

♣ Baccalauréat Besançon juin 1946 ♣

Série mathématiques

I. – 1^{er} sujet

Calculer le P. G. C. D. et le P. P. C. M. des nombres 2 427 et 1 845. Justifier la méthode employée.

I. – 2^e sujet. - Dérivée de la racine carrée d'une fonction ayant une dérivée.

I. – 3^e sujet. - Polaire d'un point par rapport à un cercle. Démontrer son existence. Indiquer sa construction.

II. - Soit un triangle ABC. On appelle A, B, C ses angles, a , b , c les côtés opposés. On suppose $a < b < c$.

On appelle $2p$ le périmètre, r le rayon du cercle inscrit, I le centre de ce cercle, R le rayon du cercle circonscrit, α le milieu de l'arc de ce cercle compris entre B et C et ne contenant pas le sommet A.

Soient deux axes rectangulaires Ox , Oy . Sur Ox , on porte $\overline{OA'} = a$, $\overline{OB'} = b$, $\overline{OC'} = c$. On mène les droites $A'M$, $B'N$, $C'P$ définies par :

$$\widehat{A'x}, \widehat{A'M} = \frac{A}{2}, \quad \widehat{B'x}, \widehat{B'N} = \frac{B}{2}, \quad \widehat{C'x}, \widehat{C'P} = \frac{C}{2}.$$

1. Écrire les équations des droites $A'M$ et $B'N$.

Calculer les coordonnées x et y de leur point de rencontre T en fonction de R, A, B, C.

Démontrer que les trois droites $A'M$, $B'N$, $C'P$ sont concourantes. Vérifier que $x = p$, $y = r$ et $A'T = IA$.

2. On pose $\varphi = \widehat{Ox}, \widehat{OT}$. Calculer $\operatorname{tg} \varphi$ en fonction de A, B, C.

Démontrer que :

$$\cot \varphi = \cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2}.$$

3. Soient R_a , R_b , R_c les rayons des cercles circonscrits aux triangles $TB'C'$, $TC'A'$, $TA'B'$.

Démontrer que $R_a = \alpha B$ et que $R_a R_b R_c = 2R^2 r$.

NOTA. - La question de cours sera notée sur 10 et le problème sur 20.