

Durée : 4 heures

∞ Baccalauréat C Aix-en-Provence septembre 1971 ∞

**EXERCICE 1**

Résoudre l'inéquation

$$\log_a(x+1) + \log_a(x) < 1$$

$[\log_a(x)$  est le logarithme de  $x$  dans la base  $a$ ].

**EXERCICE 2**

Représenter dans un repère orthonormé l'ensemble des points  $M$ , d'affixes  $z$ , tels que  $\frac{z-1}{z+i}$  soit imaginaire pur.

(Raisonnement sur la signification géométrique des arguments de  $z-1$  et  $z+i$  en introduisant les points, d'affixes 1 et  $-i$ .)

**PROBLÈME**

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé d'axes  $x'Ox$ ,  $y'Oy$ , l'ellipse (E) est définie par la représentation paramétrique suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} a \text{ et } b \text{ réels fixés } (0 < b < a), \\ t \text{ paramètre } (0 \leq t < 2\pi), \\ \text{coordonnées de } M \text{ de paramètre } t \\ x = a \cos t \text{ et } y = b \sin t. \end{array} \right.$$

1. Montrer que (E) admet une tangente en tout point.

Écrire l'équation de la tangente (D) à (E) au point  $M$  de paramètre  $t$  (exprimer les coefficients de cette équation en fonction exclusivement de  $a$ ,  $b$  et  $t$ ).

2. Si  $t$  est différent de 0 et de  $\pi$ , calculer les coordonnées des intersections P et Q de (D) avec les tangentes aux sommets du grand axe (qui sont les points de paramètres 0 et  $\pi$ ).

Montrer que le cercle de diamètre PQ passe par deux points fixes F et F'.

Quel est l'ensemble des centres de ces cercles quand  $t$  varie?

3. La normale en  $M$  [c'est-à-dire la perpendiculaire en  $M$  à (D)] coupe  $x'Ox$  en un point  $N$  (si  $t$  est différent de 0 et  $\pi$ ).

Dans le cas où (D) coupe également  $x'Ox$  en un point  $T$ , étudier les birapports (F, F', N, T) et (M, T, P, Q).

En déduire une construction géométrique de  $M$  quand  $N$  est donné. Discuter.