

∞ Baccalauréat Bordeaux ∞

juin 1948

série mathématiques et technique et mathématiques et technique

Exercice 1 (au choix)

1^{er} sujet

Asymptotes de la courbe

$$y = \frac{x^2 + 7x + 8}{x^2 + 6x + 5}.$$

Position de la courbe par rapport à ses asymptotes.

Point d'intersection de la courbe avec son asymptote parallèle à Ox ?

La courbe possède-t-elle un centre de symétrie?

Pouvez-vous prévoir l'allure de la courbe (on ne calculera pas la dérivée)?

2^e sujet

Caractère de divisibilité par 11.

3^e sujet

Dérivées de $y = \sin x$ et de $y = \cos x$.

Exercice 2

On donne un plan (P), un point O de ce plan et un nombre algébrique k .

Partie A

1. Construire géométriquement deux points inverses dans l'inversion de centre O, de puissance k , connaissant leur distance $BC = 2\ell$.

Discuter selon qu'on a $k > 0$ ou $k < 0$.

Si (Γ) désigne le cercle de centre O, de rayon $a = \sqrt{|k|}$, comment les cercles passant par B et C coupent-ils (Γ) ?

2. Montrer que le 1. permet de déterminer les coniques ayant pour axe focal une droite donnée Ox , pour cercle principal (Γ) et pour distance entre un foyer et une directrice la longueur 2ℓ .

Distinguer deux cas suivant que la directrice est ou non associée au foyer.

Partie B

On suppose construits deux points B, C du début dans le cas d'une inversion positive $k = a^2$ ($OB < a$). On désigne par A un point double de l'inversion, par (T) un triangle ABC variable avec A (B et C étant fixes).

1. Quelles propriétés géométriques simples, invariantes quand A varie, apercevez-vous dans les triangles (T)?

2. (T) est-il déterminé quand on connaît le rapport $\frac{AD}{AD'}$ des deux bissectrices issues de A (AD bissectrice intérieure, AD' extérieure)?

Faire le calcul des angles de (T) si $\frac{AD}{AD'} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

N. B. - On démontrera les relations

$$\frac{AD}{AD'} = \operatorname{tg} \frac{B-C}{2}, \quad AH = AD \cos \frac{B-C}{2} = \frac{BC \sin B \sin C}{\sin(B+C)}$$

(AH hauteur issue de A), relations valables dans un triangle quelconque, qu'on appliquera en tenant compte des hypothèses actuelles.

3. Construire géométriquement A pour que $\widehat{B} - \widehat{C} = \frac{\pi}{2}$ et vérifier que l'hyperbole équilatère de sommets B et C passe par les deux points ainsi obtenus.