∽ Brevet Centres étrangers I juin 1999 ∽

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1 :

Soit $a = \sqrt{5}\left(1 - \sqrt{2}\right)$ et $b = 5 + \sqrt{2}$.
Calculer a^2, b^2, $a^2 + b^2$ et $\sqrt{a^2 + b^2}$.

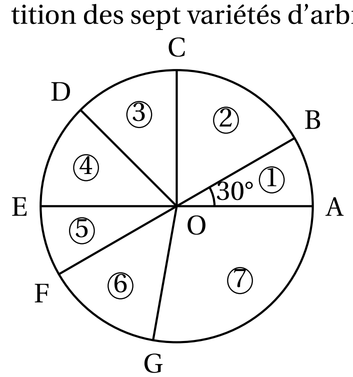
Exercice 2 :

Soit l'expression : $G = (1 - 2x)^2 - 25x^2$.

1. Développer et réduire G.
2. Factoriser G.
3. Résoudre l'équation $(1 - 7x)(3x + 1) = 0$.
4. Calculer les valeurs de G pour $x = 0$, pour $x = \dfrac{1}{7}$ et pour $x = -1$.

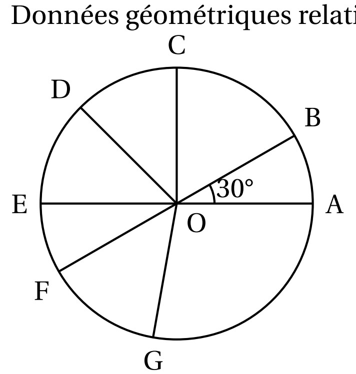
Exercice 3 :

Un parc forestier compte 14 400 arbres. Le diagramme circulaire ci-dessous Indique la répartition des sept variétés d'arbres plantés dans ce parc.



1 : pins
2 : chênes
3 : hêtres
4 : sapins
5 : charmes
6 : bouleaux
7 : châtaigniers

Données géométriques relatives à ce diagramme :



AE et [BF] sont deux diamètres du disque ;
— (CO) et (AE) sont perpendiculaires ;
— l'angle $\widehat{AOB}$ mesure 30 degrés ;
— (OD) est la bissectrice de l'angle $\widehat{COE}$;
— la mesure de l'angle $\widehat{FOG}$ égale la moitié de la mesure de l'angle $\widehat{GOA}$.

1. Calculer les mesures des angles : $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOE}$, $\widehat{EOF}$, $\widehat{FOG}$ et $\widehat{GOA}$.
2. En déduire le nombre d'arbres de chaque variété plantée dans le parc forestier.

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

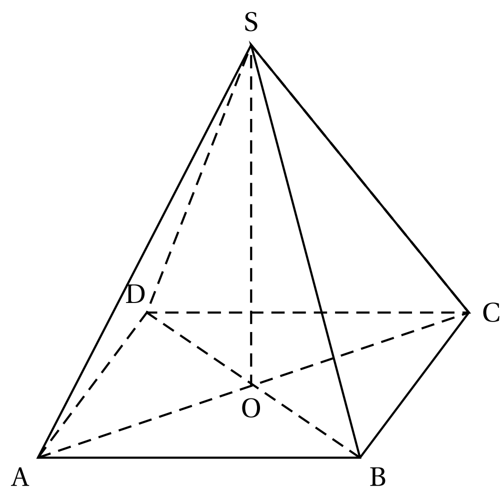
Exercice 1 :

Le plan est rapporté au repère orthonormal (O, I, J) ; l'unité graphique est 1 centimètre.

1. Placer les points A(−2 ; 1) ; B(−1 ; −2) ; C(4 ; 3) et D(2 ; 4).
2. **a.** Calculer AB^2, AC^2 et BC^2.
   b. Quelle est la nature du triangle ABC ?
3. **a.** Déterminer l'équation de la droite (BD).
   b. Calculer le coefficient directeur de la droite (DC).
4. Soit M le milieu du segment [AC].
   a. Calculer les coordonnées du point M.
   b. Démontrer que le point M appartient à la droite (BD).

Exercice 2 :

L'unité de longueur est le centimètre.
Le schéma ci-contre représente une pyramide régulière de sommet S qui a pour base le carré ABCD.
AC = 10 et SA = 10.



1. Construire en vraie grandeur le carré ABCD et le triangle SAB.
2. **a.** Montrer que $AB = 5\sqrt{2}$.
   b. On se place dans le triangle SAB et on désigne par I le milieu du segment [AB].
   Calculer le cosinus de l'angle $\widehat{SAB}$.
   En déduire la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{SAB}$.
3. Calculer la hauteur SO de la pyramide.
4. Calculer le volume de la pyramide.
   On donnera sa valeur exacte, puis une valeur approchée au cm^3 près.

PROBLÈME

L'unité de longueur est le centimètre. Le schéma ci-contre représente une pyramide régulière de sommet S qui a pour base le carré ABCD.
AC = 10 et SA = 10.

Soit un cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [AB] et de centre O.
Soit M un point de ce cercle (distinct de A et B), et N l'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.(On a donc MN = AB.)

1. Réaliser la figure qui sera complétée dans la suite.
2. Quelle est la nature du quadrilatère AMNB ?
3. Soit P le symétrique de N par rapport au point B.
   a. Quelle est la nature du quadrilatère AMBP ?
   b. En déduire que P est le symétrique de M par rapport au point O et que P appartient au cercle $\mathscr{C}$.
4. **a.** Quelle est la nature du triangle MNP ?
   b. Comparer les aires du triangle MNP et du quadrilatère AMNB.
5. La droite (NO) coupe la droite (MB) en G.
   Démontrer que la droite (PG) coupe le segment [MN] en son milieu.