

☞ Brevet Aix-Marseille juin 1986 ☞

Partie I.

On considère deux fonctions f et g définies dans \mathbb{R} par :

$$f(x) = (2x - 1)^2 - (5x + 1)(6x - 3) + 8x^2 - 2, \quad g(x) = 36x + 81x^2 + 4.$$

1. Développer $f(x)$.
Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $g(x) = 2f(x)$.
3. Calculer $g\left(-\frac{2}{3}\right)$ puis $f(\sqrt{3})$.
Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, donner la valeur décimale approchée à 10^{-3} près par excès de $f(\sqrt{3})$.

Partie II.

On considère un triangle ABC. La hauteur issue de A coupe la droite (BC) en M, la hauteur issue de B coupe la droite (AC) en N, la hauteur issue de C coupe la droite (AB) en P. On appelle H l'orthocentre du triangle ABC.

1. Construire la figure dans les deux cas suivants :
 - a. le triangle ABC a trois angles aigus,
 - b. le triangle ABC a un angle obtus de sommet A.
2. Déterminer l'orthocentre du triangle HAB.
3. Tracer le cercle de diamètre [CH].
Démontrer que ce cercle passe par les points M et N.

Partie III.

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , placer les points suivants

$$A(-3; 3), \quad B(1; 3), \quad C(-1; -1), \quad D(-5; -1).$$

1. Donner une équation de la droite Δ_1 passant par A et D et une équation de la droite Δ_2 passant par B, parallèle à la droite (AC). Δ_1 et Δ_2 se coupent en S.
Vérifier que le point S a pour coordonnées $(-1; 7)$.
2. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD?
En déduire que le quadrilatère SBCA est un parallélogramme.
Montrer que le parallélogramme SBCA est un losange.
En déduire que le point E symétrique de D par rapport à la droite (SC) appartient à la droite Δ_2 .

3. Soit α la mesure en degrés de l'angle \widehat{SAB} .

Calculer la tangente de α .

Lire dans le tableau ci-dessous la valeur approchée à un degré près par défaut de α .

α	$\tan \alpha$
62°	1,880 7
63°	1,962 6
64°	2,050 3
65°	2,144 5
66°	2,246 0
67°	2,355 9