

# ♣ Baccalauréat algérien<sup>1</sup> juin 1968 ♣

## SÉRIE C

### Exercice 1

On considère la fonction  $f$  de la variable réelle  $x$  définie par

$$f(x) = \frac{x^3 - 2}{x^2 - 1}.$$

Déterminer les coefficients  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  tels que, quel que soit  $x$ , on ait

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 1} = ax + b + \frac{c}{x - 1} + \frac{d}{x + 1}.$$

En déduire une primitive de la fonction  $f$ .

### Exercice 2

1. Dans l'ensemble des complexes, résoudre l'équation

$$z^2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

2. En déduire les solutions de l'équation

$$z^2 - 2(1 + i)z + \frac{1}{2} + i\left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0.$$

### Exercice 3

Dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  du plan, on définit, dans la suite, certaines transformations associant au point  $M$  de coordonnées  $(x; y)$  le point  $M'$  de coordonnées  $(x'; y')$ .

#### Partie A

1. a. Reconnaître la transformation définie par

$$\begin{cases} x' = 3x, \\ y' = 3y. \end{cases}$$

- b. On considère la transformation  $(t)$  définie par

$$(t) \quad \begin{cases} x' = 3x, \\ y' = -3y. \end{cases}$$

Montrer que la transformation  $(t)$  peut être considérée de plusieurs manières comme le produit d'une homothétie et d'une symétrie.

---

1. Le programme de ce baccalauréat et la nature des épreuves ne sont pas nécessairement les mêmes que ceux du baccalauréat français.

2. On considère la transformation  $(T)$  définie par

$$(T) \quad \begin{cases} x' = x + y\sqrt{3}, \\ y' = -x\sqrt{3} + y. \end{cases}$$

On désigne par  $z$  l'affixe du point  $M$  et par  $z'$  celle de son transformé,  $M'$ , par la transformation  $(T)$ .

Prouver que  $z'$  peut se mettre sous la forme

$$z' = \lambda(\cos\theta + i\sin\theta)z, \quad \text{avec } \lambda \text{ positif.}$$

Montrer que la transformation  $(T)$  est une similitude, dont on précisera les éléments.

3. La transformation  $(t_1)$  est définie par

$$(t_1) \quad \begin{cases} x' = -\frac{\sqrt{5}}{3}x + \frac{2}{3}y, \\ y' = -\frac{2}{3}x + \frac{\sqrt{5}}{3}y. \end{cases}$$

Montrer :

- a. que la transformation  $(t_1)$  admet une droite de points doubles,  $(\Delta)$ , que l'on déterminera;
- b. que cette transformation est une symétrie par rapport à la droite  $(\Delta)$ .

### Partie B

On appelle transformation linéaire toute transformation  $(\mathcal{T})$  définie par

$$(\mathcal{T}) \quad \begin{cases} x' = ax + by, \\ y' = cx + dy. \end{cases}$$

$a, b, c,$  et  $d$  étant des nombres réels fixés.

1. Démontrer que le produit de deux transformations linéaires est une transformation linéaire.
2. À quelle condition la transformation  $(\mathcal{T})$  est-elle bijective?
3. À quelles conditions cette transformation est-elle une isométrie? Dans ce cas, quelle peut être la nature de la transformation  $(\mathcal{T})$ ?