

❧ **Baccalauréat Rio de Janeiro**¹ **octobre 1949** ❧
Série mathématiques

I

1^{er} sujet

Trièdres supplémentaires. (On se bornera à donner la définition et à établir la réciprocity.)

2^e sujet

Deux figures symétriques d'une même troisième par rapport à deux plans distincts (sécants ou parallèles) sont égales.

3^e sujet

Cercles passant par deux points donnés et tangents à une droite donnée.

II. problème

On considère deux axes de coordonnées rectangulaires $x'Ox$, $y'Oy$ et les points de Ox : A, d'abscisse 6, B, d'abscisse 4, et C, d'abscisse 9.

Un point m , dont l'abscisse est désignée par x , peut varier sur $x'x$; soit p sa puissance par rapport au cercle (S) dont BC est un diamètre.

1. Calculer en fonction de x l'expression $z = \frac{p}{mA^2}$.

Étude et représentation graphique (Γ) de cette fonction.

En utilisant (Γ), discuter l'existence des racines de l'équation

$$x^2 - 13x + 36 = \lambda(x - 6)^2,$$

où λ est un paramètre, et donner à leur sujet tous renseignements intéressants.

2. Soit maintenant M un point du plan, d'abscisse x et d'ordonnée y ; on désigne par m sa projection orthogonale sur $x'x$, par p sa puissance par rapport à (S).

Calculer en fonction de x et y l'expression $u = \frac{p}{MA^2}$.

x restant constant, étudier la fonction u de y ; discuter suivant la valeur attribuée à x .

3. k désignant un nombre donné inférieur ou égal à $\frac{25}{24}$ et différent de 1, il existe deux points de $x'x$, m_0 et m_1 , pour lesquels on a $z = k$.

Soit M un point du plan pour lequel on a aussi $u = k$ (z, u, m conservent la même signification que précédemment); établir la relation

$$\overline{mM}^2 = -\overline{mm_0} \cdot \overline{mm_1}.$$

On montrera qu'elle est caractéristique.

1. Sao Paulo et Indochine du Nord

En déduire le lieu de M tel que $\frac{p}{MA} = k$.

Que se passe-t-il pour $k = \frac{25}{24}$?

Pourquoi a-t-on écarté les nombres supérieurs à $\frac{25}{24}$ et le nombre 1 ?

N. B. - Le candidat pourra faire, au sujet de ce problème, toutes les remarques géométriques qu'il jugera opportunes.