∽ Baccalauréat A. E. F. et Maroc juin 1956 ∾
Série mathématiques

I. 1er sujet

Homothétie : définition. Propriété caractéristique.
Produit de deux homothéties de centres différents.

I. 2e sujet

Inversion : définition ; inverse d'un cercle, dans le plan et dans l'espace.

I. 3e sujet

Section plane d'un cône de révolution : cas de l'ellipse :

1. nature de la section ;
2. éléments.
3. Une ellipse étant donnée, peut-elle être considérée comme section plane d'un cône de révolution ?

II.

On considère le polynôme

$$P(x) = x^3 + mx^2 + nx,$$

où m et n sont deux constantes quelconques.

1. Calculer, sans effectuer la division, le reste R de la division de $P(x)$ par $x-1$.
2. On désigne par $Q(x)$ le polynôme vérifiant

$$P(x) = (x-1)Q(x) + R$$

et par $Q'(X)$ la dérivée de $Q(x)$.

   a. Déterminer n en fonction de m pour que la fonction

$$(1) \qquad z = Q'(x) - \frac{R}{(x-1)^2}$$

   s'annule lorsque $x = -1$.

   b. Étudier alors, en fonction de m, le nombre des racines de l'équation $z = 0$.

   c. Calculer α, a, b, m pour que z puisse se mettre sous la forme

$$z = \frac{(x-\alpha)^2(ax+b)}{(x-1)^2}.$$

3. L'une des trois fonctions z que l'on vient d'obtenir s'annule pour $x = 2$.
   On désigne par $z_1 = f(x)$ cette fonction et par $y_1 = F(x)$ celle des primitives de z_1 qui s'annule pour $x = 0$.

   a. Trouver, en utilisant (1), la fonction $y_1 = F(x)$.

b. Étudier les variations de la fonction $y_1 = F(x)$ et tracer sa courbe représentative (Γ) dans un système d'axes rectangulaires $x'\text{O}x$, $y'\text{O}y$ dans lequel on prend pour unité 1 centimètre sur l'axe $x'\text{O}x$ et 0,5 centimètre sur l'axe $y'\text{O}y$.

Tracer, dans ce même système, la courbe (γ) d'équation

$$y_2 = \frac{8}{x-1}.$$

Calculer l'aire de la portion de plan comprise entre (Γ), (γ) et les droites d'équations $x = 2$, $x = 3$.