∽ Brevet des collèges Allemagne juin 1972 ∾
Enseignement long et enseignement court
Mathématiques modernes

ALGÈBRE

On considère les deux applications, de **R**dans **R**, définies par

$$\begin{array}{llll} f: x & \longmapsto & f(x) = (2x-3)(7-2)-(2x-3)^2 \text{ et}\\ g: x & \longmapsto & g(x) = 4x^2-9. \end{array}$$

1. Mettre $f(x)$ et $g(x)$ sous forme d'un produit de facteurs
2. Soit $E = \{x \in \mathbf{R},\ f(x) = 0\}$. Écrire cet ensemble, E en extension.
3. Soit l'application q, de $\mathbf{R}-E$ dans **R**, définie par
$$q : x \longmapsto q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$
En utilisant les résultats de la la première question, mettre $q(x)$ sous la forme d'un rapport dont les termes sont deux binômes du premier degré.
4. Résoudre dans $\mathbf{R}-E$ l'équation $q(x) = 2$.

GÉOMÉTRIE

Soit deux droites (d) et (d') d'un plan. À l'aide d'une unité de longueur choisie dans ce plan, on définit sur (d) une graduation, f, telle que

$$f(\mathrm{I}) = 0 \quad \text{et} \quad f(\mathrm{A}) = 1,$$

puis sur (d') une graduation, g, telle que

$$g\left(\mathrm{I}'\right) = 0 \quad \text{et} \quad g\left(\mathrm{A}'\right) = -0,5,$$

I$'$ et A$'$ étant respectivement les projections orthogonales de I et de A sur (d').

1. Dessiner, avec précision, une figure illustrant la situation mathématique décrite ci-dessus. Construire, en outre, le point J de (d') tel que $g(\mathrm{J}) = 1$.
2. Soit B le point de (d),tel que $f(\mathrm{B}) = 3$, et B$'$ le point de (d'), tel que $g(\mathrm{B}') = (-1,5)$. Démontrer que la projection orthogonale de B sur (d') est B$'$.
3. Quel est le rapport de projection orthogonale de l'axe $\left(d, \overrightarrow{\mathrm{IA}}\right)$ sur l'axe $\left(d', \overrightarrow{\mathrm{I'J}}\right)$?
Le comparer à celui de $\left(d', \overrightarrow{\mathrm{I'J}}\right)$ sur $\left(d, \overrightarrow{\mathrm{IA}}\right)$.
4. Soit A$''$ et B$''$ les projections orthogonales de A$'$ et de B$'$ sur (d). Calculer A$''$B$''$.
5. Si l'on suppose que les droites (d) et (d') se coupent en un point S, d'abscisse $(-0,75)$ dans la graduation f, quelle est l'abscisse de S dans la graduation g ?