

~ Brevet Maine-et-Loire juin 1982 ~

Algèbre

f est une application de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par

$$f(x) = (x + 7)^2 - (3x - 5)^2.$$

1. Développer et ordonner $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. Calculer $f(0)$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)$, $f(\sqrt{3})$.
4. Résoudre les équations :
 - a. $f(x) = 0$;
 - b. $f(x) = 24$;
 - c. $f(x) = 6 - x$.

Géométrie

On donne un carré (A, B, C, D); O est le milieu de [A, B]; (\mathcal{C}) est le cercle dont [A, B] est un diamètre. On marque un point E sur (\mathcal{C}), distinct de A et de B.

1. Construire le point F symétrique de E par rapport à A, et le point G symétrique de E par rapport à B.
Démontrer que (FG) et (AB) sont des droites parallèles.
Démontrer que \overrightarrow{AF} et \overrightarrow{DG} sont orthogonaux.
Démontrer que le point I, milieu de [F, G], est un point du cercle (\mathcal{C}).
2. Peut-on choisir le point E sur (C) de manière que I soit sur la médiatrice de [C, D] et à l'intérieur du carré?
Quelle est alors la nature du triangle (E, C, D) et quel est son centre de gravité?
3. On choisit un repère orthonormé de la manière suivante : l'origine est O; les coordonnées de A sont (1; 0), l'ordonnée de C est positive.
Quelles sont les coordonnées de B, de C, de D?
Démontrer que $E_1\left(\frac{\sqrt{5}}{5}; \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$ est un point de (\mathcal{C}) ainsi que $E_2\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}; -\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$.
Démontrer que E_1 , E_2 , O et D sont alignés.
Peut-on indiquer les coordonnées des deux points communs à (\mathcal{C}) et à la droite (OC)?