

Durée : 2 heures

∞ Brevet des collèges Nouvelle-Calédonie ∞
mars 2005

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

12 points

Exercice 1

Calculer A et B et présenter les résultats sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers et b le plus petit possible :

- $A = 3\sqrt{45} + 2\sqrt{20} - 4\sqrt{80}$;
- $B = \sqrt{18} \times \sqrt{8} \times \sqrt{50}$.

Exercice 2

1. Vérifier que le plus grand diviseur commun à 63 et 105 est $d = 21$. Calculer les nombres a et b tel que :

$$63 = a \times d \quad \text{et} \quad 105 = b \times d.$$

2. Simplifier le plus possible $\frac{63}{105}$.

Exercice 3

On pose $A = (2x + 1)^2 - 3(2x + 1)$.

1. Développer et réduire A .
2. Factoriser A .
3. Calculer A pour $x = -\frac{2}{3}$.

Exercice 4

Résoudre le système :

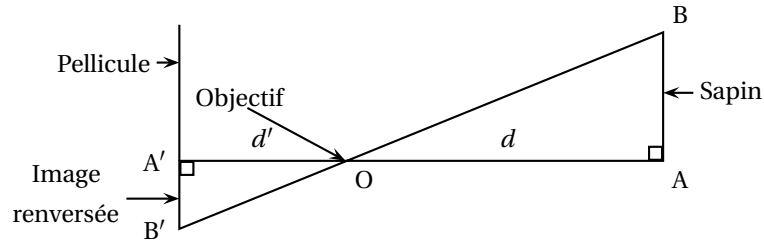
$$\begin{cases} 2x + 5y = 4 \\ 3x - 2y = -13 \end{cases}$$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

12 points

Exercice 1

Voici le schéma simplifié du fonctionnement d'un appareil photographique : un objet $[AB]$ situé à une distance d de l'objectif O a une image $[A'B']$ sur la pellicule située à une distance d' de O .



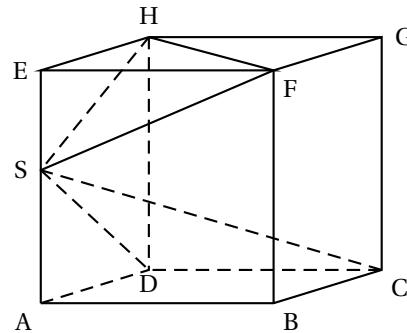
1. Prouver que les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.
2. Démontrer l'égalité : $\frac{d}{d'} = \frac{AB}{A'B'}$.
3. Pour un certain appareil, $d' = 50$ mm. Un sapin d'une hauteur de 12 m se trouve à 15 m de l'objectif.
Quelle est la hauteur de l'image qui se forme sur la pellicule ?

Exercice 2

ABCDEFGH est un cube de côté 6 cm. Un point S, choisi sur l'arête [AE], permet de définir une pyramide SABCD (de sommet S, de hauteur SA, de volume V_1)

On pose $AS = x$ ($0 < x < 6$).

1. Montrer que $V_1 = 12x$.
2. Exprimer SE en fonction de x .
3. Expliquer pourquoi le triangle EFH est rectangle en E.
4. Calculer l'aire du triangle EFH.



Rappel : $V = \frac{1}{3}$ aire de base \times hauteur de la pyramide.

PROBLÈME

12 points

On se placera dans un repère orthonormal $(O; I, J)$, où l'unité est le centimètre et on complètera la figure au fur et à mesure des questions.

1. Tracer ce repère et placer les points : $M(4; 2)$, $P(-2; 4)$ et $N(2; -4)$.
2. Prouver que $PM^2 = 40$.
3. Sachant que $PN^2 = 80$ et $MN^2 = 40$, montrer que le triangle MNP est rectangle.
4. Placer le point $E(2; 1)$ sur la figure.
5. Vérifier que E est le milieu de [OM].
6. Tracer le cercle \mathcal{C} de centre E et de diamètre [OM].
7. Soit $R(1; 3)$ le milieu de [MP].
Sachant que le rayon du cercle est égal à $\sqrt{5}$, vérifier par le calcul que le point R est sur le cercle \mathcal{C} .
8. En déduire, sans aucun calcul, que le triangle OMR est rectangle (on précisera en quel sommet).