Baccalauréat A. O. F et Antilles juin 1949
Série mathématiques

I.– 1er sujet

Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient de deux fonctions, de la racine carrée d'une fonction.

I.– 2e sujet

Variation de la fonction

$$y = 2x^4 - ax^2 + 2$$

pour $a = 3$, $a = 4$, $a = 5$.

I.– 3e sujet

Fonction primitive, utilisation pour le calcul de certaines aires.
Application : Calculer l'aire comprise entre l'axe des x, les droites $y = 0$ et $y = a$, et la parabole $y = x^2$.

II.

Soient une *droite fixe* Δ, un point P' situé sur Δ, deux points O et P symétriques par rapport à Δ.
On désigne par (S') la similitude directe ayant O comme point double et faisant passer de P à P'.
Soit γ un cercle passant par O et P, et γ' son transformé par (S'). On désigne par ω et ω' les centres de γ et γ', par R et R' les rayons de ces cercles.

1. A et B étant les points d'intersection de γ et de Δ, montrer que γ' passe par ω, par le centre du cercle circonscrit au triangle AOP', par le centre du cercle circonscrit au triangle BOP'.
2. γ et P' sont maintenant fixés.
   - **a.** Trouver O sur γ pour que γ et γ' soient tangents.
   - **b.** Trouver O sur γ pour que $\mathrm{R} = \mathrm{R}'$.
   - **c.** Montrer qu'à toute position O_1 de O sur γ peut être associée une autre position O_2 de O telle que $\mathrm{R}'_1 = \mathrm{R}'_2$; cette position O_2 est-elle unique ? [R'_i ($i = 1$ ou 2) est le rayon de γ_i transformé de γ dans la similitude directe (S'_i) ayant O, comme point double et faisant passer de P_i, symétrique de O par rapport à Δ, à P'.]
3. γ et P' *étant toujours fixés, on fixe de plus un point* P'' de Δ.
   On désigne par (S'') la similitude de centre O faisant passer de P à P''. (S'') transforme γ en γ'' de rayon R''.
   Trouver O sur γ pour que $\mathrm{R}'' = k\mathrm{R}'$, k étant une constante positive donnée ; peut-il arriver que le point O soit indéterminé sur γ ?
4. γ *et* P' *sont toujours fixés.*

a. À quelle condition peut-on mener par P$'$ deux droites rectangulaires qui coupent chacune γ ?

b. On suppose cette condition réalisée et l'on mène par P$'$ deux droites rectangulaires qui coupent γ, l'une aux points O_1 et O_2, l'autre aux points O_3 et O_4.

On définit ainsi quatre similitudes $\left(S_1'\right)$, $\left(S_2'\right)$, $\left(S_3'\right)$, $\left(S_4'\right)$, d'où quatre cercles γ_1', γ_2', γ_3', γ_4' de rayons R_1', R_2', R_3', R_4'.

Montrer qu'entre deux quelconques de ces rayons (et R éventuellement) existe une relation simple que l'on déterminera.

5. O *et* P' *sont fixés.*

Les cercles γ forment un faisceau φ et leurs transformés γ' par (S$'$) un faisceau φ'. Un cercle γ (de centre ω) et son transformé γ' (de centre ω') se coupent en O et en un second point M, dont on demande le lieu quand γ varie.

Enveloppe de la droite $\omega\omega'$. Enveloppes des médiatrices du triangle $O\omega\omega'$.

On considère les tangentes communes à γ et γ'.

Lieux de leurs points de contact. Enveloppes de ces tangentes