

∞ **Baccalauréat A. O. F. septembre 1954** ∞
Série mathématiques

I.

1^{er} sujet

Résoudre l'équation

$$\cos x - 2 \sin x + 1 = 0.$$

En particulier, trouver les valeurs en grades, à 0,01 grade près, des solutions comprises entre 00 et 400 grades.

I.

2^e sujet

Trouver en grades, à 0,01 grade près, les mesures des angles d'un triangle dont les côtés ont pour longueurs 13 cm, 14 cm, 15 cm.

I.

3^e sujet

Résolution et discussion de l'équation

$$a \cos 2x + b \cos x + c = 0,$$

où a, b, c sont trois constantes données.

II.

Soient, dans un plan, un axe fixe $x'Ox$ et une demi-droite Oz définie par

$(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oz}) = \theta$. On fait varier θ de 0 à π .

Soit P le point de Oz défini par $OP = 2a$, où a est une constante positive.

On abaisse de P les perpendiculaires PA et PB sur les bissectrices intérieures des angles xOz et $x'Oz$.

1. Démontrer que la diagonale AB du rectangle $OAPB$ garde une longueur constante et une direction fixe.

Trouver les lieux du centre C du rectangle, des points A et B et du point ω où la bissectrice intérieure de l'angle AOB recoupe le cercle circonscrit au rectangle.

2. La demi-droite $O\omega$ coupe le cercle (Ω) , de centre ω et passant par A et B , en deux points, I et J , et la droite AB en L .

Démontrer que IJ a une longueur constante et que la division $OLIJ$ est harmonique.

En conclure que I et J sont les centres de deux cercles tangents aux trois côtés du triangle AOB .

Démontrer que (Ω) reste tangent à deux cercles fixes concentriques.

3. Soient Δ_I et Δ_J les tangentes en I et J au cercle (Ω) .

Démontrer que ces deux droites restent tangentes à un cercle fixe, (D) , centré sur la perpendiculaire en O à $x'Ox$.

L'inversion de centre O et qui laisse (D) invariant transforme Δ_I et Δ_J en deux cercles.

Démontrer que les centres de ces deux cercles restent sur une même conique fixe.

Nature et excentricité de cette conique?

En déduire la courbe sur laquelle se déplacent les inverses, I' et J' , des points I et J.