

♣ Baccalauréat Allemagne et Autriche occupées juin 1946 ♣

Série mathématiques

Exercice 1 (au choix)

1^{er} sujet

Intersection d'une ellipse et d'une droite.

2^e sujet

Résoudre l'équation $2 \cos x + 3 \sin x = 1$.

3^e sujet

Mouvement circulaire uniforme.

Exercice 2

On considère deux axes orientés Ox et Oy se coupant en O .

Sur O on prend deux points A et A' tels que

$$\overline{OA} = \ell \quad ; \quad \overline{OA'} = -\ell$$

et sur Oy un point F tel que $\overline{OF} = \ell$, ℓ désignant une longueur donnée.

Par A , on mène une parallèle (D) à Oy et par A' une parallèle (D') au même axe.

On orientera respectivement (D) et (D') dans le même sens que Oy .

Soit P un point variable pris sur Ox . On posera $\overline{OP} = x$.

On joint P à F et en F on élève sur PF une perpendiculaire qui rencontre (D) en M et (D') en M' .

On posera $\overline{AM} = u$, $\overline{A'M'} = u'$.

1. Calculer u et u' en fonction de x et démontrer que le triangle PMM' est isocèle et rectangle en P .
2. Démontrer que les lieux des milieux respectifs de PM et de PM' sont des droites.
3. Démontrer que PM reste tangente à une parabole et que PM' reste aussi tangente à une autre parabole, ces deux courbes ayant pour foyer commun le point F .
Quelles sont les directrices de chacune de ces deux paraboles?
4. On mène les droites $A'M$ et AM' . Soient N leur point d'intersection et N' la projection orthogonale de ce dernier sur Ox .
Démontrer géométriquement les relations

$$\overline{N'N} = \frac{uu'}{u+u'}, \quad \overline{ON'} = -x.$$

Quelle relation y a-t-il entre $\overline{ON'}$ et $\overline{N'N}$?

On pourra, pour simplifier les notations, désigner ces deux derniers segments respectivement par ζ et τ .

Comment se déplace le point N quand le point P décrit l'axe Ox ?