

∞ Baccalauréat A. O. F. juin 1956 ∞

Série mathématiques et mathématiques et technique

I.

1^{er} sujet

Figure inverse d'un cercle lorsque le pôle d'inversion n'est pas dans le plan de celui-ci.

2^e sujet

Différence des puissances d'un point par rapport à deux sphères.

3^e sujet

Cercles passant par deux points donnés et tangents à un cercle donné. Discussion.

II.

On considère une droite fixe (D), un point fixe F non situé sur (D) et la projection H de F sur (D).

On pose $FH = d$.

On prend un point fixe M sur (D), non confondu avec H. On pose $FM = a$ et l'on considère les coniques (C) admettant F pour foyer et tangentes en M à (D).

1. Montrer que parmi les coniques (C) il existe une parabole, dont on précisera la directrice.

Montrer que le deuxième foyer, F' , des coniques à centre (C) est situé sur une droite fixe, (L).

Distinguer sur cette droite les lieux des deuxièmes foyers F' des ellipses (C) et des hyperboles (C).

2. On oriente la droite (L) support du lieu de F' de façon que $\overline{MF'}$ soit positif quand F' est le deuxième foyer d'une ellipse (C).

On pose $\overline{MF'} = x$. À chaque valeur de x , distincte de deux valeurs que l'on précisera, correspond une conique (C) de foyer F' , dont on désignera l'excentricité par e .

Calculer e^2 en fonction de x, d, a .

3. On supposera dans la suite du problème que $d = 1$ cm et $a = 2$ cm.

Étudier les variations de la fonction $y = e^2$ de la variable x .

Montrer que, si e est supérieure à un nombre fixe que l'on déterminera, il existe deux coniques (C) d'excentricité e .

4. On suppose toujours $d = 1$ cm et $a = 2$ cm. Déterminer géométriquement les coniques (C) qui ont une excentricité e donnée, en cherchant la directrice associée à F.

Montrer que, si e est convenablement choisie, il y a deux solutions et retrouver ainsi le résultat du 3.

Établir que, lorsque les deux coniques (C) d'excentricité e existent, leurs seconds foyers, F'_1 et F'_2 , sont conjugués harmoniques par rapport à deux points fixes indépendants de e .