

🌀 BTS Métropole 12 mai 2017 🌀
Services informatiques aux organisations

Épreuve facultative

A. P. M. E. P.

Exercice 1

10 points

Cet exercice envisage plusieurs études réalisées par une société qui pratique des sondages auprès de ses clients.

Les trois parties sont indépendantes.

Partie 1

La société pratique les sondages par courriel, et a recueilli les données suivantes au cours de cinq campagnes de sondage.

Nombre de clients contactés : x	200	200	250	280	370
Nombre de sondages renvoyés : y	140	135	160	185	260

1. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y , arrondi au centième.
2. Déterminer une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés, en arrondissant les coefficients au centième.
3. La société souhaite recevoir davantage de sondages, en contactant un plus grand nombre de clients.
En utilisant l'ajustement affine trouvé à la question précédente, estimer le nombre de sondages qui seront renvoyés si la société contacte 500 clients, en arrondissant ce nombre à la dizaine.

Partie 2

La société réalise un sondage auprès d'utilisateurs d'internet. On considère une personne choisie au hasard dans la population des sondés.

On définit les événements suivants :

A : « la personne utilise internet depuis 5 ans ou plus » ;

B : « la personne répond au sondage ».

Les statistiques de la société permettent de dégager les faits suivants :

- 75 % de la population des personnes sondées utilisent internet depuis 5 ans ou plus ;
- si une personne sondée utilise internet depuis 5 ans ou plus, la probabilité qu'elle réponde au sondage est égale à 0,6 ;
- si une personne sondée utilise internet depuis strictement moins de 5 ans, la probabilité qu'elle réponde au sondage est égale à 0,3.

1. Présenter la situation de l'énoncé à l'aide un arbre pondéré, que l'on complètera.
2. Calculer $P(\overline{A} \cap B)$, puis $P(B)$ en détaillant les calculs.
3. Calculer $P_B(A)$, en arrondissant au millièmè.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie 3

1. La société étudie le temps mis par les personnes pour renseigner le questionnaire relatif à un sondage donné. Elle modélise ce temps, exprimé en minute, par une variable aléatoire T qui suit la loi normale d'espérance 12,5 et d'écart type 1,8.
 - a. Donner un arrondi au dixième du nombre a tel que $P(12,5 - a \leq T \leq 12,5 + a) = 0,95$.
 - b. Calculer $P(T \geq 15)$, en arrondissant au centième.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. La société remarque que 20% des personnes qui répondent aux sondages renseignent le questionnaire de façon incomplète, et rendent de ce fait le sondage incomplet. De plus les personnes qui renseignent un questionnaire le font indépendamment les unes des autres.
Pour un sondage donné, la société considère les 2 000 premières réponses reçues, et modélise le nombre de sondages incomplets par une variable aléatoire X qui suit une loi binomiale.
 - a. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
 - b. Calculer la probabilité que le nombre de sondages incomplets soit inférieur ou égal à 385, en arrondissant le résultat au centième.

Exercice 2

10 points

Le chiffre d'affaires d'une start-up, dès son lancement, est modélisé par la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[4; 10]$ par :

$$f(x) = x - 3 + \ln(2x - 4)$$

où x est exprimé en mois et $f(x)$ en dizaines de milliers d'euro.

On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Partie 1 : Étude de la fonction f

1. Un logiciel de calcul formel permet d'établir que pour tout réel x de l'intervalle $[4; 10]$:

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{x-2}.$$

- a. Cette question est une question à choix multiple. Une seule des trois expressions **A**, **B**, **C**, est correcte. Recopier sur la copie l'expression correcte, sans justification.

$$\mathbf{A} : f'(x) = \frac{x-1}{x-2} \quad \mathbf{B} : f'(x) = \frac{2}{x-2} \quad \mathbf{C} : f'(x) = \frac{x}{x-1}$$

- b. Quel est le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[4; 10]$?
- c. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[4; 10]$. On arrondira les valeurs de $f(4)$ et $f(10)$ au centième.
- d. Cette question est une question à choix multiple. Une seule des trois propositions **A**, **B**, **C** est correcte.
Recopier la proposition correcte, sans justification :
 - Proposition A : « L'équation $f(x) = 3$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[4; 10]$, avec $\alpha \approx 4,3$ (arrondi au dixième) ».

- Proposition B : « L'équation $f(x) = 3$ admet une unique solution *alpha* dans l'intervalle $[4; 10]$, avec $\alpha = 4,42$ (arrondi au centième) »,
- Proposition C : « L'équation $f(x) = 3$ admet deux solutions distinctes α et β dans l'intervalle $[4; 10]$ ».

2. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant, en arrondissant les résultats au centième.

x	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	2,39				7,48		

3. Tracer la courbe \mathcal{C}_f dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . On pourra choisir 1 cm pour unité.

Placer sur cette courbe le point A d'abscisse α .

4. a. Sur le graphique précédent, hachurer le domaine dont l'aire s'exprime par l'intégrale :

$$I = \int_4^8 f(x) dx, \text{ en unité d'aire.}$$

- b. Sur l'intervalle $[4; 8]$, on approche la courbe \mathcal{C}_f par un segment de droite, dont les extrémités sont les points de la courbe \mathcal{C}_f ayant pour abscisses 4 et 8.

En utilisant cette approximation graphique, donner une valeur approchée à l'unité de l'intégrale I .

- c. En déduire la valeur approchée à l'unité de la valeur moyenne de la fonction I sur l'intervalle $[4; 8]$.

Partie 2 : Interprétations

1. Combien de mois après son lancement le chiffre d'affaires de cette start-up atteint-il 30 000 euros, selon le modèle adopté dans cet exercice ?
2. Donner une estimation du chiffre d'affaires moyen par mois de cette start-up entre le 4^e et le 8^e mois.