

∞ Baccalauréat Aix-Marseille¹ 1950 ∞

SÉRIE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

Exercice 1

1^{er} sujet. - Connaissant les formules de multiplication des arcs, exprimer $\sin x$, $\cos x$ et $\operatorname{tg} x$ en fonction de $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$.

Expliquer pourquoi les formules sont rationnelles.

2^e sujet. - Résoudre un triangle, connaissant les trois côtés.

3^e sujet. - Établir la dérivée de $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)$. Vérifier en développant la fonction donnée par la formule d'addition.

Exercice 2

1. On donne un triangle ABC. Déterminer l'angle α d'une rotation de centre A et l'angle β d'une rotation de centre B de telle façon que C soit invariant dans le produit (ou succession) de ces deux rotations, effectuées dans l'ordre indiqué.

Montrer que le produit des trois rotations suivantes :

(A) de centre A et d'angle $2(\angle AC, AB)$,

(B) de centre B et d'angle $2(\angle BA, BC)$,

(C) de centre C et d'angle $2(\angle CB, CA)$,

les angles étant des angles orientés de droites non orientées, est la transformation identique, c'est-à-dire que tout point M se transforme, après ces trois rotations, en lui-même.

2. a. Soient deux cercles égaux (ω) et (ω') , sécants en deux points R et S; si un cercle variable de centre R les coupe en quatre points P, Q et P', Q' respectivement, on peut répartir ces points en deux couples P, Q et P', Q', tels que $\angle(RP, RP') = \angle(RQ, RQ')$ = une constante indépendante du cercle de centre R.
- b. Lieu du milieu I de PP' (ou QQ').
- c. La droite PP' (ou QQ') passe par un point fixe.
3. Soient M un point quelconque, M' son transformé par la rotation (A) définie dans 1.; M'' le transformé de M' par la rotation (B); on sait que la rotation (C) transforme M'' en M.
- a. Calculer l'angle orienté de droites non orientées $(M'M, M'M'')$ en fonction de l'angle analogue $(M'A, M'B)$.
- b. Lieu de M' pour que M, M' et M'' soient alignés.
- c. Caractériser ce lieu par rapport au cercle circonscrit au triangle ABC. Lieux correspondants de M et M'.
- d. En utilisant 2., démontrer que la droite MM'M'' passe par un point fixe quand M' décrit son lieu.
- e. Caractériser ce point fixe par rapport au triangle ABC.

1. Madagascar