∽ Baccalauréat Besançon juin 1950 ∾
Série mathématiques

I

1er sujet. - Coordonnées célestes horaires et équatoriales. Définition et mesure Temps sidéral.

2e sujet. - Les étoiles : distance, parallaxe. Magnitude apparente et magnitude absolue :

3e sujet. - Temps solaire vrai, temps solaire moyen, temps civil, temps universel, fuseaux horaires.

II

Partie A

On donne une circonférence fixe (I) de centre I et de rayon r, et un point ω intérieur à cette circonférence. On mène par ω deux cordes LN et MP rectangulaires. On appelle A$'$ le milieu de LP et A le point commun aux tangentes en L et P à la circonférence (I).

1. Trouver les lieux géométriques de A$'$, de la projection orthogonale de ω sur LP et du point A.

   Trouver l'enveloppe de la droite LP.
2. Montrer que les tangentes au cercle (I) en L, M, N et P forment un quadrilatère inscriptible.

Partie B

On donne dans le plan un quadrilatère convexe ABCD, inscrit dans une circonférence. (O) de centre O et de rayon R, et tel que les quatre côtés AB, BC, CD, DA soient tangents à une même circonférence (I) de centre I et de rayon r, aux points respectifs L, M, N, P.
On désigne par E et F les points communs aux couples de côtés opposés du quadrilatère ABCD, par E$'$ et F$'$ les points communs aux couples de côtés opposés du quadrilatère LMNP, par ω le point de rencontre des diagonales LN et MP.

1. Quel est le pôle de la droite AC par rapport au cercle (I) ? En déduire que AC et BD passent par ω et forment un faisceau harmonique avec LN et MP.
2. Montrer que E, F, E$'$, F$'$ sont alignés et forment une division harmonique. En déduire que ω est un des points limites du faisceau déterminé par les cercles (I) et (0).
3. Calculer l'angle orienté des droites (LN, MP).

   En déduire que les droites LN et PM sont les bissectrices de l'angle des diagonales AC et BD.

   Il en résulte qu'il existe une ellipse (E) de foyers I et ω, tangente aux quatre côtés du quadrilatère LMNP.
4. Montrer qu'il existe alors une infinité de quadrilatères tels que ABCD, inscrits dans (O) et circonscrits à (I) ; et. aussi une infinité de quadrilatères inscrits dans (I) et circonscrits à (E).

   Quelle relation existe-t-il entre R, r et la distance OI $= d$ s'il existe un quadrilatère inscrit dans (O) et circonscrit à (I) ? (On ne demande pas la réciproque de cette relation.)