Brevet des collèges d'avril 2004 à mars 2005

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus.

Brevet des collèges Pondichéry avril 2004

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

On pose :

$$A = -\frac{12}{7} + \frac{2}{7} \div \frac{3}{5} \qquad B = \frac{15 \times \left(10^{-3}\right)^2}{6 \times 10^5 \times 10^3}$$

1. Exprimer A sous forme de fraction irréductible en indiquant toutes les étapes des calculs.
2. Donner l'écriture scientifique de B en indiquant toutes les étapes des calculs.

Exercice 2

On donne l'expression : $C = (x+5)^2 - 7x(x+5)$.

1. Développer, puis réduire C.
2. Factoriser C.
3. Résoudre l'équation $(x+5)(-6x+5) = 0$.

Exercice 3

On considère les nombres suivants :
$D = \sqrt{63} \times 11\sqrt{7} \times 2\sqrt{175}$
$E = \sqrt{63} - 11\sqrt{7} + 2\sqrt{175}$
Écrire les nombres D et E sous la forme $p\sqrt{7}$, où p est un nombre entier.

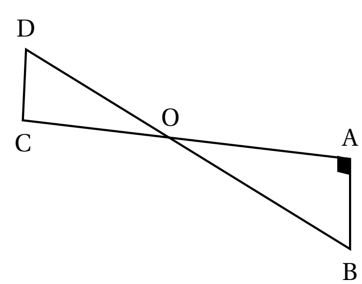
Exercice 4

Déterminer le plus grand diviseur commun à 4 464 et 5 828 en faisant apparaître la méthode utilisée.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

OAB un triangle rectangle en A.
D appartient à la droite (OB) et C appartient à la droite (OA).
On donne en millimètres :
OC = 28 ; CD = 21 ; OD = 35 ; OA = 42

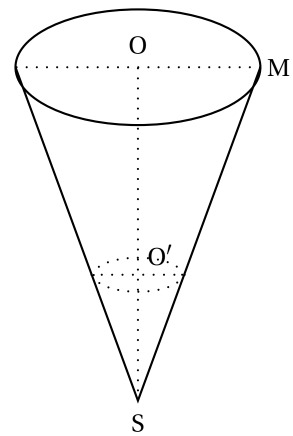


1. Montrer que le triangle ODC est rectangle en C.
2. Démontrer que les droites (DC) et (AB) sont parallèles.
3. Calculer les longueurs OB et AB.

(La figure donnée n'est pas en vraie grandeur).

Exercice 2

Un cône a pour rayon de base OM = 3 cm et pour hauteur OS = 14 cm.



1. On appelle V le volume de ce cône en cm^3. Montrer que V = 42π.
2. Dans ce cône, on verse d'abord du chocolat fondu jusqu'au point O′, puis on complète avec de la crème glacée à la pistache jusqu'au point O.

   Le cône formé par le chocolat fondu, de volume V′ en cm^3, est une réduction du cône initial, de volume V en cm^3.

   Sachant que O′S vaut 3,5 cm, par quel calcul simple passe-t-on de OS à O′S ? de V à V′ ?

   En déduire la valeur de V′ en fonction de π.
3. Quel est le pourcentage de chocolat fondu dans ce cône ?

Exercice 3

1. En utilisant le quadrillage fourni (Annexe 1), construire :
   a. La figure F_2 image de la figure F_1 par la symétrie d'axe (AB).
   b. La figure F_3 image de la figure F_1 par la symétrie de centre A.
   c. La figure F_4 image de la figure F_3 par la symétrie de centre B.
2. Quelle est la transformation qui permet de passer de la figure F_1 à la figure F_4 (on précisera les éléments caractéristiques) ?

PROBLÈME **12 points**

Ce problème est accompagné de deux tableaux à compléter sur la feuille « Annexe 2 » fournie à joindre à votre copie.

Première partie

Une association de jeunes dessinateurs décide de publier un livret présentant les œuvres de chacun de ses membres. Ils ont le choix entre les tarifs de deux imprimeurs :

Tarif A : 2,4 € par exemplaire.

Tarif B : 2,16 € par exemplaire auxquels on ajoute 30 € de frais de livraison.

On appelle x le nombre d'exemplaires imprimés.

1. Compléter le tableau 1 sur la feuille « Annexe 2 ».
2. Écrire, en fonction de x, le prix payé pour le tarif A, puis pour le tarif B.

Deuxième partie

Sur une feuille de papier millimétré, construire un repère orthogonal en plaçant l'origine en bas à gauche.

Prendre

— sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 10 exemplaires

— sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 50 euros.

1. Construire dans le repère précédent les représentations graphiques des fonctions suivantes :

   $p_1 : x \longmapsto 2,4x$

   $p_2 : x \longmapsto 2,16x + 30$

2. Les deux représentations graphiques se coupent en un point M. Calculer les coordonnées de M.

3. Déduire des questions 1. et 2. la condition pour laquelle le tarif B est le plus intéressant.

Troisième partie

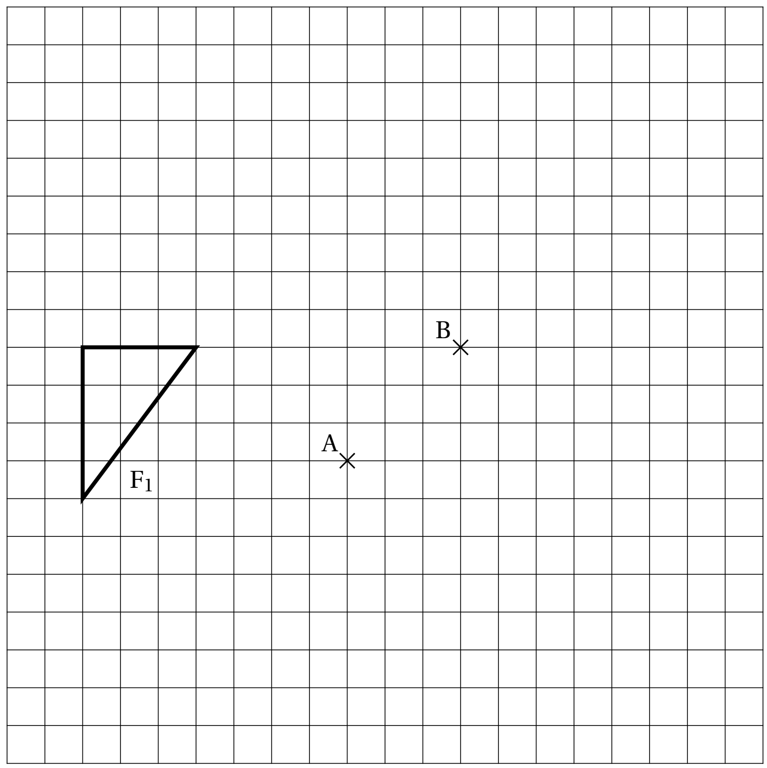
Finalement, l'association a imprimé et vendu 240 exemplaires du livret de trois façons différentes :
- par l'intermédiaire du site internet de l'association ;
- par l'intermédiaire d'un libraire ;
- par l'intermédiaire des membres de l'association.

1. Sachant que :
- le site internet de l'association a permis de vendre 30 % du total des livres imprimés,
- le libraire a vendu 60 exemplaires,
- le reste a été vendu par les membres de l'association,

compléter le tableau 2 sur la feuille « Annexe 2 ».

2. Représenter sur la feuille « Annexe 2 »la répartition des ventes du livret par un diagramme circulaire.

Annexe 1 (à rendre avec la copie)



Annexe 2 (à rendre avec la copie)

Tableau 1

Nombre d'exemplaires imprimés	50		
Prix selon le tarif A en euros			540
Prix selon le tarif B en euros		354	

Tableau 2

Intermédiaire	libraire	site internet	membres de l'association	Total
Nombre d'exemplaires vendus	60			240
Pourcentage du total		30		100

Diagramme circulaire (Troisième partie du problème - question 2)

∾ Diplôme national du brevet juin 2004 ∾
Amérique du Nord

Calculatrice autorisée 2 heures

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points)

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. On considère le nombre :

$$A = \frac{1}{7} + \frac{6}{7} \div \frac{12}{35}$$

   Calculer A en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

2. On considère les nombres :

$$B = \left(\sqrt{17} - 1\right)\left(\sqrt{17} + 1\right) \qquad C = \left(3 - \sqrt{7}\right)^2 \qquad D = B - C$$

   a. Développer et réduire B et C.

   b. écrire D sous la forme $a\sqrt{7}$, où a désigne un nombre entier.

Exercice 2

On considère les expressions :

$$E = (4x+5)(x-2) - x(x+4) \qquad F = (3x-10)(x+1)$$

1. En développant et réduisant E et F, vérifier que $E = F$.
2. En déduire les solutions de l'équation $E = 0$.

Exercice 3

Deux amis ont fait des courses le même jour et à la même boulangerie.
L'un a payé 5,85 euros pour l'achat de 5 pains au chocolat et 3 croissants.
L'autre a payé 3,65 euros pour l'achat de 3 pains au chocolat et 2 croissants.

1. écrire un système d'équations traduisant ces données.
2. En déduire le prix d'un pain au chocolat et celui d'un croissant.

Exercice 4

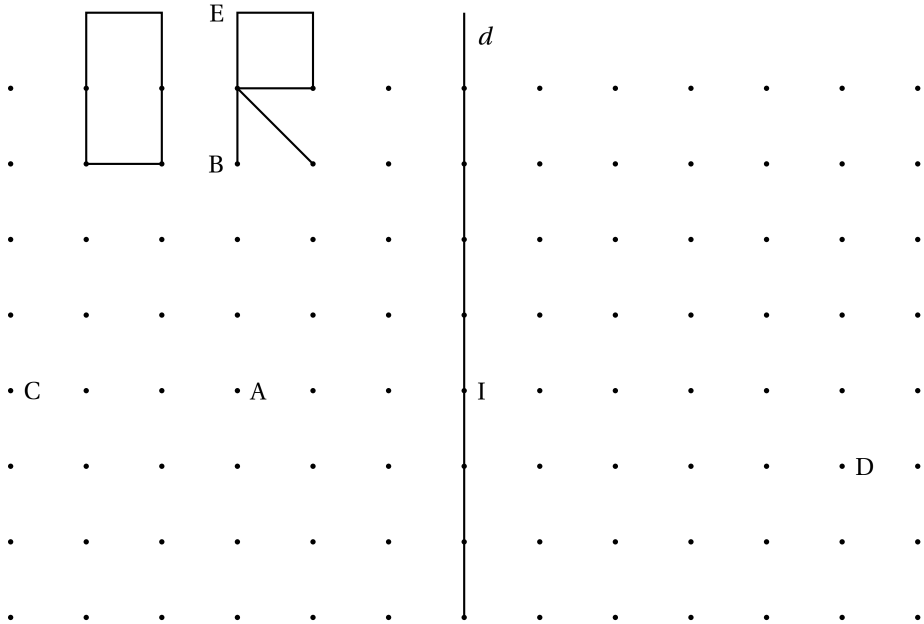
Un fleuriste dispose de 126 iris et 210 roses.
Il veut, en utilisant toutes ses fleurs, réaliser des bouquets contenant tous le même nombre d'iris et le même nombre de roses.
Justifier toutes les réponses aux questions ci-dessous.

1. Le fleuriste peut-il réaliser 15 bouquets ?
2. Peut-il réaliser 14 bouquets ?
3. **a.** Quel nombre maximal de bouquets peut-il réaliser ?

b. Donner la composition de chacun d'eux.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1



Sur la figure ci-dessous, en commençant dans chaque cas par l'image du segment [BE], tracer :

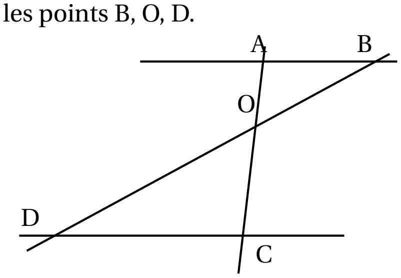
— en bleu, l'image du mot « OR » par la symétrie d'axe (d) ;
— en rouge, l'image du mot « OR » par la symétrie de centre I ;
— en noir, l'image du mot « OR » par la translation qui transforme B en D ;
— en vert, l'image du mot « OR » par la rotation de centre A qui transforme B en C.

On évitera les tracés inutiles.

Exercice 2

La figure ci-dessous n'est pas réalisée en vraie grandeur.
Les points A, O, C sont alignés ainsi que les points B, O, D.

On suppose que :
OA= 3 cm ;
AB = 4 cm ;
OC = 7,5 cm ;
(AB) // (CD) ;
$\widehat{DOC} = 65°$.



1. Calculer CD.
2. La perpendiculaire à (BD) passant par C coupe (BD) en H. Calculer OH (arrondir au centième de cm).

Exercice 3

La plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité de longueur est le centimètre

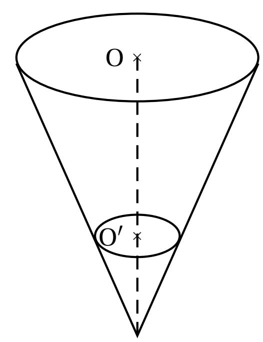
1. **a.** Placer le point A(5 ; 3).
   b. Par lecture graphique, donner les coordonnées de $\overrightarrow{IA}$.
   c. En déduire la distance IA.
2. On considère le point B$(-1\ ;\ \sqrt{21})$.
   a. Prouver que A et B sont sur le cercle de centre I et de rayon 5.
   b. Tracer ce cercle et placer le point B.
3. **a.** Placer le point C, symétrique de A par rapport à I.
   b. Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.

PROBLÈME **12 points**

Partie A

On a représenté ci-contre un cône C_1 qui a pour base un disque de centre O et de rayon 7 cm, pour sommet le point S et pour hauteur 14 cm.

1. Prouver que la valeur exacte, en cm^3, du volume $\mathcal{V}_1$ du cône C_1 est $\dfrac{686\pi}{3}$.
   Rappel :
   $$\text{Volume d'un cône} = \frac{\text{aire de sa base} \times \text{sa hauteur}}{3}$$



2. O′ est le point de [OS] tel que OO′ = 8 cm. On a coupé le cône C_1 par un plan parallèle à sa base et passant par O′. La section obtenue est un disque de centre O′, réduction du disque de base.
   Prouver que le rayon de ce disque est 3 cm.
3. On appelle C_2 le cône de sommet S qui a pour base le disque de centre O′ et de rayon 3 cm. Prouver que la valeur exacte, en cm^3, du volume $\mathcal{V}_2$ du cône C_2 est 18π.
4. En enlevant le cône C_2 du cône C_1, on obtient un tronc de cône de hauteur 8 cm.
   Calculer la valeur exacte de son volume en cm^3.

Partie B

1. Un premier récipient a la forme du tronc de cône décrit ci-dessus et repose sur sa base de rayon 3 cm.
   On désigne par x la hauteur, en cm, du liquide qu'il contient ; on admet que le volume $\mathcal{V}(x)$ de ce liquide, en cm^3, est $18\pi\left[\left(1+\dfrac{x}{6}\right)^3-1\right]$.
   On a représenté graphiquement, ci-après, ce volume en fonction de la hauteur x (sur l'axe des ordonnées, 1 cm représente 50 cm^3).
   a. Par lecture graphique, donner une valeur approchée de $\mathcal{V}(6)$.
   b. Prouver que $\mathcal{V}(6) = 18\pi \times 7$, puis trouver la valeur de $\mathcal{V}(6)$ arrondie au cm^3.
2. Un deuxième récipient a la forme d'un cylindre de hauteur 8 cm ; ses bases ont pour rayon 5 cm.
   a. Calculer la valeur exacte de son volume, en cm^3.

b. En appelant x la hauteur, en cm, du liquide qu'il contient, prouver que le volume de ce liquide, en cm^3, est $25\pi x$.

c. Soit f la fonction linéaire : $x \longmapsto 25\pi x$.

Représenter graphiquement la fonction f dans le repère ci-dessus pour $0 \leqslant x \leqslant 8$.

Rappel : sur l'axe des ordonnées, 1 carreau représente 50 cm^3.

3. Les deux représentations graphiques se coupent en un point M.

a. Son abscisse x_M est comprise entre deux nombres entiers consécutifs : donner ces deux nombres par lecture graphique.

b. Son ordonnée y_M est comprise entre deux multiples de 50 consécutifs : donner ces deux nombres par lecture graphique.

4. On suppose maintenant que les deux récipients contiennent la même hauteur x de liquide.

Pour quelles valeurs de x le tronc de cône contient-il plus de liquide que le cylindre ?

Diplôme national du brevet juin 2004
Groupement Est

Calculatrice autorisée — 2 heures

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points)

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES — **12 points**

Exercice 1

Soient les expressions
$A=\dfrac{9}{5}-\dfrac{2}{5}\times\dfrac{11}{4}$ et $B=5\sqrt{3}-4\sqrt{27}+\sqrt{75}$.

1. Calculer A en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer et écrire B sous la forme $a\cdot\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers relatifs, b étant un nombre positif le plus petit possible.

Exercice 2

On considère l'expression $C=(2x-1)^2+(2x-1)(x+5)$.

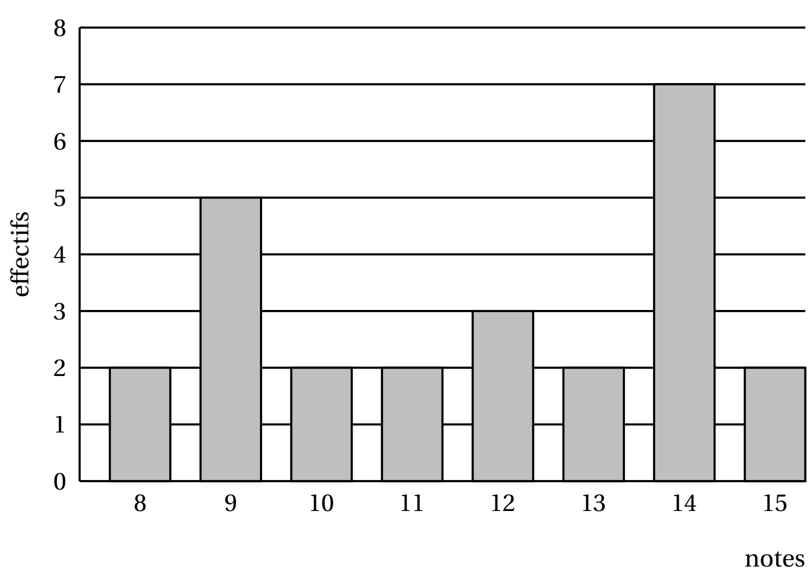
1. Développer et réduire l'expression C.
2. Factoriser l'expression C.
3. Résoudre l'équation $(2x-1)(3x+4)=0$.

Exercice 3

1. Les nombres 682 et 352 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
2. Calculer le plus grand diviseur commun (PGCD) de 682 et 352.
3. Rendre irréductible la fraction $\dfrac{682}{352}$ en indiquant clairement la méthode utilisée.

Exercice 4

Le diagramme en barres ci-dessous donne la répartition des notes obtenues à un contrôle de mathématiques par les élèves d'une classe de 3^e.



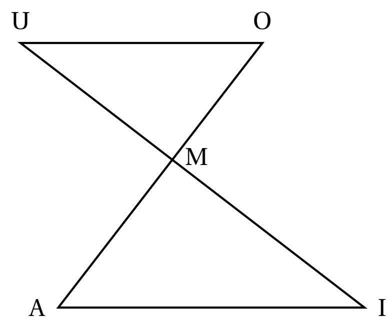
1. Combien d'élèves y a-t-il dans cette classe ?
2. Quelle est la note moyenne de la classe à ce contrôle ?
3. Quelle est la note médiane ?
4. Quelle est l'étendue de cette série de notes ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

Les segments [CA] et [UI] se coupent en M.
On a : MO = 21, MA = 27, MU = 28, MI = 36, AI = 45 (l'unité de longueur étant le millimètre).

1. Prouver que les droites (OU) et (AI) sont parallèles.
2. Calculer la longueur OU.
3. Prouver que le triangle AMI est un triangle rectangle.
4. Déterminer, à un degré près, la mesure de l'angle $\widehat{\text{AIM}}$.
5. Montrer que les angles $\widehat{\text{MAI}}$ et $\widehat{\text{MOU}}$ ont la même mesure.



Exercice 2

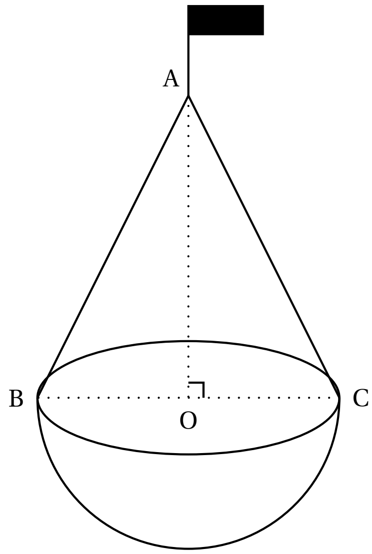
Sur la figure annexe que vous devrez rendre avec la copie, on considère la figure $\mathscr{F}$.

1. Construire
   a. la figure $\mathscr{F}_1$, image de la figure $\mathscr{F}$ par la symétrie centrale de centre B (nommer E l'image de A).
   b. la figure $\mathscr{F}_2$, image de la figure $\mathscr{F}_1$ par la symétrie centrale de centre C (nommer T l'image de E). On hachurera, sur le dessin, les figures $\mathscr{F}_1$ et $\mathscr{F}_2$ ainsi obtenues.
2. Quelle transformation permet de passer directement de la figure $\mathscr{F}$ à $\mathscr{F}_2$?

Exercice 3

La balise ci-contre est formée d'une demi-boule surmontée d'un cône de révolution de sommet A.
Le segment [BC] est un diamètre de la base du cône et le point O est le centre de cette base.
On donne AO = BC = 6 dm.

1. Montrer que : AB = $3\sqrt{5}$ dm.
2. Dans cette question, on se propose de calculer des volumes.
   a. Calculer en fonction de π le volume du cône (on donnera la valeur exacte de ce volume).
   b. Calculer en fonction de π le volume de la demi-boule (on donnera la valeur exacte de ce volume).
   c. Calculer la valeur exacte du volume de la balise, puis en donner la valeur arrondie à 0,1 dm^3 près.



On rappelle que si V est le volume d'une boule de rayon R, $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$.

On rappelle que si V est le volume d'un cône de hauteur h et de rayon r, $V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$.

PROBLÈME **12 points**

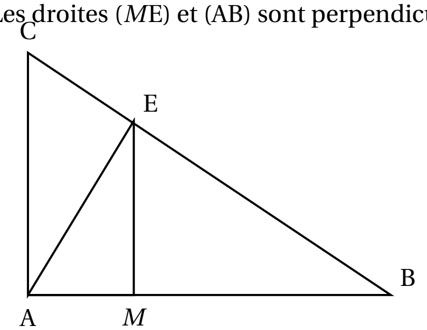
On considère un triangle ABC rectangle en A tel que
AB = 6 cm et AC = 4 cm.

Partie 1

1. Construire ce triangle.
2. Placer le point M sur le segment [AB] tel que BM = 3,5 cm et tracer la droite passant par le point M et perpendiculaire à la droite (AB) ; elle coupe le segment [BC] en E.
   a. Calculer AM.
   b. Démontrer que les droites (AC) et (ME) sont parallèles.
   c. Calculer EM (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).
   d. Le triangle AEM est-il un triangle isocèle en M ?

Partie 2

On souhaite placer le point M sur le segment [AB] de façon à ce que le triangle AEM soit isocèle en M comme sur la figure ci-dessous que l'on ne demande pas de refaire.
On rappelle que : AB = 6 cm et AC = 4 cm. Les droites (ME) et (AB) sont perpendiculaires.
1. On pose BM = x (on a donc : $0 \leqslant x \leqslant 6$). Démontrer, en utilisant la propriété de Thalès, que ME = $\frac{2}{3}x$.
2. Première résolution du problème posé.
a. Montrer que MA = $6 - x$.
b. Calculer x pour que le triangle AME soit isocèle en M.



3. Soit un repère orthogonal avec pour unités 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

a. Représenter, dans ce repère, les fonctions f et g définies par :

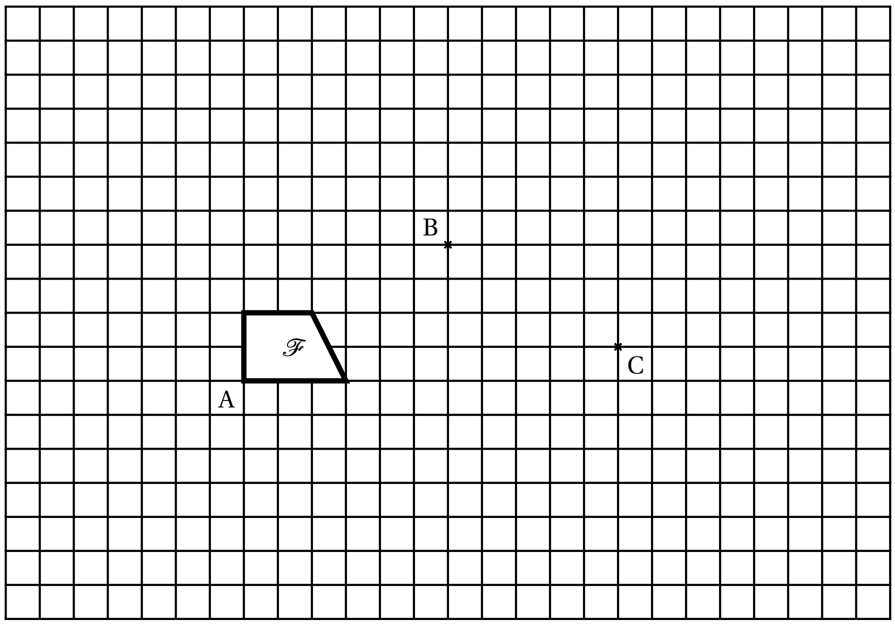
$$f(x) = \frac{2}{3}x \qquad \text{et} \qquad g(x) = 6 - x, \qquad \text{pour} \qquad 0 \leqslant x \leqslant 6.$$

b. En utilisant ce graphique, retrouver le résultat de la question **2 b**.

Feuille annexe à rendre avec la copie

Activités géométriques

Exercice 2



∽ Diplôme national du brevet juin 2004 ∾
Groupement Ouest [1]

Calculatrice autorisée 2 heures

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points)

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Calculer les expressions suivantes. On donnera le résultat sous la forme d'un nombre entier.
Les calculs intermédiaires figureront sur la copie.

$\text{A} = \dfrac{96 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^{-2}}{3 \times 10^{-1} \times 2 \times 10^{-6}}$

$\text{B} = 11 : \left(\dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{2}\right)$

$\text{C} = \left(2\sqrt{3} - 3\right)\left(2\sqrt{3} + 3\right)$.

Exercice 2

On considère l'expression $D = (x-2)^2 - 2(x-2)$.

1. Factoriser D.
2. Résoudre l'équation $(x-2)(x-4) = 0$.
3. Développer et réduire D.
4. Calculer D pour $x = 1$.

Exercice 3

1. Résoudre le système suivant : $\left\{\begin{array}{rcr} 5x + 2y & = & 12 \\ x + 2y & = & 8 \end{array}\right.$
2. Montrer que le couple (1 ; 3,5) est solution du système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcr} 10x + 4y & = & 24 \\ 3x + 6y & = & 24 \end{array}\right.$$

3. Un artisan fabrique des perles noires et des perles dorées. Un sac contenant 10 perles noires et 4 perles dorées est vendu 24 euros. Un sac contenant 3 perles noires et 6 perles dorées est vendu également 24 euros. Combien serait vendu un sac contenant 4 perles noires et 3 perles dorées ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

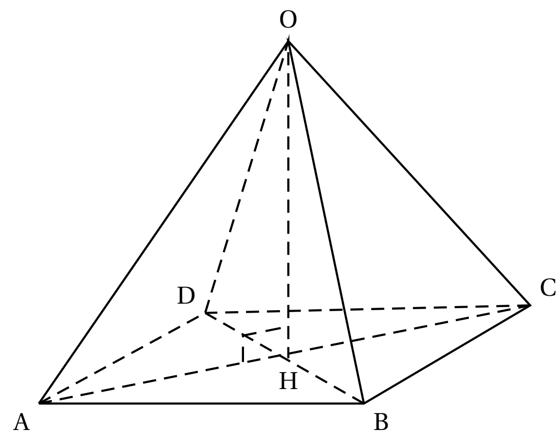
1. Construire le triangle EFG tel que EF = 12 cm, EG = 5 cm et FG = 13 cm.
2. Prouver que le triangle EFG est rectangle en E.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\text{F}}$. Le résultat sera arrondi au degré près.

1. Bordeaux

4. Placer le point B sur le segment [EF] tel que EB = 7 cm.
   Tracer la droite passant par B et parallèle au côté [FG]. Elle coupe le côté [EG] en M.
5. Calculer la valeur exacte de BM, puis en donner l'arrondi au mm près.

Exercice 2

On considère la pyramide régulière OABCD. La base ABCD est un carré. H est le point d'intersection des diagonales [BD] et [AC]. On sait que la hauteur [OH] mesure 4 cm.



1. Sachant que le volume de la pyramide est égal à 24 cm^3, montrer que l'aire de la base est égale à 18 cm^2.
2. En déduire que le côté [AB] du carré ABCD mesure $3\sqrt{2}$ cm.
3. Calculer la longueur de la diagonale [AC] du carré ABCD.
4. Calculer l'aire du triangle AOC.

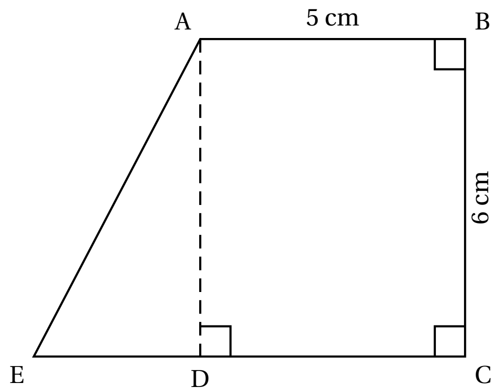
Exercice 3

On considère un repère orthonormé (O, I, J). L'unité choisie est le centimètre.

1. Placer les points A(2 ; 2), B(−4 ; 5) et C(−4 ; −2).
2. **a.** Montrer que AC est égale à $\sqrt{52}$ cm.
   b. Calculer BC.
   c. Le triangle ABC est-il isocèle en C ? Justifier.
3. **a.** Construire le milieu K du segment [AB].
   b. La droite (CK) est-elle la médiatrice du segment [AB] ? Justifier.

PROBLÈME **12 points**

On considère un trapèze ABCE rectangle en B et C. On donne AB = 5 cm et BC = 6 cm. La figure ci-dessous n'est pas réalisée en vraie grandeur.
Le point D se trouve sur le segment [EC] de telle sorte que ABCD soit un rectangle.



Partie A

Dans cette partie, ED = 3 cm.

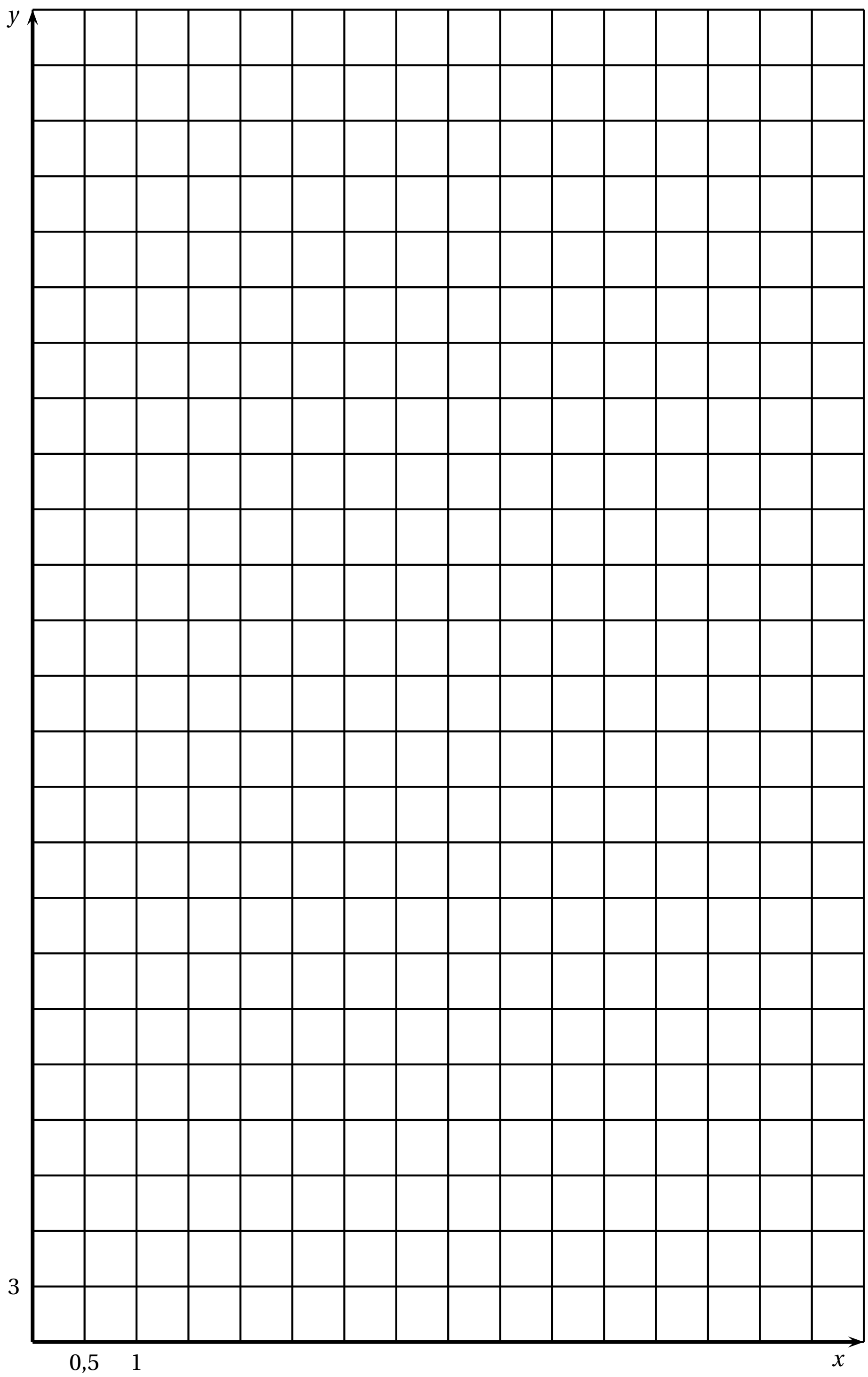
1. Faire une figure aux dimensions exactes.
2. Calculer l'aire du rectangle ABCD.
3. Calculer l'aire du triangle rectangle ADE.
4. Montrer que l'aire du trapèze ABCE est égale à 39 cm^2.

Partie B

Dans cette partie, on ne connaît pas la longueur ED. On note ED = x (en cm). On rappelle que AB = 5 cm et BC = 6 cm.

1. Montrer que l'aire du trapèze ABCE, en cm^2, peut s'écrire $3x+30$.
2. Sur le repère en annexe, représenter la fonction affine $x \longmapsto 3x+30$.
3. Par lecture graphique, trouver la valeur de x pour laquelle l'aire du trapèze ABCE est égale à 36 cm^2. Faire apparaître les traits justificatifs en pointillés sur le graphique.
4. Retrouver ce résultat en résolvant une équation.

Annexe au problème, à rendre avec la copie



Durée : 2 heures

∽ Brevet des collèges Groupe Nord juin 2004 ∽

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{2}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{8}{21}.$$

2. écrire B sous la forme $a\sqrt{2}$, où a est un nombre entier :

$$B = \sqrt{50} - 2\sqrt{18}.$$

EXERCICE 2

On donne l'expression $A = (2x+3)^2 + (2x+3)(5x-7)$.

1. Développer et réduire l'expression A.
2. Factoriser l'expression A.
3. Résoudre l'équation $(2x+3)(7x-4) = 0$.

EXERCICE 3

1. Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x+2y &= 76 \\ 4x+y &= 115 \end{cases}$$

2. Le responsable du CDI d'un collège voudrait renouveler le stock d'atlas et de dictionnaires.
   Au 1er trimestre, il commande 1 atlas et 2 dictionnaires. La facture est de 76 €.
   Au 2e trimestre, les prix n'ont pas changé, il commande 4 atlas et 1 dictionnaire. La facture est de 115 €.
   Quel est le prix d'un atlas ? Quel est le prix d'un dictionnaire ?

EXERCICE 4

Après un contrôle, les notes de 25 élèves ont été regroupées dans le tableau ci-dessous :

Notes n	$0 \leqslant n < 4$	$4 \leqslant n < 8$	$8 \leqslant n < 12$	$12 \leqslant n < 16$	$16 \leqslant n < 20$
Nombre d'élèves	1	6	7		3

1. Compléter le tableau en indiquant le nombre d'élèves ayant obtenu une note comprise entre 12 et 16 (16 exclu).
2. Combien d'élèves ont obtenu moins de 12 ?
3. Combien d'élèves ont obtenu au moins 8 ?
4. Quel est le pourcentage des élèves qui ont obtenu une note comprise entre 8 et 12 (12 exclu) ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

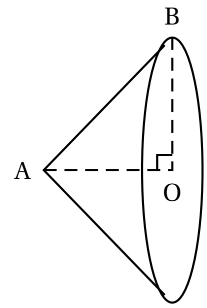
EXERCICE 1

1. Tracer sur la copie un segment [EF] de longueur 7 cm et de milieu O.
   Tracer le cercle de diamètre [EF] puis placer un point G sur le cercle tel que $\widehat{FEG} = 26\,°$.
2. Démontrer que le triangle EFG est rectangle en G.
3. Calculer une valeur approchée de la longueur FG, arrondie au millimètre.
4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{GOF}$ (justifier votre réponse).

EXERCICE 2

On considère un cône de révolution semblable à celui représenté ci-contre avec AO = 2 cm et BO = 3 cm.

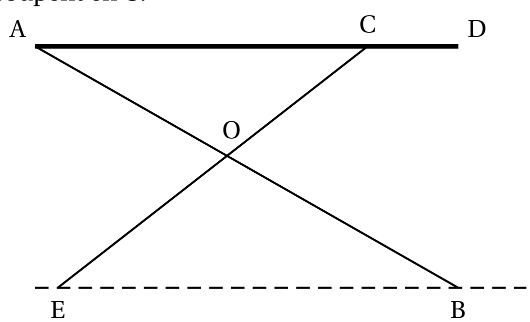
1. Calculer la longueur de la génératrice [AB] : donner en cm la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.
2. Calculer le volume du cône : donner en cm^3 la valeur exacte puis la valeur arrondie à l'unité.



EXERCICE 3

La figure ci-dessous donne le schéma d'une table à repasser.
Le segment [AD] représente la planche.
Les segments [AB] et [EC] représentent les pieds.
Les droites (AB) et (EC) se coupent en O.

On donne :
AD = 125 cm
AC = 100 cm
OA = 60 cm
OB = 72 cm
OE = 60 cm
OC = 50 cm



1. Montrer que la droite (AC) est parallèle à la droite (EB).
2. Calculer l'écartement EB en cm.

PROBLÈME **12 points**

Dans un repère orthonormal (O; I, J), on considère les points A(−4 ; 3), B(3 ; 2) et C(1 ; −2). L'unité graphique est le centimètre.

Partie A

1. Placer les points A, B et C dans le repère (O; I, J) joint.
2. **a.** Calculer la longueur AB.
   b. On admet que le calcul donne AC = $\sqrt{50}$ et BC = $\sqrt{20}$. Que peut-on en déduire pour le triangle ABC?
3. Soit H le milieu du segment [BC]. Vérifier par le calcul que H a pour coordonnées (2; 0).

4. Pourquoi le segment [AH] est-il une hauteur du triangle ABC ?
5. **a.** Prouver que AH = $3\sqrt{5}$.

   b. Calculer l'aire du triangle ABC.

Partie B

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
2. Le point D est l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

   a. Placer le point D.

   b. Montrer par le calcul que D a pour coordonnées $(8~;~-3)$.
3. Quelle est la nature du quadrilatère ACDB ? Justifier.

Brevet - Polynésie juin 2004

Activités numériques **12 points**

Tous les exercices sont indépendants

Exercice 1

Le détail des calculs devra apparaître sur la copie.

1. Calculer A en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{2}{3} + \frac{5}{4} \times \frac{7}{3}.$$

2. Calculer le nombre C en donnant le résultat sous la forme scientifique.

$$C = \frac{10^{-8} \times 42 \times 10^{12}}{7 \times 10^{5}}.$$

3. écrire le nombre D sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un nombre entier.

$$D = 3\sqrt{20} - \sqrt{45}.$$

Exercice 2

1. Calculer le PGCD des nombres 1 470 et 2 310.
2. Rendre irréductible la fraction $\dfrac{1\,470}{2\,310}$.

Exercice 3

On considère l'expression $E = (2x+3)^2 + (x-1)(2x+3)$.

1. Développer cette expression E.
2. Calculer cette expression E pour $x = -2$.
3. Factoriser cette expression E.
4. Résoudre l'équation : $(2x+3)(3x+2) = 0$.

Exercice 4

1. Résoudre le système ci-dessous :

$$\left\{\begin{array}{l c r} x+y & = & 800 \\ 3x+5y & = & 2\,920 \end{array}\right.$$

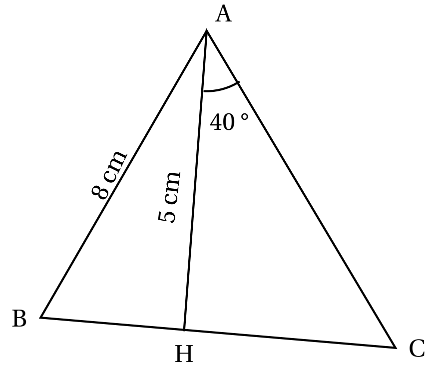
2. Un jeune homme va déjeuner au fast-food. Il prend un hamburger, une boisson gazeuse et doit payer 800 F. À la table voisine, pour une consommation de 3 hamburgers et de 5 boissons gazeuses, le montant de la facture s'élève à 2 920 F.
   Déterminer le prix d'une boisson gazeuse ainsi que le prix d'un hamburger.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

[AH] est la hauteur issue du sommet A d'un triangle ABC.

1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAH}$. On donnera une valeur arrondie au degré près.
2. Calculer la longueur HC. On donnera une valeur arrondie au millimètre.

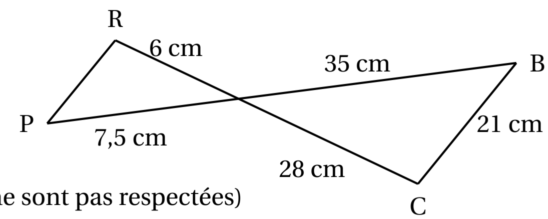


(Sur ce dessin les dimensions indiquées ne sont pas respectées)

Exercice 2

Deux droites (PB) et (RC) sont sécantes en un point A.

1. Démontrer que les droites (PR) et (BC) sont parallèles.
2. Calculer la longueur RP.



(Sur ce dessin les dimensions indiquées ne sont pas respectées)

À détacher et à rendre avec la copie

Problème **12 points**

Partie A

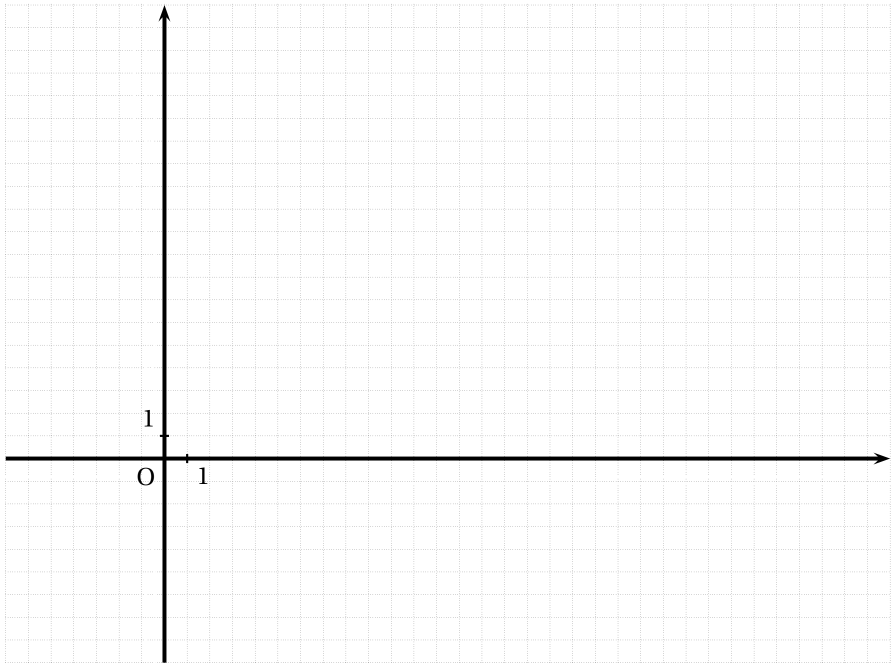
1. Dans le repère orthonormé ci-dessous, placer les points A(7 ; −7) et B(17 ; 17).
2. Calculer les coordonnées du point I milieu du segment [AB].
3. Calculer les longueurs IA, IB et IO. En déduire que les points A, B et O sont sur un cercle dont on précisera le centre et le rayon.
4. Tracer le cercle de diamètre [AB].
5. Démontrer que le triangle BOA est rectangle.

Partie B

1. Calculer les coordonnées du point C image du point O par la symétrie de centre I.
2. Démontrer que le quadrilatère BOAC est un rectangle.

Partie C

1. Placer le point D image du point A par la rotation de centre I, dans le sens des aiguilles d'une montre et d'angle 90 °.
2. Donner par lecture graphique, les coordonnées du point D.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ACD}$.


1
O
1

☙ Diplôme national du brevet juin 2004 ❧

Groupement Sud [2]

Calculatrice autorisée 2 heures

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points)

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. On donne $A = \dfrac{3}{7} - \dfrac{15}{7} + \dfrac{5}{24}$.
   Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. On donne $B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3}$.
   $C = \left(5 + \sqrt{3}\right)^2$
   $D = \left(\sqrt{2} + \sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2} - \sqrt{5}\right)$.
   a. écrire B sous la forme $b\sqrt{3}$ où b est un nombre entier.
   b. écrire C sous la forme $e + f\sqrt{3}$ avec e et f entiers.
   c. Montrer que D est un nombre entier.

Exercice 2

On donne $E = (2x - 3)(x + 2) - 5(2x - 3)$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Calculer E pour $x = -2$.
4. Résoudre l'équation $(2x - 3)(x - 3) = 0$.

Exercice 3

Une station de ski réalise une enquête auprès de 300 skieurs qui la fréquentent. Les résultats de l'enquête sont notés dans le tableau ci-dessous et indiquent la répartition en classe des skieurs en fonction de leur âge (en années) :

Âge	[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[
Centre de classe	5	...	...	...	...
Effectifs	27	45	48	39	42

Âge	[50 ; 60[	[60 ; 70[	[70 ; 80[	[80 ; 90[
Centre de classe	...	...	...	...
Effectifs	36	33	24	6

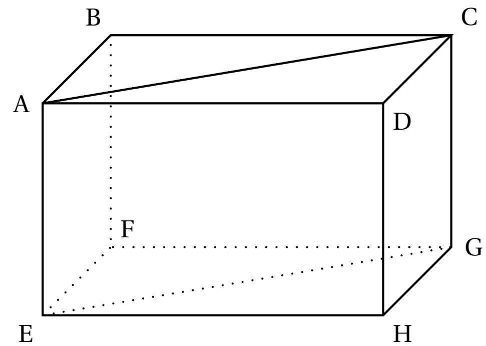
1. Compléter le tableau ci-dessus (annexe 1 de votre sujet) en indiquant le centre de chaque classe d'âge.
2. Calculer l'âge moyen des skieurs fréquentant cette station.
3. Quelle est la fréquence, en pourcentage, de skieurs ayant un âge strictement inférieur à 20 ans ?

2. Aix - Corse - Marseille - Montpellier - Nice - Toulouse

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

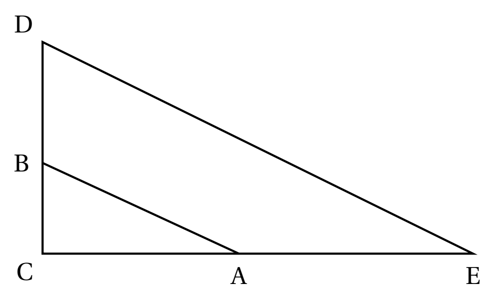
On considère le pavé droit ABCDEFGH représenté ci-dessous :



Observer la figure et compléter le tableau ci-dessous (annexe 1 de votre sujet). Sans justification.

OBJET	NATURE DE L'OBJET
Triangle ABC	
Angle $\widehat{ABF}$	
Quadrilatère ABFE	
Angle $\widehat{ACG}$	
Quadrilatère ACGE	

Exercice 2



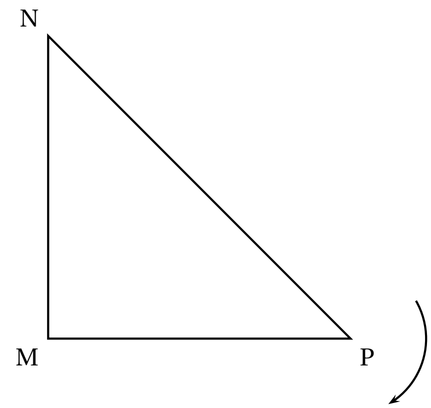
Dans le triangle CDE : A est un point du segment [CE] ; B est un point du segment [CD]. Sur le schéma ci-dessus, les longueurs représentées ne sont pas exactes.
On donne AC = 8 cm ; CE = 20 cm ; BC = 6 cm ; CD = 15 cm et DE = 25 cm.

1. Montrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
2. Le triangle CDE est-il rectangle ? Justifier.
3. Calculer AB.
4. Calculer la valeur arrondie au degré de l'angle $\widehat{CDE}$.

Exercice 3

On considère un triangle MNP rectangle en M.

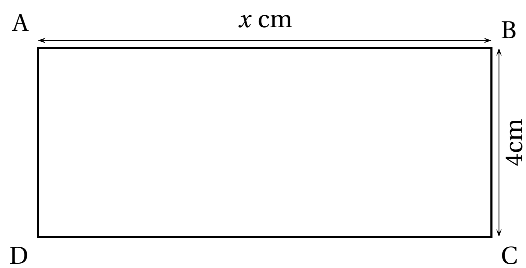
1. Sur le schéma suivant (annexe 1 de votre sujet) tracer l'image F_1 de ce triangle MNP par la rotation de centre P et d'angle 90° dans le sens indiqué par la flèche.

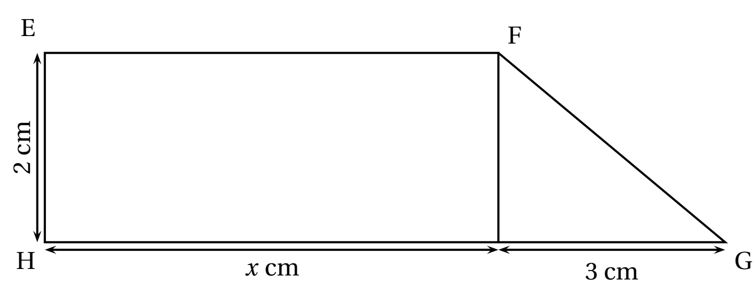


2. Tracer l'image F_2 du triangle MNP dans la translation de vecteur $\overrightarrow{PM}$.

PROBLÈME **12 points**

On donne les figures suivantes :

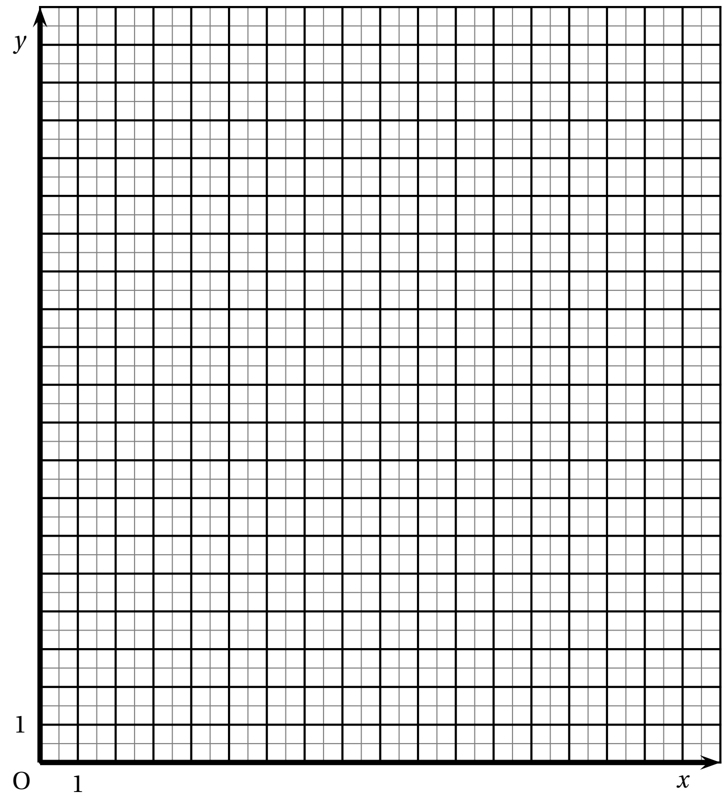




1. Exprimer en fonction de x l'aire $\mathscr{A}_{ABCD}$ du rectangle ABCD.

2. Exprimer en fonction de x l'aire $\mathscr{A}_{EFGH}$ du quadrilatère EFGH.

3. Dans le repère orthonormal ci-dessous (annexe 2 de votre sujet), tracer en justifiant
— la représentation graphique (d) de la fonction f définie par : $x \longmapsto 4x$;
— la représentation graphique (d′) de la fonction g définie par : $x \longmapsto 2x + 3$.



4. **a.** Calculer l'aire du rectangle ABCD pour $x = 3$.
   b. Retrouver ce résultat sur le graphique (on laissera apparents les traits nécessaires).
5. **a.** Calculer la valeur de x pour que l'aire du quadrilatère EFGH soit égale à 15 cm^2.
   b. Retrouver ce résultat sur le graphique (on laissera apparents les traits nécessaires).
6. **a.** Résoudre graphiquement l'équation : $4x = 2x + 3$.
   b. Retrouver ce résultat en résolvant l'équation :
   $4x = 2x + 3$
   c. Comment interpréter ce résultat pour le rectangle ABCD et le quadrilatère EFGH ?

Diplôme national du brevet juin 2004
Antilles-Guyane

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.
En plus des 36 points du barème, 4 points sont réservés à la rédaction et à la présentation.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1 **3,5 points**

1. Calculer $\frac{1}{2}+\frac{3}{7}\times\frac{1}{4}$.
2. Soit $\mathrm{A}=3-\sqrt{2}$ et $\mathrm{B}=3+\sqrt{2}$. Calculer le produit AB.
3. Soit $\mathrm{C}=6\sqrt{3}-3\sqrt{12}+2\sqrt{27}$.
   écrire C sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un nombre entier.

Exercice 2 **5 points**

On donne l'expression $D=(3x+5)(6x-1)+(3x+5)^2$.

1. Développer D, puis réduire.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation $(3x+5)(9x+4)=0$.
4. Calculer D pour $x=-\frac{1}{3}$.

Exercice 3 **3,5 points**

Le tableau ci-dessous donne la répartition, selon la surface en m^2, des magasins d'un centre commercial. L'effectif total est de 67.

Surface d'un magasin en m^2	65	66	69	74	81
Effectif	13	22	17		6
Fréquence					

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessus.
   On donnera les fréquences en pourcentage arrondi au dixième près.
2. Quel est le pourcentage de magasins dont la superficie est inférieure ou égale à 69 m^2 ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

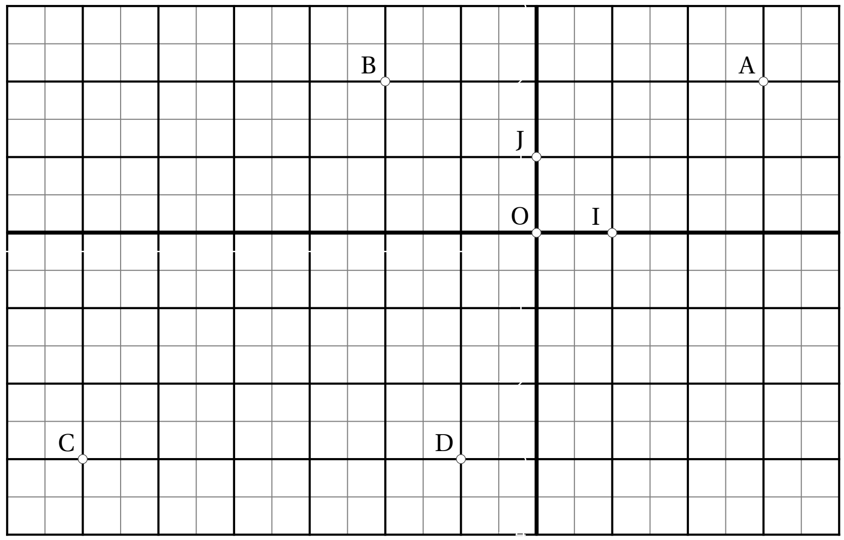
Exercice 1 **6 points**

ABC est un triangle tel que AB = 12 cm ; AC = 5 cm et BC = 13 cm.

1. Construire la figure en vraie grandeur.
2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
3. Calculer la tangente de l'angle $\widehat{\mathrm{ACB}}$ et déterminer la valeur de cet angle au degré près.
4. M est le point de [AC] tel que AM = 3 cm et N le point de [AB] tel que AN = 7,2 cm.
   a. Démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
   b. Calculer la distance MN.

Exercice 2 **6 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).



1. Déterminer graphiquement les coordonnées des points A, B, C et D.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CB}$.
3. Calculer la distance CB.
4. Calculer les coordonnées de E, milieu de [BD].
5. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier la réponse.

PROBLÈME **12 points**

Une société de service d'accès à internet propose deux formules

- Formule A : l'accès à internet est gratuit et on ne paye que les communications, soit 2 € par heure.
- Formule B : avec un abonnement de 3,50 € par mois, le prix des communications est de 1,80 € par heure

1. **a.** Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

Nombre d'heures de connexion en un mois / Prix payé en €	5 heures	15 heures	25 heures
Formule A			
Formule B			

   b. Déduire du tableau ci-dessus la formule la plus avantageuse : pour 5 heures de connexion, 15 heures, puis 25 heures.

2. Exprimer, en fonction du nombre x d'heures de connexion, le prix (en €) payé en un mois :
   a. pour la formule A ;
   b. pour la formule B.

3. On considère les fonctions suivantes :

- La fonction linéaire f telle que : $f(x) = 2x$.
- La fonction affine g telle que : $g(x) = 1,8x + 3,5$.

Sur une feuille de papier millimétré, tracer dans un repère (O, I, J), les droites D_1 et D_2 qui représentent respectivement les fonctions f et g.

On prendra 0,5 cm pour 1 heure en abscisse et 1 cm pour 5 euros en ordonnées.

On se limitera à des valeurs positives de x.

4. **a.** Résoudre le système suivant : $\left\{\begin{array}{l c l} y & = & 2x\\ y & = & 1,8x + 3,5\end{array}\right.$

b. Donner une interprétation graphique de la solution du système précédent.

5. En utilisant une lecture du graphique réalisé à la **question 3**, préciser les valeurs de x pour lesquelles chacune des deux formules est la plus avantageuse.

Diplôme national du brevet juin 2004
Centres étrangers(Bordeaux)

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. On donne : $A = 2 - \frac{4}{5}$ et $B = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} : \frac{6}{5}$.
   écrire A et B sous forme de fraction irréductible en indiquant toutes les étapes du calcul.
2. On donne $C = 2\sqrt{18} - 3\sqrt{2} + \sqrt{8}$.
   écrire C sous forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers.

Exercice 2

On donne $D = (3x-2)^2 - 9$.

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation : $(3x-5)(3x+1) = 0$.

Exercice 3

1. Résoudre le système suivant : $\left\{\begin{array}{lcl} 2x+y & = & 41 \\ 3x+2y & = & 64 \end{array}\right.$
2. Dans un grand magasin, tous les CD sont à un prix unique ainsi que tous les livres de poche.
   Louis a acheté 2 CD et 1 livre pour 41 euros.
   Loïc a acheté 3 CD et 2 livres pour 64 euros.
   Quel est le prix d'un CD ? d'un livre ?

Exercice 4

On donne : $E = \left(\sqrt{7}+1\right)^2 + \left(\sqrt{7}-1\right)$.

1. Après avoir développé les carrés, montrer que E est un nombre entier.
2. En déduire la nature d'un triangle dont les côtés mesurent respectivement, en centimètres, $\sqrt{7}+1$, $\sqrt{7}-1$ et 4 ; justifier votre réponse.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

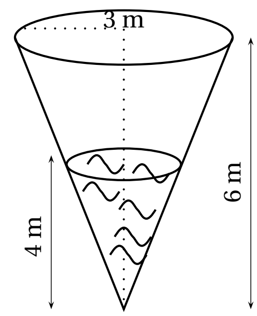
Exercice 1

On donne : Volume du cône $= \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$.
Un bassin a la forme d'un cône qui a pour base un disque de 3 m de rayon et pour hauteur 6 m.

1. **a.** Montrer que son volume exact V, en m^3, est égal à 18π, en donner l'arrondi au m^3.
   b. Ce volume représente-t-il plus ou moins de 10 000 litres ?

2. **a.** Combien de temps faudrait-il à une pompe débitant 15 litres par seconde pour remplir complètement ce bassin ?
   Donner le résultat arrondi à la seconde.
   b. Cette durée est-elle inférieure à 1 heure ?

3. On remplit ce bassin avec de l'eau sur une hauteur de 4 m.
   On admet que l'eau occupe un cône qui est une réduction du bassin.
   a. Quel est le coefficient de la réduction ?
   b. En déduire le volume d'eau exact V′ contenu dans le bassin.



Exercice 2

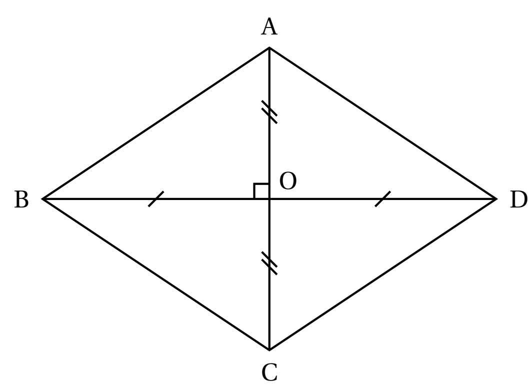
Dans un repère orthonormé (O, I, J) on considère les points

$$A(-3\,;\,0) \quad ; \quad B(1\,;\,4) \quad ; \quad C(5\,;\,3) \quad ; \quad D(1\,;\,-1).$$

1. Placer ces points, l'unité graphique étant le centimètre.
2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
3. Que peut-on en déduire pour la nature du quadrilatère ABCD ?
   Pour la suite, ce quadrilatère ABCD est appelé figure ①.
4. Construire la figure ② symétrique de la figure ① par rapport au point B.
5. Construire la figure ③ symétrique de la figure ① par rapport à la droite (CD).
6. **a.** Construire la figure ④ image de la figure ① par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
   b. Quelle autre transformation permet de passer de la figure ① à la figure ④ ?

PROBLÈME **12 points**

ABCD est un losange dont les diagonales [AC] et [BD] se coupent en O.
On donne : AB = 5 cm et AC = 6 cm.



Sur cette figure, les dimensions ne sont pas respectées.

Partie I

1. Calculer BO, justifier ; en déduire que BD = 8 cm.
2. Calculer la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{\text{ABO}}$.
3. Calculer l'aire du losange ABCD.

Partie II

On place un point M sur le segment [AB].
La droite passant par M et parallèle à la droite (BD) coupe le côté [AD] en N.

1. On suppose que AM = 3. Calculer AN et MN. Justifier.
2. On pose AM = x. Montrer que $MN = 1,6x$.

Partie III

Pour cette partie, on a encore AM = x.
La droite passant par M et parallèle à la droite (AC) coupe le côté [BC] en P.

1. Exprimer BM en fonction de x, puis montrer que $MP = 6 - 1,2x$.
2. Calculer la valeur de x pour laquelle le triangle MNP est isocèle en M.

Partie IV

1. Montrer que la droite (AC) est perpendiculaire à la droite (MN) puis que AM = AN.
   En déduire que la droite (AC) est la médiatrice du segment $[MN]$.
   De la même façon, on démontrerait que la droite (BD) est la médiatrice du segment $[MP]$.
2. En déduire le rôle du point O pour le triangle MNP.

∽ Diplôme national du brevet juin 2004 ∾
Centres étrangers Lyon

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Dans toute cette partie, les calculs intermédiaires doivent figurer sur la copie.

Exercice 1 :

On pose : $A = \dfrac{1}{3} + \dfrac{14}{3} \div \dfrac{35}{12}$ $\quad B = \dfrac{81 \times 10^{-5} \times 14 \times (10^2)^3}{7 \times 10^4}$ $\qquad$ et $C = \dfrac{462}{65}$.

1. Calculer le nombre A et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.
2. Calculer B et donner son écriture scientifique, puis son écriture décimale.
3. Calculer le PGCD des nombres 462 et 65. Que peut-on en déduire pour la fraction C ?

.

Exercice 2 :

1. On considère l'expression D suivante : $D = (2x-3)^2 + (2x-3)(5x+1)$.
   - **a.** Développer et réduire l'expression D.
   - **b.** Factoriser D.
2. Résoudre l'équation $(2x-3)(7x-2) = 0$.
3. On pose : $E = 14x^2 - 25x + 6$.
   Calculer E pour $x = \sqrt{45}$ et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{5}$, où a et b désignent des nombres entiers relatifs.

Exercice 3 :

Au cours d'une enquête réalisée sur 671 élèves d'un collège, on relève la durée d (en minutes) passée par chacun d'entre eux pour effectuer leur travail scolaire chaque jour. Les résultats ont été regroupés en quatre classes dans le tableau ci-après.

1. Compléter ce tableau en arrondissant les fréquences à 1 %.
2. En remplaçant chaque classe par son centre, calculer la durée moyenne passée chaque jour par un élève pour effectuer son travail scolaire. On donnera cette durée arrondie à la minute.

Durée du travail (d en minutes)	Centre de classe en minutes	Effectif	Fréquence en pourcentage
$0 \leqslant d < 30$	15	106	16
$30 \leqslant d < 60$			
$6 \leqslant d < 90$		235	
$90 \leqslant d < 120$		144	
Total		671	100

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

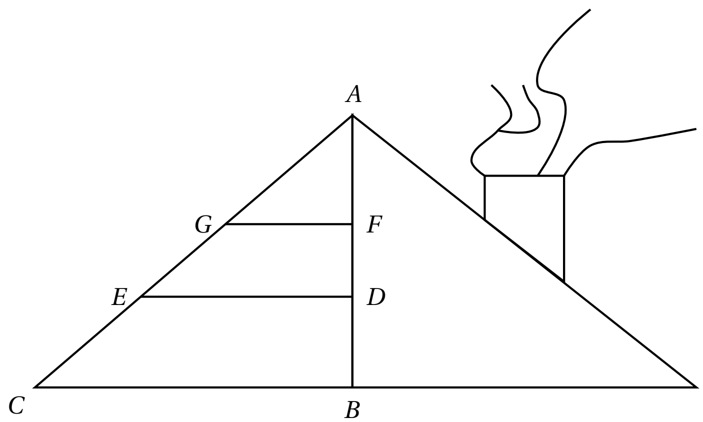
Exercice 1 :

L'unité utilisée est le centimètre.
Soit $(0, I, J)$ un repère orthonormal. I est le point de coordonnées $(1\,;0)$ et J le point de coordonnées $(0\,;1)$.

1. Dans ce repère, placer les points A, B et C tels que : $A(-3\ ;\ 2); B(2\ ;\ 5)$ et $C(4\ ;\ -1)$
2. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
3. Construire le point E, image de B par la rotation de centre O et d'angle 60°dans le sens des aiguilles d'une montre.

Exercice 2 :

L'unité utilisée dans cet exercice est le mètre. La figure n'est pas à refaire.
Dans un petit chalet de montagne, un berger aménage l'espace existant sous son toit en y posant des étagères matérialisées sur notre schéma par les segments $[ED]$ et $[GF]$. Le segment $[CB]$ représente le plancher et le segment $[AB]$ représente le mur où sont fixées les étagères.



Le berger mesure :
$AB = 1,80$ m, $BC = 2,40$ m, $AC = 3$ m.

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
2. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ arrondie à 0,1°.
3. Sachant que les droites (ED) et (CB) sont parallèles et que $BD = 0,60$ m, quelle est la longueur de l'étagère $[ED]$?
4. La deuxième étagère $[GF]$ est placée de telle manière que : $AF = 0,72$ m et $AG = 1,20$ m
   Est-elle parallèle au plancher $[CB]$? Justifier votre réponse.

Exercice 3 :

On a représenté ci-contre une pyramide $BEFG$.
On sait que :
• EFG, EFB et BFG sont trois triangles rectangles en F ;
• $EF = FG = 5$ cm
• $BF = 6$ cm

1. **a.** Calculer la longueur EG.

   On donnera la valeur exacte et la valeur arrondie au millimètre.

   b. Calculer l'aire du triangle EFG.

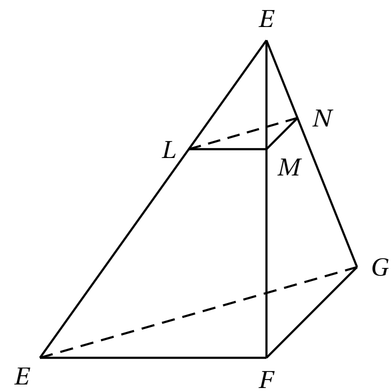
   c. Prouver que le volume de la pyramide $BEFG$ est 25 cm^3.

2. M est le point de l'arête $[BF]$ tel que $BM = 2$ cm.

   On coupe la pyramide $BEFG$ par le plan passant par M et parallèle à la base EFG. On obtient la pyramide $BLMN$, réduction de la pyramide $BEFG$.

   a. Quel est le rapport de cette réduction ?

   b. En déduire le volume de la petite pyramide $BLMN$. On donnera la valeur exacte et la valeur arrondie au mm^3.



PROBLÈME **12 points**

Thomas, élève de troisième, souhaite souscrire un abonnement internet. Pour cela, il étudie les offres de deux publicités de fournisseur d'accès qui proposent les tarifs suivants en euros.

• Société Net-ln : Forfait de 47,50 euros d'abonnement par mois quel que soit le temps d'utilisation.

• Société Skysurf : 19 euros d'abonnement par mois et 0,05 euro par minute de connexion.

1. Pour chaque tarif, quel est le prix à payer (en euros) pour une connexion de 15 heures par mois ?

2. Soit x le temps (en minutes) passé par Thomas sur internet pendant un mois.

   On note $N(x)$ le prix payé (en euros) en fonction de x s'il choisit le fournisseur Net-ln.

   On note $S(x)$ le prix payé (en euros) en fonction de x s'il choisit le fournisseur Skysurf.

   a. Calculer $S(x)$ en fonction de x.

   b. Résoudre l'équation $47,5 = 19 + 0,05x$.

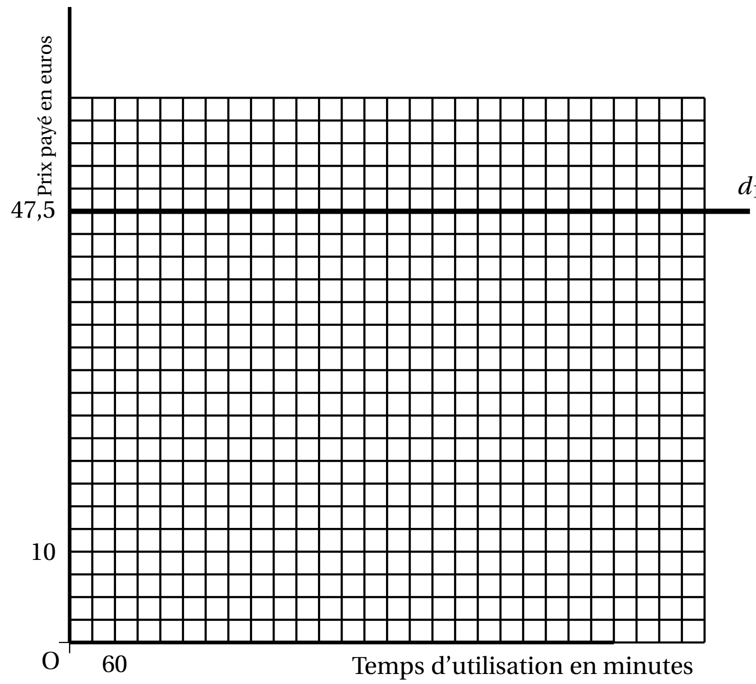
   c. Pour quel temps (en minutes) le prix à payer chez les deux fournisseurs est-il le même ?

3. **a.** Compléter le tableau ci-après.

Temps de connexion (en minutes)	120	420	660
Prix payé (en euros) chez Skysurf			

   b. Dans le repère ci-après, on a déjà tracé la droite (d_1) représentant la fonction $N : x \longmapsto 47,5$.

   En vous aidant du tableau complété précédemment, représenter graphiquement, dans le même repère, la fonction $S : x \longmapsto 19 + 0,05x$.



Unités graphiques :

• deux carreaux représentent 60 minutes sur l'axe des abscisses ;

• deux carreaux représentent 5 euros sur l'axe des ordonnées.

c. Interpréter graphiquement la solution de l'équation : $47,5 = 19 + 0,05x$.

(Mettre en évidence comment trouver cette valeur sur le graphique en utilisant des pointillés, ou des traits en couleur.)

d. En utilisant le graphique, déterminer :

— la société la plus intéressante pour un temps de connexion compris entre 0 et 300 minutes ;

— la société la plus intéressante pour un temps de connexion supérieur à 700 minutes.

4. Thomas reçoit par courrier une offre promotionnelle du fournisseur Promo-Net qui propose de ne payer aucun abonnement mais demande 0,10 euro par minute de connexion.

Il estime son temps moyen de connexion par mois à 510 minutes. Dans ce cas, parmi ces trois fournisseurs, quel est celui qui lui propose un coût minimum ?

Brevet des collèges Centres étrangers (Nice) juin 2004

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. On donne : $A = \dfrac{\dfrac{2}{3}+3}{\dfrac{1}{3}+5}$.
   écrire A sous forme de fraction irréductible.
2. On donne : $B = 2\sqrt{50} - 3\sqrt{8} + 7\sqrt{18}$.
   écrire B sous la forme $a\sqrt{2}$, avec a nombre entier.
3. On donne : $C = \dfrac{2,6 \times 10^2 \times 1,7 \times 10^2}{0,2 \times 10^5 \times 10^3}$.
   Donner l'écriture scientifique de C.

Exercice 2

On donne : $E = (5x-4)^2 + (5x-4)(x+3)$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Calculer E pour $x = -1$.
4. Résoudre l'équation : $(5x-4)(6x-1) = 0$.

Exercice 3

Au cours d'une course d'athlétisme (400 m), le temps mis par chaque coureur a été chronométré.
Ces mesures sont reportées dans le tableau ci-dessous :

Effectif des coureurs	1	1	1	1	1	1	1	1
Temps (en s)	18,65	49,20	50	50,12	50,13	50,45	51	51,80
Effectif des coureurs	1	1	1	1	1	1	1	
Temps (en s)	51,85	51,90	52,05	52,20	52,60	53,28	54,80	

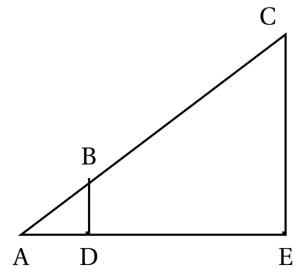
étude statistique de la course

1. Quelle est l'étendue de cette série ?
2. Donner la moyenne arrondie au centième de cette série.
3. Donner la médiane de cette série.
4. Quel pourcentage de coureurs ont mis moins de 52,50 secondes pour 400 mètres ?

ACTIVITéS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

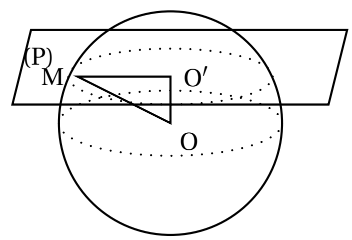
Les points A, B et C sont alignés ainsi que les points A, D et E.
Les droites (BD) et (CE) sont perpendiculaires à la droite (AE).
AB = 2,5
BD = 1,5
CE = 4,5.



1. Calculer AD. Justifier.-
2. Déterminer la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{BAD}$.
3. Calculer AC et AE. Justifier.

Exercice 2

On considère la sphère de centre O et de rayon 6 cm.
1. écrire le volume de cette sphère et en donner un arrondi au mm^3.
2. On note O′ le point tel que :
OO′ = 4 cm. (P) est le plan passant par le point O′ et perpendiculaire à la droite (OO′).
On note M le point appartenant au plan (P) et à la sphère.
Aucun calcul n'est nécessaire pour les deux constructions suivantes :



a. Tracer en vraie grandeur le triangle OO′M.
b. Tracer en vraie grandeur l'intersection de la sphère et du plan.

PROBLÈME **12 points**

Dans un repère orthonormal (O, I, J) d'unité le centimètre, placer les points suivants :

$$A(6\,;\,5),\quad B(2\,;\,-3),\quad C(-4\,;\,0).$$

1. Montrer que $AB = 4\sqrt{5}$.
2. On donne de plus $AC = \sqrt{125}$, $BC = \sqrt{45}$.
   En déduire la nature du triangle ABC.
   Justifier la réponse.
3. Calculer l'aire du triangle ABC en cm^2.
4. On considère le cercle circonscrit au triangle ABC.
   a. Préciser la position de son centre appelé K et la longueur de son rayon.
   Justifier.
   Placer K.
   b. Calculer les coordonnées de K.
5. **a.** Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
   b. En déduire les coordonnées du point D tel que ACBD soit un parallélogramme.
   c. Placer le point D.

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Antilles–Guyane septembre 2004

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Dans tout cet exercice, les étapes des calculs doivent être détaillées.

1. $A = \dfrac{\dfrac{4}{3} - \dfrac{2}{5}}{\dfrac{5}{2} + \dfrac{3}{10}}$.

   Calculer A et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
2. $B = \dfrac{4,5 \times 10^{-5} \times 13 \times 10^{-3}}{0,9 \times 10^{-12}}$.

   Donner l'écriture scientifique de B.
3. $C = 2\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - \sqrt{80}$.

   écrire C sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un entier.

Exercice 2

$D = (2x-3)^2 - (5x-7)(2x-3)$.

1. Développer puis réduire D.
2. Factoriser D.
3. Calculer D pour $x = 0$, puis pour $x = \dfrac{3}{2}$.

Exercice 3

1. **a.** Résoudre l'inéquation suivante :

$$7x - 2 > 3x + 6.$$

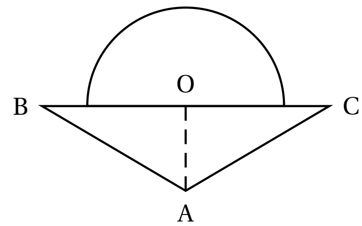
   b. Représenter les solutions sur une droite graduée en hachurant la partie de la droite qui ne représente pas les solutions.
2. Résoudre l'équation :

$$3(5x-7)(x-2) = 0.$$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

Un solide est constitué d'un cône surmonté d'une demi-boule selon la figure ci-contre.
La boule a pour rayon OB = 4 cm et les génératrices du cône ont pour longueur 10,4 cm (AB = AC = 10,4 cm).



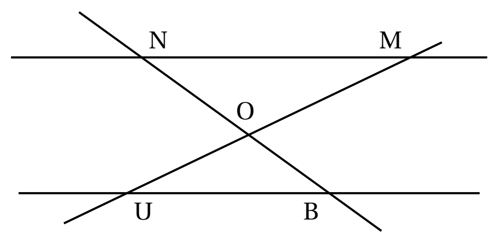
1. Calculer la hauteur AO du cône.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAO}$ arrondie au degré près. En déduire $\widehat{BAC}$.
3. Quel est le volume en cm^3 du solide (arrondi au dixième)

Rappels :

- Volume d'un cône de surface de base B et de hauteur h : $\dfrac{1}{3}\text{B} \times h$.
- Volume d'une sphère de rayon r : $\dfrac{4}{3}\pi r^3$.

Exercice 2

Sur la figure ci-dessous, les droites (MN) et (BU) sont parallèles.
L'unité de longueur étant le cm, on donne les longueurs suivantes :
MN = 10, OM = 6, ON = 8 et OU = 3.



1. Reproduire la figure en dimensions réelles.
2. Calculer les longueurs BU et BO.
3. S est un point du segment [MN] et T un point du segment [ON] tel que NS = 8 et NT = 6,4.

Les droites (TS) et (OM) sont-elles parallèles ? Justifier la réponse.

PROBLÈME **12 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I, J). L'unité de longueur est le centimètre.
Placer les points A(3 ; 4), B(5 ; 0) et C(3 ; −1).

Première partie

1. Vérifier que la droite (AB) est la représentation graphique de la fonction affine f définie par $f : x \longmapsto y = -2x + 10$.
2. Déterminer la fonction affine g dont (BC) est la représentation graphique.

Deuxième partie

1. Montrer que AB = $\sqrt{20}$, AC = 5 et BC = $\sqrt{5}$.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\text{BA}}$.
3. Placer le point D tel que $\overrightarrow{\text{CD}} = \overrightarrow{\text{BA}}$.
4. Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.
   Calculer l'aire de ce rectangle.

Durée : 2 heures

∽ Brevet des collèges Groupement Ouest ∽ septembre 2004

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

On donne les nombres $A = \dfrac{2}{9} + \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{2}$ et $B = \dfrac{\dfrac{8}{3} - 2}{\dfrac{3}{5}}$.

écrire A et B sous forme de fractions irréductibles, en détaillant les calculs.

Exercice 2

On donne le nombre $C = 3\sqrt{15} + \sqrt{60}$.
écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers.

Exercice 3

On donne l'expression $E = (3x - 4)^2 - 4x^2$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. **a.** Calculer E pour $x = 0$.
   b. Calculer E pour $x = -1$.
4. Résoudre l'équation $(5x - 4)(x - 4) = 0$.

Exercice 4

1. Résoudre le système : $\left\{\begin{array}{l c l} x - y & = & 8 \\ 7x + 5y & = & 104 \end{array}\right.$
2. Une bibliothèque achète 7 DVD et 5 livres. Le prix total est de 104 euros.
   Un livre coûte 8 euros de moins qu'un DVD.
   a. Quel est le prix d'un DVD ?
   b. Quel est le prix d'un livre ?

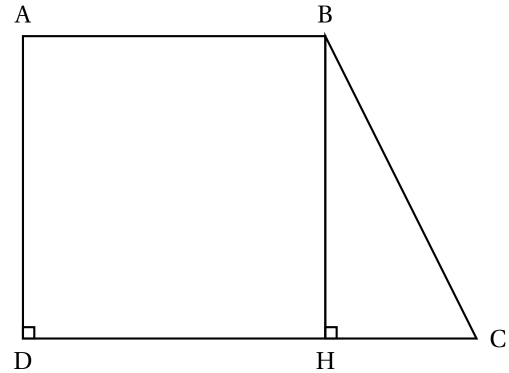
ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. Dans un repère orthonormé (O ; I, J), l'unité étant de centimètre, placer les points suivants A(2 ; −1), B(−2 ; 3) et C(−4 ; −3).
2. **a.** Calculer AC et BC.
   b. En déduire que le triangle ABC est isocèle.
3. Démontrer que J est le milieu du segment [AB].
4. Démontrer que la droite (CJ) est la médiatrice du segment [AB].

Exercice 2

La famille Hoarau possède un terrain ABCD dont la forme est un trapèze rectangle comme le montre le schéma ci-contre.
On donne :
AB = l5m ;
AD = 20 m ;
DC = 25 m.



1. Montrer que l'aire du terrain est égale à 400 m^2.
2. Calculer BC. On arrondira au dixième de mètre.
3. M. Hoarau aura-t-il assez de 90 mètres de grillage pour clôturer son terrain ?
   Justifier la réponse.

Exercice 3

Dans cet exercice, l'unité est le centimètre.
On considère le triangle ABC tel que : AB = 4, AC = 6 et BC = 3.

1. Construire le triangle en vraie grandeur.
2. On désigne par I le milieu du segment [AC].
   a. Sur la figure précédente, construire le symétrique D du point B par rapport au point I.
   b. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier.
3. On désigne par F le symétrique de B par rapport à la droite (AC). Démontrer que les droites (DF) et (AC) sont parallèles.

PROBLÈME **12 points**

Première partie

Un professeur d'éducation physique et sportive fait courir ses élèves autour dun stade rectangulaire mesurant 90 m de long et 60 m de large.

1. Calculer, en mètres, la longueur d'un tour de stade.
2. Pour effectuer 15 tours en 24 minutes à vitesse constante, combien de temps un élève doit-il mettre pour faire un tour ? On donnera la réponse en minutes et secondes.
3. Un élève parcourt 6 tours en 9 minutes. Calculer sa vitesse en m/min, puis en km/h.

Deuxième partie

On a relevé le nombre de pulsations par minute de 32 élèves avant qu'ils n'effectuent leurs tours de stade. Les résultats obtenus sont les suivants :

57	61	55	67	59	52	59	63	62	65	59	54	59	57	62	54
60	65	63	61	63	55	66	63	60	59	62	63	58	61	59	63

1. Montrer que le nombre moyen de pulsations par minute est égal à 60,25.

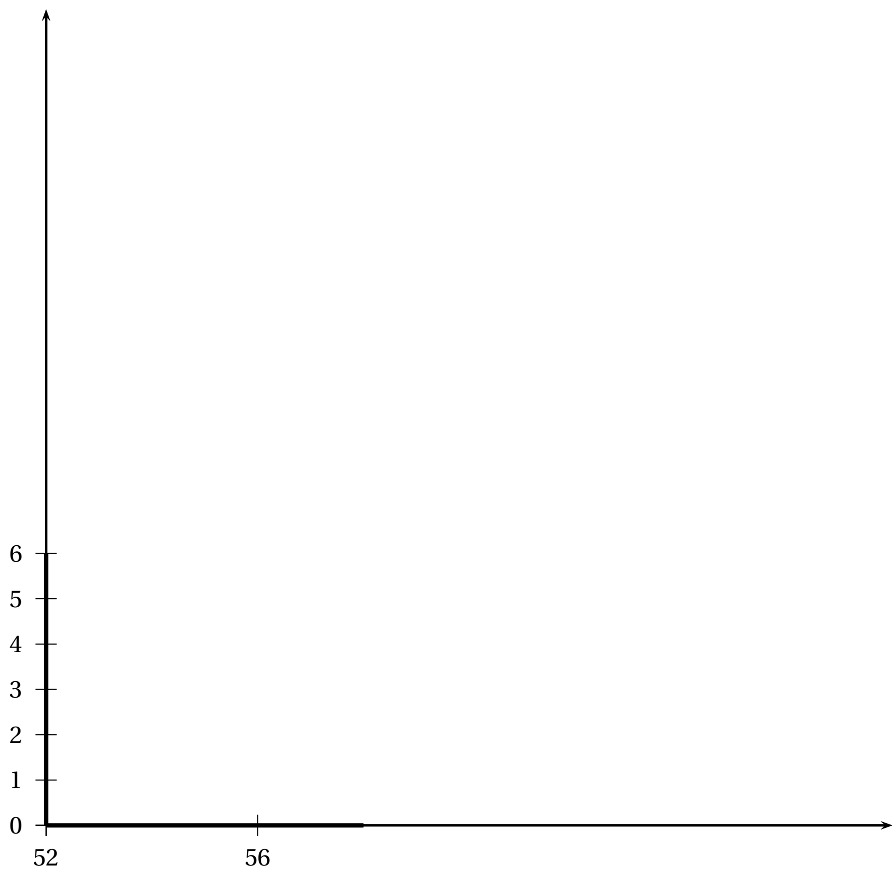
2. Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre n de pulsations par minute	$52 \leqslant n \leqslant 56$	$56 \leqslant n \leqslant 60$	$60 \leqslant n \leqslant 64$	$64 \leqslant n \leqslant 68$
Effectif	5			

3. En utilisant le repère ci-après, faire l'histogramme représentant le tableau ci-dessus.
Les unités choisies sont :
- sur l'axe des abscisses, 1 cm pour représenter 1 pulsation par minute ;
- sur l'axe des ordonnées, 1 cm pour représenter 1 élève.

4. Combien d'élèves ont au moins 60 pulsations par minute ?

5. Quel est le pourcentage d'élèves ayant un nombre de pulsations par minute inférieur à 60 ?



Durée : 2 heures

∽ Brevet des collèges Groupement Est ∾ septembre 2004

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Dans toute cette partie les résultats des calculs demandés doivent être accompagnés d'explications, le barème en tiendra compte.

EXERCICE 1

On donne les expressions $A = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{7}{4}$ et $B = (-3) \div \frac{6}{7}$.
Calculer A et B en détaillant les étapes des calculs et écrire les résultats sous forme de fractions irréductibles.

EXERCICE 2

On donne les expressions $C = \sqrt{2}\left(\sqrt{2} + 5\sqrt{3}\right)$ et $D = \sqrt{24} + \sqrt{9} + \sqrt{54}$.

1. Écrire C et D sous la forme $a + b\sqrt{6}$ o a et b sont des nombres entiers.
2. Utiliser les résultats de la première question pour comparer C et D.

EXERCICE 3

Soit l'expression : $E = (x+1)^2 + (x+1)(2x-3)$.

1. Développer puis réduire l'expression E.
2. Factoriser l'expression E.
3. Résoudre l'équation $(x+1)(3x-2) = 0$.

EXERCICE 4

Au rugby, un essai transformé permet d'augmenter le score de l'équipe de 7 points, un essai non transformé augmente le score de 5 points et une pénalité augmente le score de 3 points.
Si, par exemple, au cours d'un match, l'équipe de France marque 4 essais transformés, 2 essais non transformés et 3 pénalités, le nombre de points marqués par la France est : $4 \times 7 + 2 \times 5 + 3 \times 3 = 47$.

1. Résoudre le système suivant : $\left\{\begin{array}{rcr} x + y & = & 7 \\ 7x + 5y & = & 39 \end{array}\right.$
2. Lors d'une autre rencontre, l'équipe de France a marqué 7 essais, certains transformés et d'autres non et 2 pénalités pour un total de 45 points.
   Déterminer le nombre d'essais transformés et le nombre d'essais non transformés marqués par l'équipe de France au cours de ce match.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIOUES

EXERCICE 1

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). L'unité est le centimètre.

1. Placer les points A$(-2\,;\ 1)$; B$(3\,;\ 6)$; C$(4\,;\ -1)$.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. Montrer que l'on a : $AB = 5\sqrt{2}$.
4. Montrer que le triangle ABC est isocèle de sommet B.
5. **a.** Construire le point D tel que : $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.
   b. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? (justifier la réponse)

EXERCICE 2

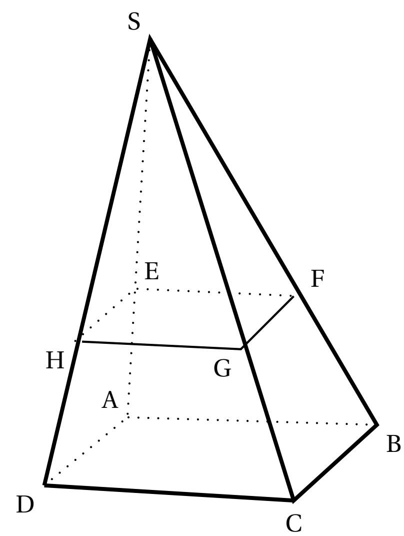
ABC est un triangle rectangle en A tel que : BC = 12 et AC = 6.
(L'unité de longueur est le centimètre).

1. Construire le triangle ABC.
2. Montrer que l'on a : $AB = 6\sqrt{3}$.
3. Calculer $\sin\widehat{ABC}$; en déduire la mesure exacte, en degrés, de l'angle $\widehat{ABC}$.
4. On considère le point M du segment [AB] et le point N du segment [BC] tels que : $BM = 4\sqrt{3}$ et $BN = 8$.
   a. Placer les points M et N.
   b. Utiliser la réciproque du théorème de Thalès pour montrer que les droites (MN) et (AC) sont parallèles.

EXERCICE 3

La figure ci-contre représente une pyramide $\mathscr{P}$ de sommet S.
Sa base est un carré ABCD tel que : AB = 6 cm ; sa hauteur [SA] est telle que : SA = 9 cm.

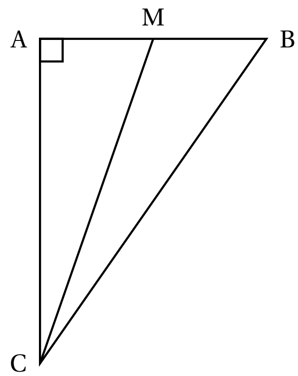
1. Calculer le volume de cette pyramide $\mathscr{P}$.
2. E est le point de [SA] défini par SE = 6 cm ; EFGH est la section de la pyramide $\mathscr{P}$ par un plan parallèle à sa base ; la pyramide $\mathscr{P}_1$, de sommet S et base EFGH est donc une réduction de la pyramide $\mathscr{P}$; calculer le coefficient k de cette réduction.
3. Calculer le volume de la pyramide $\mathscr{P}_1$.



PROBLÈME

Monsieur Jean possède un terrain qu'il souhaite partager en deux lots de même aire. Ce terrain a la forme d'un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 50 m et AC = 80 m.

1. **a.** Calculer l'aire du triangle ABC.
   b. En déduire que l'aire de chaque lot doit être de 1 000 m^2.



2. Dans un premier temps, il pense faire deux lots ayant la forme de deux triangles AMC et BMC comme indiqué sur la figure ci-contre.
On pose A$M = x$.

   a. Exprimer en fonction de x l'aire du triangle AMC.

   b. En déduire que l'aire du triangle BMC est égale à $2\,000 - 40x$.

   c. Déterminer x pour que les aires des deux triangles AMC et BMC soient égales.

   d. Quelle est alors la position du point M sur le segment [AB] ?

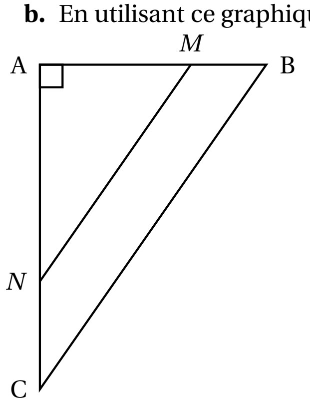
3. On considère les deux fonctions affines f et g définies par

$$f(x) = 40x \qquad \text{et} \qquad g(x) = 2000 - 40x.$$

Sur une feuille de papier millimétré, construire un repère orthogonal :
- l'origine sera placée en bas à gauche,
- sur l'axe des abscisses, on prendra 1 cm pour 5 unités (1 cm pour 5 m),
- sur l'axe des ordonnées, on prendra 1 cm pour 100 unités (1 cm pour 100 m^2).

   a. Dans ce repère, représenter graphiquement les fonctions affines f et g pour $0 \leqslant x \leqslant 50$.

   b. En utilisant ce graphique, retrouver le résultat de la question **2. c.**.



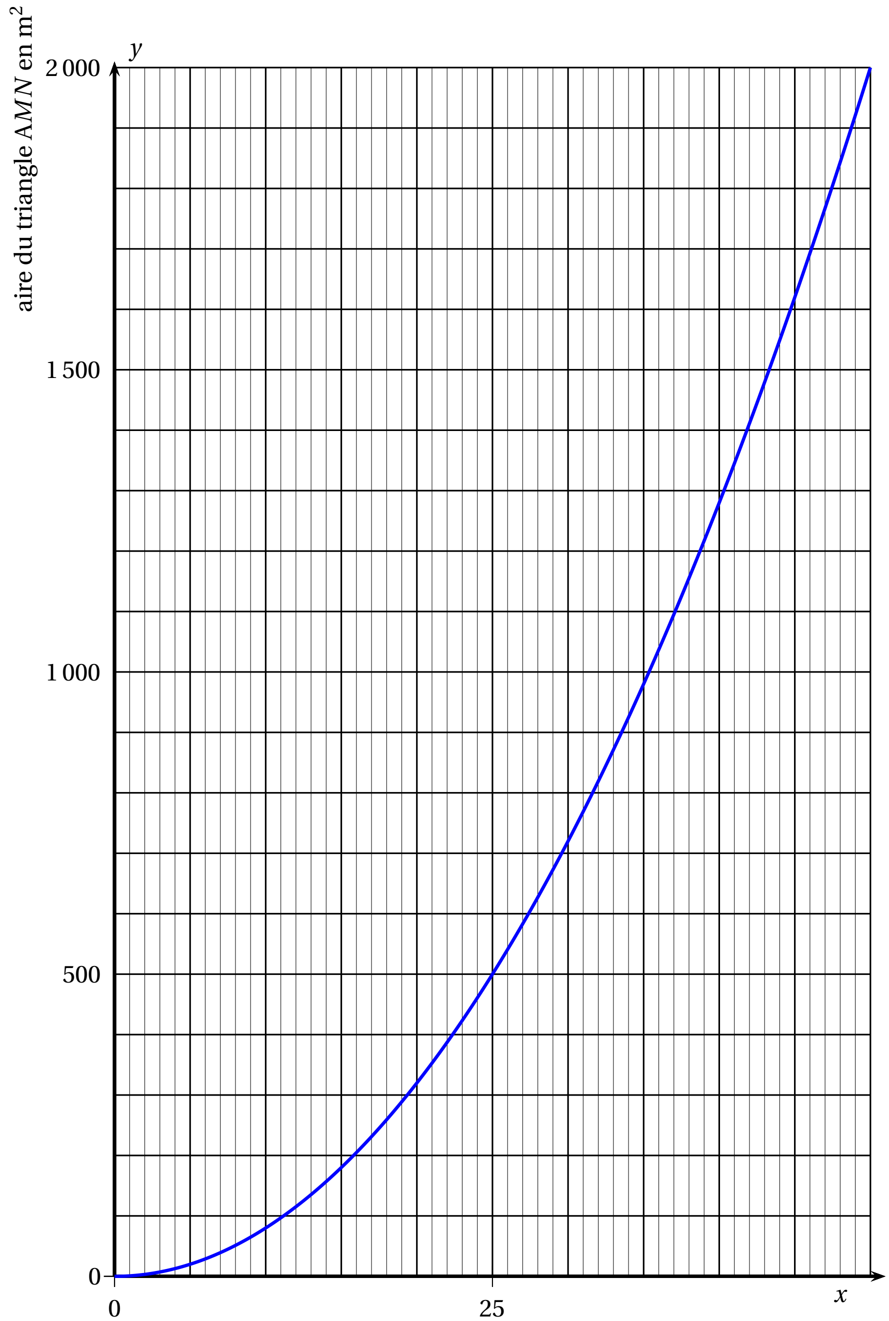
4. Finalement, Monsieur Jean se décide à partager son terrain en un lot triangulaire AMN et un lot ayant la forme d'un trapèze BMNC comme indiqué sur la figure ci-contre avec (MN) parallèle à (BC).
On pose A$M = x$.

   a. En utilisant la propriété de Thalès, exprimer AN en fonction de x.

   b. En déduire que l'aire du triangle AMN est égale à x^2.

5. Le graphique suivant représente l'aire en m^2 du triangle AMN exprimée en fonction de x.
En utilisant ce graphique, déterminer x, à un mètre près, pour que les aires des deux lots AMN et BMNC soient égales.

Graphique de la question 5 du problème
(à rendre avec la copie)



Durée : 2 heures

∽ Brevet des collèges Groupe Nord septembre 2004 ∽

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

1. Calculer $A = \frac{5}{3} - \frac{8}{3} \times \frac{5}{2}$.
2. Donner l'écriture scientifique de $B = \frac{5 \times 10^{-8} \times 36 \times 10^{4}}{15 \times 10^{5}}$.
3. Soit $C = \sqrt{18} - 3\sqrt{50}$.
   Écrire C sous la forme $a\sqrt{2}$ où a est un nombre entier relatif.

EXERCICE 2

On considère l'expression $F = (2x+3)(5-x) - (2x+3)^2$.

1. Développer et réduire F.
2. Factoriser F.
3. Résoudre l'équation $(2x+3)(2-3x) = 0$.
4. Calculer la valeur numérique de F pour $x = 3$.

EXERCICE 3

1. Résoudre le système : $\left\{\begin{array}{rcl} x+2y & = & 3 \\ 3x+8y & = & 10,9 \end{array}\right.$
2. Avec 3 euros, un achète 1 pain au chocolat et 2 croissants. Avec 10,90 euros, on achète 3 pains au chocolat et 8 croissants.
   Calculer le prix d'un pain au chocolat et celui d'un croissant.

EXERCICE 3

Les nombres 133 et 185 sont-ils premiers entre eux? Justifier la réponse.

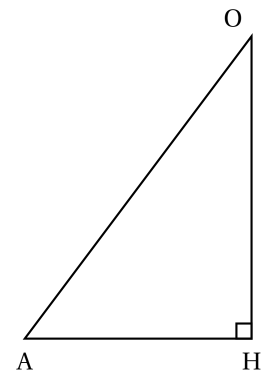
ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

1. Dans un repère orthonormal (O I, J), placer les points A(5; 1); B(−2 ; 2); C(2; 5).
2. **a.** Calculer AB et BC.
   b. On donne AC = 5. Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
3. Soit le point E symétrique du point A par rapport au point C et soit le point F symétrique du point B par rapport au point C.
   a. Construire les points E et F.
   b. Quelle est la nature du quadrilatère ABEF? Justifier la réponse.

EXERCICE 2

Soit le triangle AHO rectangle en H tel que AH = 3,2 cm et OH = 6 cm.
Sur le dessin, les dimensions ne sont pas respectées.



1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{A}$ arrondie au degré près.
2. On se place dans l'espace et on fait tourner ce triangle autour de l'axe [OH], en lui faisant faire un tour complet. On obtient ainsi un cône de hauteur OH et de rayon de base AH.
   a. Calculer le volume V (en cm^3) de ce cône. (Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie à l'unité.)
   b. On considère une réduction de ce cône, à l'échelle $\dfrac{1}{2}$. Exprimer le volume V$'$ du cône réduit en fonction de V. En déduire que la valeur de V$'$ arrondie à l'unité est 8 cm^3.

EXERCICE 3

1. Construire un triangle RST rectangle en R tel que ST = 8 cm et RT = $4,8$ cm.
2. Montrer par un calcul que RS = $6,4$ cm.
3. Sur la demi-droite [RT), placer le point U tel que : RU = 6 cm.
   Sur la demi-droite [RS), placer le point V tel que : RV = 8 cm.
   a. Montrer que les droites (TS) et (UV) sont parallèles.
   b. Calculer UV.

PROBLÈME **12 points**

Première partie
Le ciné-club du village propose deux tarifs pour l'année 2004. Ils sont décrits ci-dessous :

TARIFS 2004

- Tarif A : une carte d'adhésion pour l'année coûtant 25 euros, puis 1,50 euro par séance;
- Tarif B : 5 euros par séance sans carte d'adhésion.

---

1. Calculer, pour chaque tarif, le prix payé pour 8 séances achetées en 2004.
2. On appelle x le nombre de séances achetées en 2004.
   Exprimer en fonction de x le prix payé avec le tarif A, puis avec le tarif B.
3. Vincent a payé 40 euros avec le tarif A. Vérifier qu'il a assisté à 10 séances.
4. Quel est le nombre maximum de séances pour lequel le prix payé avec le tarif B est inférieur au prix payé avec le tarif A.
5. Sur une feuille de papier millimétré, tracer un repère orthogonal où les unités sont les suivantes :
   - sur l'axe des abscisses, 1 cm représente une unité;
   - sur l'axe des ordonnées, 2 cm représentent dix unités.

a. Dans ce repère, tracer :

- la droite $\mathscr{D}_1$ représentation graphique de la fonction linéaire $x \longmapsto 5x$;
- la droite $\mathscr{D}_2$ représentation graphique de la fonction affine $x \longmapsto 1,5x + 25$.

b. Vérifier graphiquement la réponse obtenue à la question **4** en faisant apparaître les pointillés utiles.

Deuxième partie

En 2003, le gérant du ciné-club a fait une enquête auprès de ses clients en leur posant la question : « Combien de films avez-vous vu au ciné-club cette année ? ». Voici le résultat de l'enquête :

Nombre de films vus	4	5	6	7	8
Nombre de réponses	54	62	48	14	18

1. Combien le gérant a-t-il obtenu de réponses à son enquête ?
2. Parmi les personnes qui ont répondu à l'enquête :

   a. Quel est le pourcentage des personnes qui ont vu 6 films ? (donner le résultat arrondi au dixième)

   b. Quel est le nombre de personnes qui ont vu au moins 7 films pendant l'année ?
3. Calculer une valeur approchée de la moyenne, arrondie à l'unité, du nombre de films vus par les personnes qui ont répondu à l'enquête.

Brevet des collèges Polynésie septembre 2004

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

On considère l'expression $A = \dfrac{9\,009}{10\,395} - \dfrac{2}{5} \times \dfrac{3}{2}$.

1. **a.** Déterminer le PGCD de 9 009 et 10 395.
   b. Expliquer comment rendre irréductible la fraction $\dfrac{9\,009}{10\,395}$.
   c. En déduire que l'écriture simplifiée de $\dfrac{9\,009}{10\,395}$ est $\dfrac{13}{15}$.
2. Calculer A en donnant le détail des calculs ; on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 2

On considère l'expression : $E = (3x-1)^2 + (3x-1)(x+2)$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation : $(3x-1)(4x+1) = 0$.

Exercice 3

Calculer les expressions B et C en faisant apparaître chaque étape du calcul.
On donnera B sous la forme $a\sqrt{3}$, et C sous forme d'écriture scientifique.

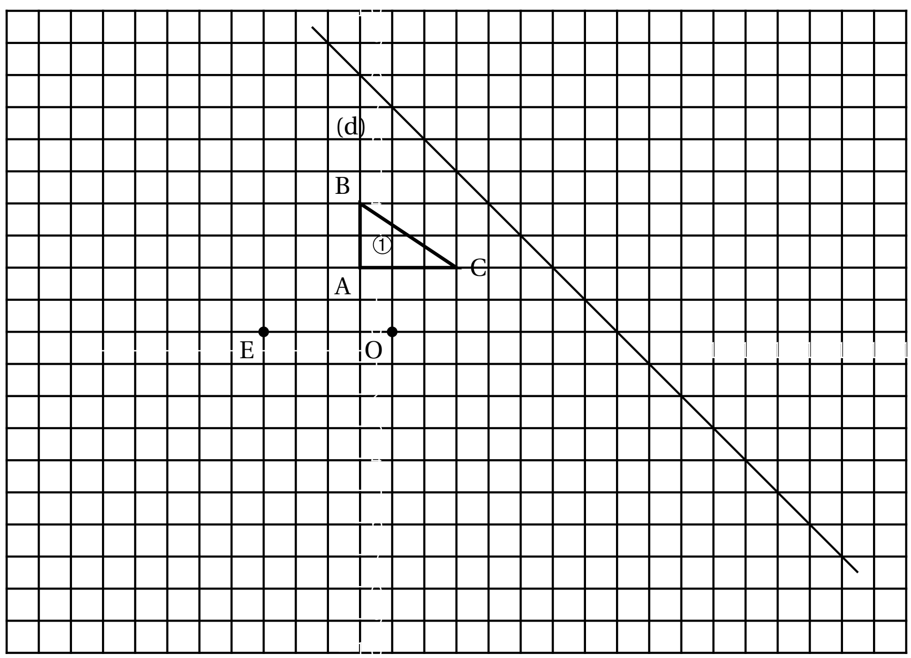
$$B = \sqrt{75} - 2\sqrt{300} + \sqrt{12} \qquad C = \frac{13 \times 10^{15} \times 18 \times 10^{4}}{15 \times 10^{7}}.$$

Cette feuille est à rendre avec la copie

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

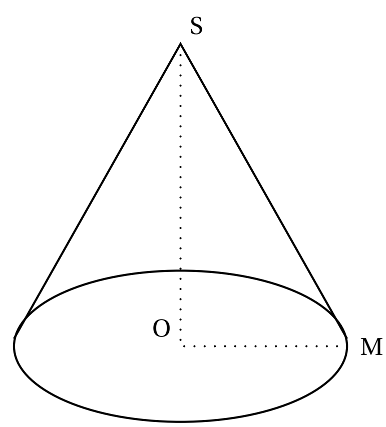
Sur le quadrillage ci-dessous, construire :
- la figure ② image du triangle ① par la symétrie d'axe d.
- la figure ③ image du triangle ① par la symétrie de centre O.
- la figure ④ image du triangle ① par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
- la figure ⑤ image du triangle ① par la rotation de centre B, d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.



Exercice 2

L'unité est le centimètre. La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.
On ne demande pas de refaire cette figure.
On considère un cône de sommet S, de rayon de base OM = 3 cm et de hauteur SO = 8 cm.

1. Calculer la longueur SM (on donnera la valeur exacte).
2. Calculer le volume V, du cône :
   On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie au cm^3 près.
3. On considère un point O′ du segment [SO] tel que SO′ = 4 cm.
   On coupe le cône par un plan parallèle à la base passant par O′.
   On obtient ainsi un petit cône.

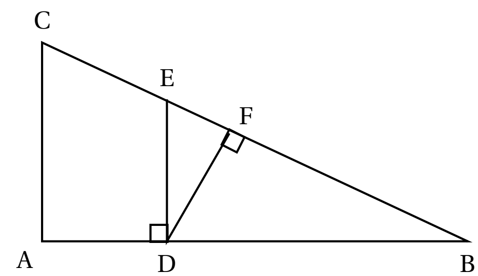


a. Quel est le coefficient k de réduction ?
b. Calculer le volume V_2 du petit cône :
On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie au cm^3 près.
On rappelle que : volume du cône = $\dfrac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$.

PROBLÈME **12 points**

Une course à pied est organisée dans un collège. Un plan est distribué aux élèves à l'avance mais les parcours sont inconnus :

- Le plan n'est pas à l'échelle.
- Départ et arrivée de chaque circuit au point D.
- Les chemins possibles sont le long des segments tracés sur le plan.
- AB = 400 m ; AC = 300 m ; BC = 500 m ; ED = 180 m.
- $\widehat{\text{ADE}}$ et $\widehat{\text{DFB}}$ sont des angles droits.
- circuit 6$^{\text{e}}$: 432 m ;
circuit 5$^{\text{e}}$: 576 m ;
circuit 4$^{\text{e}}$: 720 m ;
circuit 3$^{\text{e}}$: 840 m.



Tristan qui est en 3$^{\text{e}}$ fait équipe avec Cynthia, une élève de 5$^{\text{e}}$.
Dans tout le problème :
les longueurs doivent être données au mètre près et les angles au degré près,
les résultats de plusieurs questions sont donnés, vous pouvez donc les utiliser dans les questions suivantes même si vous n'avez pas réussi à les démontrer.

Première partie

On donne à Tristan le questionnaire ci-dessous afin de l'aider à trouver son circuit et celui de Cynthia. Ce questionnaire rapporte des points à l'équipe.
Rédiger les réponses à ce questionnaire :

1. **a.** Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
   b. En déduire que les droites (AC) et (DE) sont parallèles.
2. **a.** Calculer les longueurs BD et BE.
   b. En déduire que AD = 160 m et CE = 200 m.
3. **a.** En utilisant $\cos\widehat{\text{ABC}}$ calculer la mesure de l'angle $\widehat{\text{ABC}}$.
   b. En déduire que FB = 192 m et FD = 144 m.
4. Calculer les longueurs des circuits suivants :
   a. DECAD ;
   b. DBFD.

Deuxième partie

Cynthta a un circuit de 576 m et doit en faire x tours.
Tristan a un circuit de 840 m et doit en faire y tours.
Pour trouver leurs nombres de tours Tristan a droit deux indices :
1 - « À vous deux, vous allez faire 5 928 m » ;
2 - « À vous deux vous allez faire 8 tours ».

1. Écrire un système d'équation traduisant ces deux indices.
2. Résoudre ce système pour trouver le nombre de tours que chacun doit faire.

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Amérique du Sud novembre 2004

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. Effectuer les calculs de A et de B ; donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible en justifiant les calculs :
$A = \dfrac{15}{14} - \dfrac{6}{7} \times \dfrac{2}{3}$ et $B = \dfrac{1 - \dfrac{7}{18}}{\dfrac{7}{9}}$.
2. Effectuer les calculs de C et D donner le résultat sous la forme d'un produit d'un entier et d'une puissance de dix :
$C = \dfrac{3 \times 10^6 \times 6 \times 10^5}{15 \times 10^7}$ et $D = \dfrac{3 \times 10^6 + 6 \times 10^5}{15 \times 10^7}$.
3. Donner E sous la forme $a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ où a et b sont deux entiers relatifs, en justifiant les calculs :
$E = 5\sqrt{8} - 3\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{18}$.

Exercice 2

On considère l'expression F suivante :

$$F = (7x - 8)(-x + 4) - (7x - 8)^2.$$

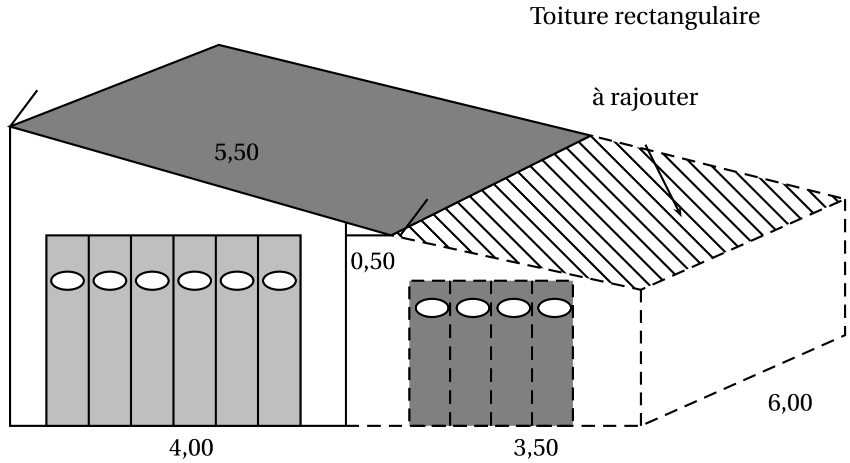
1. Développer et réduire F.
2. Factoriser F.
3. Résoudre l'équation $(7x - 8)(-8x + 12) = 0$.

Exercice 3

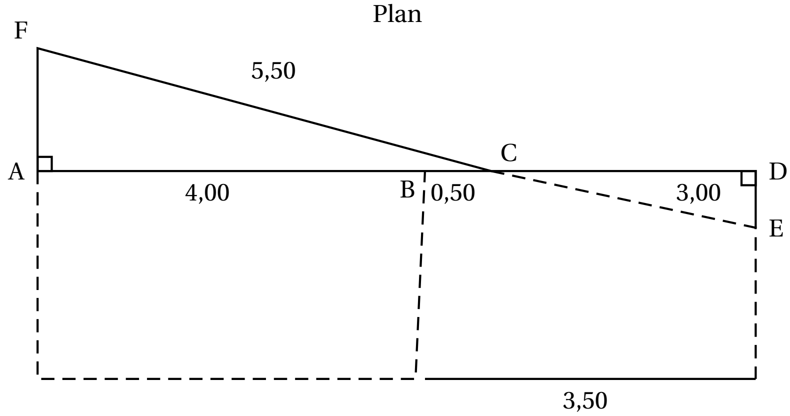
1. Déterminer le PGCD de 264 et 462 en explicitant les calculs.
2. En déduire la forme irréductible de la fraction $\dfrac{462}{264}$ sans utiliser la touche « fraction » de la machine et en faisant apparaître clairement la méthode employée.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1



Plan



Schéma

Rappels : FC = 5,50 m; AB = 4,00 m; BC = 0,50 m; CD = 3,00 m.
M. Bricolo veut accoler à son garage, déjà construit pour une caravane, un deuxième garage. Pour cela, il faut prolonger la toiture. M. Bricolo a fait des mesures qu'il a indiquées sur son plan, puis a fait un schéma plus géométrique afin d'effectuer ses calculs.

1. Calculer AC. Déterminer l'arrondi de l'angle $\widehat{ACF}$ au dixième de degré.
   Sachant que l'étanchéité de la toiture est garantie si cet angle est de plus de 35 °, M. Bricolo pourra-t-il faire jouer cette garantie en cas de problème?
2. Démontrer que les droites (AF) et (DE) sont parallèles.
   En déduire la longueur CE; en donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au centimètre.
3. Sachant que le deuxième garage aura une profondeur de 6 m, quelle est l'aire exacte de la partie de toiture à ajouter à la toiture d'origine.

Exercice 2

1. Tracer un triangle OBC rectangle en O tel que OB = 2 cm et OC = 4 cm.
2. Calculer la longueur BC. On donnera la valeur exacte sous la forme $a\sqrt{5}$.

3. Tracer le symétrique A du point C par rapport à la droite (OB).
4. Tracer le translaté D du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
5. Démontrer que ABCD est un parallélogramme.
6. Montrer que BC = BA, puis préciser la nature de ABCD (justifier).

PROBLÈME **12 points**

Monsieur M. désire faire l'acquisition d'un véhicule. Une fois la marque et le modèle choisis, il faut choisir le type de motorisation. Le moteur essence est beaucoup moins cher, mais son utilisation est plus coûteuse (consommation plus importante et le prix du carburant est plus cher). On se propose donc de faire une étude afin de faire le meilleur choix.

	Modèle essence	Modèle diesel
Prix du véhicule (en euro)	18 700	2 700
Consommation (nombre de litres pour 100 km)	7,4	5,5

Première partie : le véhicule essence

1. Sachant que, dans une station-service, le super 98 (essence) est à 1 euro le litre :

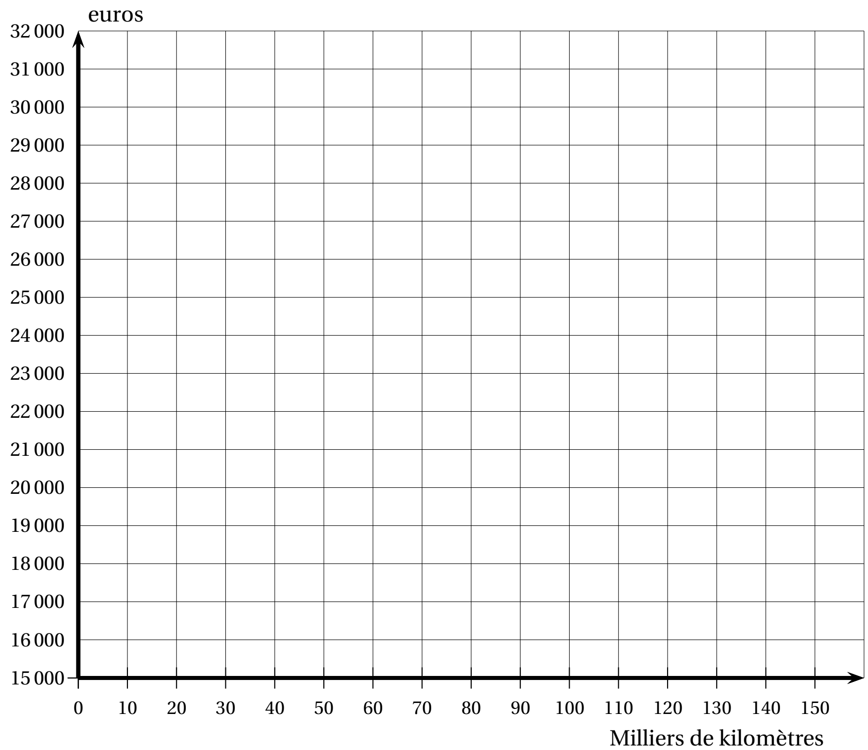
   a. Compléter le tableau suivant :

Distance parcourue	100 km	1 000 km	50 milliers de km (50 000 km)	150 milliers de km (150 000 km)	x milliers de km
Nombre de litres consommés					
Coût du carburant					
Coût global (véhicule + carburant)	×	×			

   b. Déterminer la fonction affine qui représente le coût global (véhicule et carburant) en fonction du nombre x de milliers de kilomètres parcourus depuis l'achat du véhicule à moteur essence.

2. Dans le repère orthogonal, donné ci-dessous, tracer la représentation graphique de la fonction $f : x \longmapsto 74x + 18700$.
   - 1 carreau représente 10 000 kilomètres sur l'axe des abscisses, en commençant à zéro ;
   - 1 carreau représente 1 000 euros sur l'axe des ordonnées, en commençant à 15 000.

   Par lecture graphique, estimer à combien revient la voiture lorsqu'elle atteint 80 000 km (indiquer les tracés utiles).



Deuxième partie : le véhicule diesel

1. Sachant que, dans cette même station-service, le litre de gasoil (diesel) est à 0,80 euro le litre :

a. Compléter le tableau suivant :

Distance parcourue	100 km	1 000 km	50 milliers de km (50 000 km)	x milliers de km
Nombre de titres consommés				
Coût du carburant				
Coût global (véhicule + carburant)				

b. Déterminer la fonction affine qui représente le coût global (véhicule et carburant) en fonction du nombre x de milliers de kilomètres parcourus depuis l'achat du véhicule à moteur diesel.

2. Dans le repère orthogonal utilisé à la question précédente, tracer la représentation graphique de la fonction $g : x \longmapsto 44x + 21\,700$.

Troisième partie : la discussion

1. Par lecture graphique, à combien de milliers de kilomètres la dépense globale est-elle la même, quel que soit le véhicule acheté ? (Indiquer le tracé utile.)

Retrouver ce résultat par le calcul.

2. Monsieur M. souhaite conserver son véhicule 5 ans, en faisant en moyenne 25 000 km par an. Quel type de motorisation doit-on lui conseiller ?

Durée : 2 heures

∾ Brevet des collèges Nouvelle–Calédonie ∾
novembre 2004

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Dans chaque cas, indiquer les étapes de calcul.

1. Calculer A et B en donnant les résultats sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\mathrm{A} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \div \frac{5}{2} \qquad \mathrm{B} = \frac{2 \times 10^{-1}}{10^{-4} \times (10^2)^3}.$$

2. écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b est un entier le plus petit possible :

$$\mathrm{C} = 3\sqrt{2} - \sqrt{50} + 2\sqrt{18}.$$

Exercice 2

On donne l'expression suivante :
$D = (4x-3)^2 - (3x+1)(4x-3)$.

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation $(4x-3)(x-4) = 0$.

Exercice 3

Résoudre le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcr} 3x+2y & = & 850 \\ 2x+4y & = & 1\,100 \end{array}\right.$$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J), unité 1 cm, on considère les points :

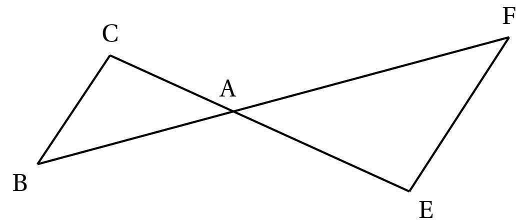
$$\mathrm{A}(-2\,;\,1) \quad ; \quad \mathrm{B}(-1\,;\,-2) \quad \text{et } \mathrm{C}(4\,;\,3).$$

1. Placer les points A, B et C.
2. Montrer par le calcul que AC = $\sqrt{40}$.
3. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A sachant que AB = $\sqrt{10}$ et BC = $\sqrt{50}$.
4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{B}}$, arrondie au degré.

Exercice 2

On considère la figure suivante dans laquelle :

Les points E, A et C sont alignés ;
Les points F, A, B sont alignés ;
AF = 12 cm ; AC = 5 cm ;
AB = 7,5 cm ; AE = 8 cm.



1. Montrer que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.
2. Calculer la longueur EF sachant que BC = 3,5 cm.

Exercice 3

1. Tracer un carré EFGH de côté 6 cm.
2. Placer le point J tel que : $\overrightarrow{\text{FJ}} = \overrightarrow{\text{EF}}$.
3. Placer le point K tel que : $\overrightarrow{\text{FK}} = \overrightarrow{\text{EH}} + \overrightarrow{\text{EF}}$.

PROBLÈME **12 points**

Une agence de location de voitures propose pour la location d'un minibus à la journée, trois tarifs :
Tarif A : 50 F par kilomètre parcouru.
Tarif B : 4 500 F fixe et 20 F par kilomètre parcouru.
Tarif C : un forfait de 8 000 F (kilomètres illimités).

Partie I

1. Sur votre copie, **recopier** et compléter le tableau suivant :

Nombre de kilomètres parcourus	80	160	200
Prix à payer avec le tarif A			
Prix à payer avec le tarif B			
Prix à payer avec le tarif C			

2. Entourer le tarif le plus avantageux pour chacune des distances parcourues.
3. Expliquer pourquoi le prix à payer P_C correspondant au tarif C est constant.
   Soit x le nombre de kilomètres parcourus en une journée ; exprimer en fonction de x, les prix à payer P_A et P_B correspondant respectivement aux tarifs A et B.

Partie II

1. Sur une feuille de papier millimétré tracer un repère orthogonal (O, I, J). On prendra les unités suivantes :
   1 cm pour 10 km sur l'axe des abscisses ;
   1 cm pour 500 F sur l'axe des ordonnées.
   (*Placer l'origine en bas et à gauche de la feuille*)
2. Dans ce repère, tracer les représentations graphiques des fonctions a, b et c définies par :

$$a(x) = 50x \quad ; \quad b(x) = 20x + 4500 \quad \text{et} \quad c(x) = 8000.$$

Partie III

Pour les questions suivantes, on ne demande ***aucun calcul*** *mais on fera apparaître sur le graphique* ***les traits de construction*** *permettant d'y répondre.*

En vous aidant du graphique précédent :

1. Indiquer le prix à payer avec le tarif B, pour 100 km.
2. Indiquer le nombre de kilomètres que l'on peut parcourir pour 6 000 F avec le tarif A.

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Nouvelle–Calédonie
mars 2005

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Calculer A et B et présenter les résultats sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers et b le plus petit possible :

- $\text{A} = 3\sqrt{45} + 2\sqrt{20} - 4\sqrt{80}$;
- $\text{B} = \sqrt{18} \times \sqrt{8} \times \sqrt{50}$.

Exercice 2

1. Vérifier que le plus grand diviseur commun à 63 et 105 est $d = 21$. Calculer les nombres a et b tel que :

$$63 = a \times d \quad \text{et} \quad 105 = b \times d.$$

2. Simplifier le plus possible $\dfrac{63}{105}$.

Exercice 3

On pose $A = (2x+1)^2 - 3(2x+1)$.

1. Développer et réduire A.
2. Factoriser A.
3. Calculer A pour $x = -\dfrac{2}{3}$.

Exercice 4

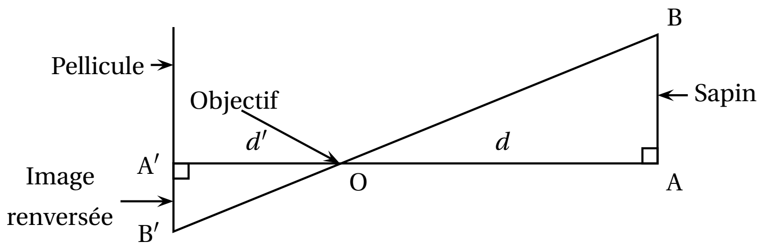
Résoudre le système :

$$\left\{\begin{array}{rcr} 2x + 5y & = & 4 \\ 3x - 2y & = & -13 \end{array}\right.$$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

Voici le schéma simplifié du fonctionnement d'un appareil photographique : un objet [AB] situé à une distance d de l'objectif O a une image [A′B′] sur la pellicule située à une distance d' de O.



1. Prouver que les droites (AB) et (A′B′) sont parallèles.
2. Démontrer l'égalité : $\dfrac{d}{d'} = \dfrac{\text{AB}}{\text{A}'\text{B}'}$.
3. Pour un certain appareil, $d' = 50$ mm. Un sapin d'une hauteur de 12 m se trouve à 15 m de l'objectif.

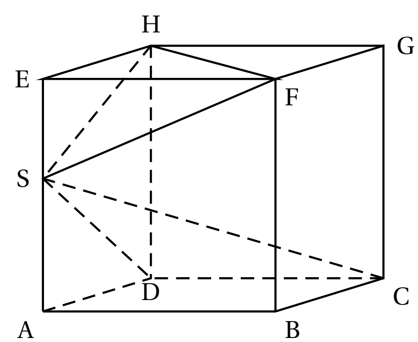
   Quelle est la hauteur de l'image qui se forme sur la pellicule ?

Exercice 2

ABCDEFGH est un cube de côté 6 cm. Un point S, choisi sur l'arête [AE], permet de définir une pyramide SABCD (de sommet S, de hauteur SA, de volume V_1)
On pose AS = x ($0 < x < 6$).

1. Montrer que $V_1 = 12x$.
2. Exprimer SE en fonction de x.
3. Expliquer pourquoi le triangle EFH est rectangle en E.
4. Calculer l'aire du triangle EFH.

Rappel : $V = \dfrac{1}{3}$aire de base × hauteur de la pyramide.



PROBLÈME **12 points**

On se placera dans un repère orthonormal (O ; I, J), *où l'unité est le centimètre et on complétera la figure au fur et à mesure des questions.*

1. Tracer ce repère et placer les points : M(4 ; 2), P(−2 ; 4) et N(2 ; −4).
2. Prouver que $\text{PM}^2 = 40$.
3. Sachant que $\text{PN}^2 = 80$ et $\text{MN}^2 = 40$, montrer que le triangle MNP est rectangle.
4. Placer le point E(2 ; 1) sur la figure.
5. Vérifier que E est le milieu de [OM].
6. Tracer le cercle $\mathscr{C}$ de centre E et de diamètre [OM].
7. Soit R(1 ; 3) le milieu de [MP].

   Sachant que le rayon du cercle est égal à $\sqrt{5}$, vérifier par le calcul que le point R est sur le cercle $\mathscr{C}$.
8. En déduire, sans aucun calcul, que le triangle OMR est rectangle (on précisera en quel sommet).