∽ Baccalauréat Bordeaux juin 1949 ∾
Série mathématiques

I.– 1er sujet

Définition de l'ellipse :

1. par ses deux foyers ;
2. par un foyer et la directrice correspondante ; équivalence de ces deux définitions.

I.– 2e sujet

Intersection d'une ellipse et d'une droite.
Existence et construction de la tangente à l'ellipse.

I.– 3e sujet

Équation de l'ellipse rapportée à ses axes ; projection orthogonale d'un cercle.

II.

Soient dans le plan $x'Ox$, $y'Oy$ deux droites rectangulaires fixes, Ot une demi-droite issue de O et sur Ot deux points P et Q tels que OP $= a$, OQ $= b$ (a et b sont deux constantes satisfaisant à $a > b$).
On désigne par I le milieu de PQ ; le cercle de centre I passant par O recoupe $x'Ox$ en U, $y'Oy$ en V et Ot en W.
Les cercles (Γ) et (Ω) respectivement circonscrits aux triangles WPU et WQV se recoupent en M et recoupent respectivement $x'Ox$ en S et $y'Oy$ en T.

1. Montrer que P et Q sont les projections sur OW respectivement de S et de T, et que M est la projection de W sur ST.

   Démontrer que les quatre points O, T, W, S sont sur un même cercle ; en déduire que M est sur la droite UV.
2. Démontrer que QM est parallèle à $x'Ox$ et PM parallèle à $y'Oy$.

   En déduire que le lieu de M, lorsque Ot pivote autour de O, est une conique (E) dont on précisera la nature et les éléments. ,
3. Soit (Λ) le cercle de centre T passant par W ; montrer que la puissance de O par rapport à (Λ) est $b^2 - a^2$; en déduire que (Λ) passe par deux points fixes F et F$'$ que l'on déterminera.
4. Montrer que S est le pôle de la droite MW par rapport à (Λ) ; en déduire l'enveloppe de la droite ST.