∽ Baccalauréat Bordeaux[1] septembre 1950 ∾
Série mathématiques et mathématiques et technique

I

1er sujet
Résoudre un triangle, connaissant les trois côtés.

2e sujet
Résoudre un triangle, connaissant deux côtés et l'angle qu'ils comprennent.

3e sujet
Résoudre un triangle, connaissant deux côtés et l'angle opposé à l'un d'eux.

II

Le problème qui suit est un problème de Géométrie plane.

1. On donne un cercle (F) de centre F et de rayon R et un point fixe F′ de son plan. On pose $\mathrm{FF}' = 2c < \mathrm{R}$.
   Deux droites perpendiculaires se coupant en F′ peuvent pivoter autour de ce point ; elles rencontrent le cercle (F) respectivement en A et C, en B et D. I désignant le milieu du segment de droite AB, on demande d'évaluer la somme $\overline{\mathrm{IF}'}^2 + \overline{\mathrm{IF}}^2$ en fonction de R.
   Trouver le lieu du point I. En déduire que les côtés du quadrilatère ABCD restent tangents à une ellipse (E) dont on précisera les éléments essentiels : foyers, longueur du grand axe, longueur du petit axe, cercle principal.
2. Réciproquement, on donne une ellipse (E) dont les foyers sont F et F′, dont le grand axe a pour mesure $2a$. On pose $\mathrm{FF}' = 2c$.
   Deux demi-droites issues de F′ forment un angle droit qui peut pivoter autour de ce point. Soit (t) une tangente quelconque à l'ellipse (E) ; elle coupe les côtés de l'angle droit respectivement en A et B. Soit, d'autre part, I le pied de la perpendiculaire abaissée de F sur (t). Montrer que si le point I est le milieu du segment de droite AB, les segments FA et FB ont une valeur constante que l'on évaluera en fonction des éléments de l'ellipse.
   En déduire pour une position quelconque de l'angle droit, de sommet F′ ;
   a. la construction de la tangente unique à l'ellipse (E) rencontrant les deux côtés de l'angle respectivement en A et B, ces points étant équidistants du point F ;
   b. la construction d'un cercle (F) et d'un seul tel qu'il existe une infinité de quadrilatères convexes (Q) inscrits dans le cercle (F), circonscrits à l'ellipse (E) et dont les diagonales se coupent orthogonalement au point F′.
3. L'ellipse (E) et le cercle associé (F) étant connus, on considère un quadrilatère ABCD appartenant à la famille des quadrilatères (Q) découverte dans les deux questions précédentes.
   Soient L, M, N, P, S, T les pôles respectifs des droites AB, BC, CD, DA, AC, BD par rapport au cercle (F), H le point d'intersection des droites AD, BC ; K celui des droites AB, CD. Montrer :

1. A. E. F. , Togo et Cameroun

a. que les points L, M, N, P appartiennent à un cercle fixe (Γ) inverse du cercle principal de l'ellipse (E) dans une inversion dont on précisera le pôle et la puissance ;

b. que les ensembles de point a (H, K, S, T), (L, F$'$, N, H), (P, F$'$, M, K) appartiennent respectivement à trois droites (Δ), $\left(\Delta'\right)$, $\left(\Delta''\right)$ dont l'une (Δ) est fixe, les bissectrice des angles formés par les deux autres étant les diagonales du quadrilatère (Q) choisi ;

c. que sur chaque droite (Δ), $\left(\Delta'\right)$, $\left(\Delta''\right)$ les quatre points associés forment une division harmonique.