

Durée : 4 heures

∞ Baccalauréat C Amiens septembre 1971 ∞

EXERCICE 1

Soit la fonction  $f$ , de la variable réelle  $x$ ,

$$x \longmapsto f(x) = \sqrt{2x+2}.$$

1. Étudier cette fonction. Tracer sa courbe représentative  $(C)$  dans un repère orthonormé  $x'Ox, y'Oy$ .
2. Calculer la fonction dérivée de la fonction  $G$ , de la variable réelle  $x$  :

$$x \longmapsto G(x) = (ax+b)\sqrt{ax+b},$$

où  $a$  et  $b$  représentent deux constantes réelles.  
Pour quelles valeurs de  $x$  ce calcul a-t-il un sens ?

3. En déduire le calcul de  $\int \sqrt{2x+2} dx$  et l'aire,  $\mathcal{A}$ , de la surface limitée par  $(C)$ , l'axe  $x'Ox$  et l'axe  $y'Oy$ .

EXERCICE 2

Le nombre  $t$  étant un nombre réel tel que

$$0 \leq t < 4\pi,$$

déterminer, en fonction de  $t$ , le module et l'argument du nombre complexe  $z = 1 - \cos t + i \sin t$ .

PROBLÈME

Soit un plan rapporté à un repère orthonormé  $x'Ox, y'Oy$ . À tout point  $m(x; y)$  de ce plan, on fait correspondre le point  $M(X; Y)$ , par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $+\frac{\pi}{2}$ .

1. Exprimer en fonction de  $x$  et de  $y$ , les coordonnées  $X$  et  $Y$  de  $M$  et les coordonnées  $\alpha$  et  $\beta$  du milieu  $I$  de  $mM$ .
2. On suppose que le point  $m$  décrit la droite  $(d)$  d'équation  $x = a$ . Quel est l'ensemble des points  $M$ ? Quel est l'ensemble des points  $I$ ?
3. Dans tout ce qui suit, le point  $m$  décrit le cercle  $(C_1)$  passant par  $O$ , dont le centre  $C_1$  a pour coordonnées  $x = r$  et  $y = 0$ , où  $r$  est un nombre réel strictement positif.
  - a. Déterminer l'équation du cercle  $(C_1)$ . Quel est l'ensemble  $(C_2)$  des points  $M$ ? Quel est l'ensemble  $(\Gamma)$  des points  $I$ ?
  - b. Montrer que les points d'intersection de  $(C_1)$  avec  $(C_2)$  appartiennent à  $(\Gamma)$ .

- c. Montrer que la droite  $mM$  passe par un point fixe.
4. Plus généralement on considère le point  $P$  de la droite  $mM$ , tel que  $\frac{\overline{Pm}}{\overline{PM}} = \lambda$  ( $\lambda$  constante réelle).
- a. Montrer que, lorsque  $m$  décrit le cercle  $(C_1)$ , l'ensemble  $(\Gamma')$  des points  $P$  est un cercle qui appartient au faisceau linéaire de cercles défini par  $(C_1)$  et  $(C_2)$ .
- b. Quel est le rapport des puissances du point  $P$  par rapport à  $(C_1)$  et à  $(C_2)$  ?