

Durée : 4 heures

∞ Baccalauréat C Amiens septembre 1971 ∞

EXERCICE 1

Soit la fonction f , de la variable réelle x ,

$$x \mapsto f(x) = \sqrt{2x+2}.$$

1. Étudier cette fonction. Tracer sa courbe représentative (C) dans un repère orthonormé $x'Ox, y'Oy$.
2. Calculer la fonction dérivée de la fonction G , de la variable réelle x :

$$x \mapsto G(x) = (ax+b)\sqrt{ax+b},$$

où a et b représentent deux constantes réelles.

Pour quelles valeurs de x ce calcul a-t-il un sens ?

3. En déduire le calcul de $\int \sqrt{2x+2} dx$ et l'aire, \mathcal{A} , de la surface limitée par (C) , l'axe $x'Ox$ et l'axe $y'Oy$.

EXERCICE 2

Le nombre t étant un nombre réel tel que

$$0 \leq t < 4\pi,$$

déterminer, en fonction de t , le module et l'argument du nombre complexe $z = 1 - \cos t + i \sin t$.

PROBLÈME

Soit un plan rapporté à un repère orthonormé $x'Ox, y'Oy$. À tout point $m(x; y)$ de ce plan, on fait correspondre le point $M(X; Y)$, par la rotation de centre O et d'angle $+\frac{\pi}{2}$.

1. Exprimer en fonction de x et de y , les coordonnées X et Y de M et les coordonnées α et β du milieu I de mM .
2. On suppose que le point m décrit la droite (d) d'équation $x = a$. Quel est l'ensemble des points M ? Quel est l'ensemble des points I ?
3. Dans tout ce qui suit, le point m décrit le cercle (C_1) passant par O , dont le centre C_1 a pour coordonnées $x = r$ et $y = 0$, où r est un nombre réel strictement positif.
 - a. Déterminer l'équation du cercle (C_1) . Quel est l'ensemble (C_2) des points M ? Quel est l'ensemble (Γ) des points I ?
 - b. Montrer que les points d'intersection de (C_1) avec (C_2) appartiennent à (Γ) .
 - c. Montrer que la droite mM passe par un point fixe.
4. Plus généralement on considère le point P de la droite mM , tel que $\frac{\overline{Pm}}{PM} = \lambda$ (λ constante réelle).
 - a. Montrer que, lorsque m décrit le cercle (C_1) , l'ensemble (Γ') des points P est un cercle qui appartient au faisceau linéaire de cercles défini par (C_1) et (C_2) .
 - b. Quel est le rapport des puissances du point P par rapport à (C_1) et à (C_2) ?