

**∞ Baccalauréat A. O. F. Antilles-Guyane juin 1954 ∞**  
**Série mathématiques et mathématiques et technique**

**I.**

**1<sup>er</sup> sujet**

Intersection d'une droite et d'une ellipse.

**I.**

**2<sup>e</sup> sujet**

Figure inverse d'un cercle, le centre d'inversion étant dans le plan du cercle.

**I.**

**3<sup>e</sup> sujet**

Différence des puissances d'un point par rapport à deux sphères.

**II.**

On considère un cercle (O), de centre O et de rayon  $a$ . Soit F un point fixe intérieur au cercle (O). On pose  $OF = c$ .

Une droite (D) variable passant par F coupe le cercle (O) aux points A et B; on considère, pour chaque position de (D), les paraboles (P) et (P') de foyer F et de sommets respectifs A et B.

1. Montrer que les tangentes au sommet et les directrices de (P) et (P') restent tangentes à des coniques fixes, que l'on déterminera.
2. Construire, pour une position donnée de (D), les points d'intersection I et J de (P) et (P'), ainsi que les tangentes aux deux paraboles en ces deux points; que peut-on dire de ces tangentes?
3. Montrer que, lorsque (D) varie, la droite IJ passe par un point fixe et le segment IJ a une longueur constante.

Trouver, dans le cas général, les lieux géométriques des points suivants : milieu de IJ, I et J; étudier le cas particulier où  $2a = c\sqrt{5}$ . On pose

$$\left(\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{OH}\right) = \varphi \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq +\frac{\pi}{2}\right)$$

Évaluer la longueur AB en fonction de  $a$ ,  $c$  et  $\varphi$ .

Calculer l'aire limitée par l'arc IAJ de (P) et l'arc IDJ de (P').

Étudier la variation de cette aire lorsque  $\varphi$  varie de  $-\frac{\pi}{2}$  à  $+\frac{\pi}{2}$ .