortiment proposé, il y avait eu la forme de la figure 5 ?

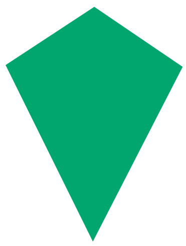


Figure 5. *Un quadrilatère non rectangle ayant* « deux traits grands et deux traits petits ».

Dans la classe de Sara

Dans le scénario 3, l'étayage de Sara est moins conséquent que dans les scénarios précédents. La nature du matériel proposé conduit les élèves à regarder les formes autrement et à réaliser des catégories se focalisant spontanément sur les bords et les pointes.

Ici, les élèves justifient les catégories par le type des bords pour les formes arrondies et par la présence de points anguleux pour les formes polygonales. Sara renforce cela en acceptant que les trois catégories soient respectivement nommées « formes arrondies », « formes pointues » et « formes arrondies et pointues ». Ainsi, selon ces choix, une forme « pointue » est une forme aux « bords droits » et, par conséquent, une forme « arrondie et pointue » est une forme ayant « des bords arrondis et des bords droits ». Autrement dit, Sara laisse sous-entendre qu'une forme pointue est nécessairement une forme dont tous les bords sont droits (un polygone) et qu'une forme arrondie est nécessairement une forme qui n'a pas de point anguleux, ce qui est vrai dans le cas particulier de l'assortiment de formes qu'elle a choisi. Elle ne semble ainsi pas avoir conscience qu'une forme aux bords arrondis pourrait aussi être « pointue » (figure 4b), cela n'étant pas une propriété exclusive des formes polygonales. Elle ne semble d'ailleurs pas non plus considérer qu'une forme pourrait avoir des bords mixtes sans avoir de points anguleux (figure 4d).

Nous justifions cette approximation par le fait que, avant d'inclure dans son enseignement des formes inusuelles, Sara a toujours proposé à ses élèves des matériels pédagogiques commercialisés qui contiennent majoritairement des formes géométriques usuelles : disque, triangle, carré, rectangle et hexagone. Dans ce cas, la question des points anguleux ne reste associée qu'aux formes polygonales ; le disque étant la seule forme ayant d'une part un bord arrondi et étant d'autre part sans point anguleux, les deux critères opèrent de la même manière sur ce matériel.

Finalement, quelles formes géométriques pour des problèmes de catégorisation ?

Formes usuelles ou inusuelles ?

Lorsque l'enseignante propose des formes usuelles, elle risque de cantonner les élèves à un traitement holistique du problème : la mobilisation de l'appréhension globale pouvant leur suffire, on ne les aide pas à opérer un changement de regard nécessaire pour faire évoluer les apprentissages géométriques. C'est le cas dans la classe de Prisca (scénario 1) où tout se passe comme si les problèmes de catégorisation ne servent que pour évaluer les connaissances des élèves sur la reconnaissance visuelle et la désignation de formes connues.

Dans sa classe, Nina (scénario 2) propose aussi des formes usuelles. Si le disque et le carré sont catégorisés selon un traitement holistique, l'étayage de Nina conduit les élèves vers un traitement analytique des autres formes. Mais son choix d'attribuer un critère pour chaque paire de sous-ensembles est-il pertinent ? Compte tenu de la nature des formes fournies, le choix d'un seul critère serait-il adéquat pour le niveau scolaire concerné ?

Dans le cas des formes inusuelles, l'impossibilité de leur associer des noms fait en sorte que le recours à un traitement analytique émerge spontanément de la part des élèves, ils appréhendent les formes de manière séquentielle. C'est bien ce qui se passe dans la classe de Sara (scénario 3) où les élèves s'accordent spontanément sur le choix des critères, les caractéristiques des formes pouvant être perçues par la vue et le toucher : cela les aide ainsi à dépasser l'appréhension globale de ces formes.

Oui mais alors quelles formes inusuelles ?

Si l'on complète l'assortiment retenu par Sara (scénario 3) en ajoutant des formes ayant à la fois des bords arrondis et des points anguleux (figure 4b) et une forme ayant des bords mixtes et n'ayant pas de points anguleux (figure 4d), riche est le choix de catégorisations qui peuvent être envisagées :

- relativement à la nature des bords, il est possible de réaliser trois catégories : arrondis, droits et mixtes ;
- relativement aux points anguleux, il est possible de réaliser deux catégories : avec ou sans point anguleux ;
- relativement au nombre de points anguleux, il est possible de réaliser diverses catégories : pas de points anguleux, un, deux, trois, etc. ;
- relativement au nombre de bords, il est possible aussi de réaliser diverses catégories : un bord, deux, trois, etc.

Si l'on considère à la fois la nature des bords **et** la présence ou pas de points anguleux, il est possible de réaliser quatre catégories : arrondis sans points anguleux ; droits avec points anguleux ; mixtes (arrondis et droits) sans points anguleux ; mixtes (arrondis et droits) avec points anguleux.

Relativement aux bords arrondis, on pourra aussi introduire des formes ayant des bords arrondis rentrants et sortants.

Et les formes usuelles, comment les caractériser ?

Dans les scénarios 1 et 2, la possibilité de comparer les formes selon le nombre de bords ou de pointes n'est pas explicitement envisagée. Ce choix serait néanmoins intéressant car il permettrait de rassembler le carré et le rectangle et commencer à construire la catégorie des quadrilatères – « quatre bords droits et quatre pointes » – pour préparer ainsi le travail sur les quadrilatères particuliers abordés dans la suite de la scolarité. Mais qu'en serait-il du disque, dans ce cas ? Une forme n'ayant pas de pointe ? n'ayant pas de bord droit ? ayant un seul bord (arrondi) ?

Dans le scénario 2, non sans mal, Nina s'attarde avec ses élèves sur le rectangle et la nature de ses bords. Par opposition, pourquoi alors ne pas leur faire percevoir que les bords de chacune des autres formes sont « pareils » (de même longueur) ? Sans compter que cela n'est toujours pas évident, comment qualifierait-on le disque ?

On voit ici alors que le choix des critères n'est pas immédiat, le risque est de mobiliser des connaissances qui ne sont pas encore adaptées au niveau scolaire concerné. Cela ne veut pas dire qu'il ne faut pas travailler avec les formes usuelles dès la maternelle mais qu'il faudra reporter et prévoir autrement un travail spécifique sur ce type de formes. Par exemple, lors de la catégorisation avec les formes inusuelles, on réalise la catégorie des formes « ayant les bords droits », plus tard nommés polygones. On pourra par exemple amener les élèves à constater que ces formes ont autant de bords droits que de pointes, et combien ? C'est ainsi que l'on introduira les noms de formes usuelles polygonales en les ayant d'abord caractérisées.

Formes de tailles différentes ?

La proposition de formes de même nature avec deux tailles différentes peut être faite avec l'intention de vérifier dans quelle mesure les élèves prennent en compte cette variable.

Dans la classe de Prisca (scénario 1), les élèves — âgés de 4-5 ans — reconnaissent une même forme usuelle indépendamment de la taille, ce qui n'est pas le cas dans la classe de Nina (scénario 2) où les élèves sont âgés de 3-4 ans. Cela nous conduit à avancer l'hypothèse que l'appréhension opératoire selon des *modifications optiques* [6] s'affine avec le développement de l'enfant, notamment dans sa composante cognitive [9]. Il serait alors judicieux de ne pas se presser à introduire la variable « taille » dans les assortiments de formes proposées aux élèves.

Axe(s) de symétrie ou pas ?

Les formes exploitées dans les classes de Prisca (scénario 1) et Nina (scénario 2) ont toutes au moins deux axes de symétrie. Parmi les formes proposées dans la classe de Sara, quatre n'ont pas d'axe de symétrie.

Comme déjà souligné précédemment, la reconnaissance visuelle d'une forme est d'autant plus facile que son nombre d'axes de symétrie est important. La prise en compte de cette variable, notamment par le choix de proposer des formes sans axe de symétrie, contribue au dépassement d'une perception globale des formes pour aller vers une appréhension séquentielle.

Et au sujet des contenants ?

Dans chacun des trois scénarios analysés, la variable en question est traitée différemment. Proposer ou pas des contenants, les proposer empilés ou non, en proposer un nombre donné facilement identifiable par l'élève ou au contraire en proposer en surnombre peut influer sensiblement sur le choix du critère de catégorisation et sur le choix des valeurs retenues pour le critère choisi.

Conclusion

Nous nous sommes ici intéressés aux problèmes de catégorisation de formes géométriques dont l'importance pour aider de jeunes élèves à conceptualiser est reconnue en tant qu'activité cognitive fondamentale [1].

Dans les trois scénarios présentés et analysés, nous avons constaté que, si les perceptions visuelle et haptique s'articulent, les élèves appréhendent de manière séquentielle les formes qu'ils manipulent et complètent un traitement holistique avec un traitement analytique de celles-ci. Nous avons observé que ce traitement analytique est spontanément mobilisé par les élèves dans le cas de formes inusuelles alors qu'il nécessite un étayage de l'enseignant dans le cas de formes usuelles. Les élèves sont ainsi accompagnés à opérer un premier changement de regard qui les conduit à dépasser leurs appréhensions spontanées et à structurer les premiers apprentissages géométriques. Cependant, il faut que l'enseignant prenne conscience du potentiel du matériel choisi afin d'éviter des ambiguïtés, des approximations, l'introduction précoce de notions et propriétés, cela pouvant à terme fonctionner en obstacle et être source de confusion dans le processus de structuration des connaissances sur les figures géométriques.

Références

[1] F. Bonthoux, F. Berger et A. Blaye. *Naissance et développement des concepts chez l'enfant*. Dunod, 2004.

[2] Ministère de l'Éducation nationale. « Programmes de l'école maternelle ». In : *Bulletin officiel spécial* N° 2 (24 juin 2021).

[3] É. Gentaz. *La main, le cerveau et le toucher. Approches multisensorielles et nouvelles technologies*. Dunod, 2018,

6. *« L'appréhension opératoire est l'appréhension d'une figure donnée en ses différentes modifications en d'autres figures. Nous avons distingué ailleurs trois grands types de modification : les modifications méréologiques* [...], *les modifications optiques consistant dans l'agrandissement, la diminution ou la déformation de la figure, et les modifications positionnelles* [...]. » [8, p. 126].

[4] V. Celi. « Premiers apprentissages géométriques à l'école maternelle : quelques résultats d'une recherche collaborative ». In : *Articulation espace sensible, espace graphique, espace géométrique. Ressources, pratiques et formation. Iste Science Publishing* (2023). Sous la dir. de C. Guille-Biel Winder et T. Assude. London, p. 47-72.

[5] C. Pacteau. « Catégorisation : des processus holistiques et analytiques ». In : *Universel et différentiel* (1995). Sous la dir. de J. Lautrey. PUF, Paris, p. 131-157.

[6] G. Brousseau. « Les objets de la didactique des mathématiques ». In : *Actes de la IIe école d'été de didactique des mathématiques* (1982). IREM d'Orléans.

[7] É. Gentaz et al. « Apports de la modalité haptique manuelle dans les apprentissages scolaires ». In : *Cognito* 3. Nº 3 (2009), p. 1-38.

[8] R. Duval. « Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique ». In : *Repères-IREM* Nº 17 (1994), p. 121-138.

[9] C. Bouchard. « Le développement global de l'enfant, au cœur de l'éducation au préscolaire ». In : *Revue préscolaire* 2. Nº 50 (2012), p. 9-14.

Valentina Celi est maîtresse de conférences en didactique des mathématiques à l'INSPÉ de l'académie de Bordeaux. Elle fait partie du Lab-E3D, Laboratoire Épistémologie et Didactique des Disciplines. Elle est membre de la Copirelem (Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire) et corédactrice en chef de la revue Petit *x*.

valentina.celi@u-bordeaux.fr

Sommaire du nº 551

Maths en 3D

APMEP

www.apmep.fr