

∞ Baccalauréat Aix–Marseille juin 1944 ∞

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1^{er} sujet

Définition de la dérivée d'une fonction continue pour une valeur de la variable.
Signification géométrique de la dérivée.

2^e sujet

Dérivée d'un produit de deux fonctions continues admettant des dérivées; dérivée d'un quotient.

3^e sujet

Limite de $\frac{\sin x}{x}$ lorsque x tend vers zéro.

II

On donne l'ellipse d'équation

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Un point M tourne sur cette ellipse dans le sens inverse de celui des aiguilles d'une montre. Son mouvement est tel que sa projection m sur Ox soit animée d'un mouvement vibratoire simple de période $T = 2\pi$ dont la loi des espaces est

$$x = a \cos t.$$

1. Étudier le mouvement de m en indiquant les phases successives et les circonstances remarquables.

Exprimer en fonction de t la vitesse et l'accélération de m .

Montrer qu'à tout instant la position de M se trouve définie sans ambiguïté par les indications données plus haut.

Dire en particulier où se trouve M aux instants $0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.

2. Trouver la loi du mouvement sur Oy de la projection p du point M sur cet axe. Étudier ce mouvement.

Exprimer en fonction de t la vitesse et l'accélération de p .

De ces résultats et de ceux du 1., déduire en fonction de t la grandeur de la vitesse de M et celle de son accélération.

3. Montrer que le mouvement de M pourrait être lui-même regardé comme la projection sur le plan de figure d'un mouvement circulaire uniforme dont on définira avec précision la trajectoire et dont on donnera la vitesse angulaire.

En déduire que l'aire limitée par OA , OM et l'arc AM de l'ellipse est proportionnelle à t , tant que t ne dépasse pas 2π . (A est le point d'abscisse a sur Ox).

4. On appelle M' et M'' les positions de M aux instants t et $t + \frac{T}{4}$ et v' et v'' les grandeurs correspondantes de sa vitesse.

Montrer que l'on a $v' \cdot OM' = v'' \cdot OM''$.

On pourra soit s'appuyer sur les résultats du 2., soit raisonner géométriquement en utilisant le mouvement circulaire uniforme défini au 3.

N. B. - Les trois premières parties peuvent être traitées indépendamment les unes des autres.