

♧ Brevet Élémentaire du Premier Cycle ♧

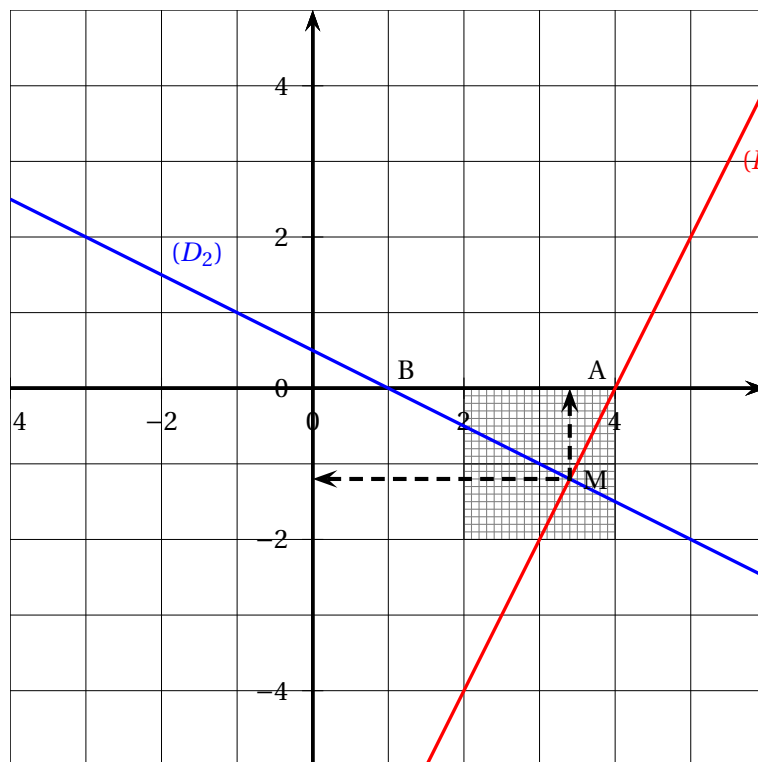
Caen juin 1962

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT.

ALGÈBRE

1. Tracer les droites (D_1) et (D_2) représentant les variations des fonctions

$$y = 2x - 8 \quad \text{et} \quad y = -\frac{x}{2} + \frac{1}{2}$$



2. On lit (sur du papier millimétré), $M(3.4 ; -1,2)$.

3. On a $A(4; 0)$ et $B(1; 0)$, donc :

$$AM^2 = (3,4 - 4)^2 + (-1,2 - 0)^2 = (-0,6)^2 + (-1,2)^2 = 0,36 + 1,44 = 1,8, \text{ d'où}$$

$$AM = \sqrt{1,8};$$

$$BM^2 = (3,4 - 1)^2 + (-1,2 - 0)^2 = (2,4)^2 + (-1,2)^2 = 5,76 + 1,44 = 7,2, \text{ d'où } BM = \sqrt{7,2}.$$

$$\text{De même } AB^2 = (4 - 1)^2 + (0 - 0)^2 = 3^2 = 9.$$

$$\text{Or } AM^2 + MB^2 = 1,8 + 7,2 = 9, \text{ donc finalement}$$

$$MA^2 + MB^2 = AB^2.$$

4. D'après le résultat précédent et d'après la réciproque du théorème de Pythagore cette égalité démontre que le triangle AMB est rectangle en M : les droites initiales (D_1) et (D_2) sont perpendiculaires.

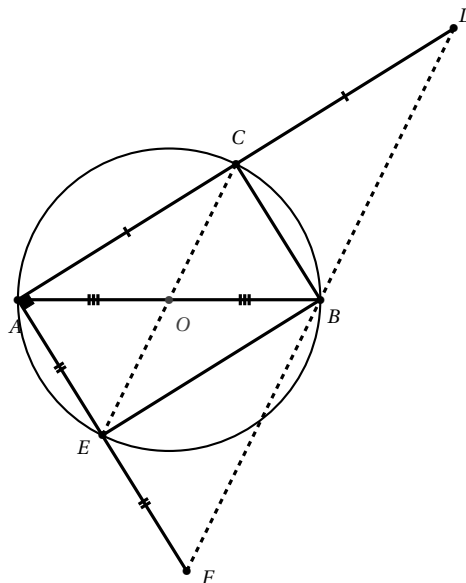
Remarque : on pouvait également calculer le produit de leur coefficients directeurs :

$$2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1, \text{ ce qui démontre également que les droites sont perpendiculaires.}$$

GÉOMÉTRIE

Soit un cercle de diamètre $[AB]$ et de centre O .

On mène une corde quelconque, $[AC]$, et on la prolonge d'une longueur $CD = AC$.



1. Montrer que le triangle ABD est isocèle.

Le triangle ACB est rectangle en C car il est inscrit dans le cercle de diamètre $[AB]$. C est le milieu de $[AD]$ par construction. (CB) est donc une droite passant par le milieu de $[AD]$ et perpendiculaire à (AD) , c'est la médiatrice du segment $[AD]$. Tout point de la médiatrice de $[AD]$ est équidistant de A et D en particulier B . On a donc $AB = DB$.

Ainsi le triangle ABD a deux côtés de même longueur, $[AB]$ et $[DB]$, il est donc isocèle de sommet B .

2. On mène la perpendiculaire à (AC) en A ; elle coupe le cercle en E .

Montrer que le quadrilatère $ACBE$ est un rectangle.

En déduire que les points E, O, C sont alignés.

Le triangle AEB est rectangle en E car il est inscrit dans le cercle de diamètre $[AB]$. Les droites (AC) et (EB) sont perpendiculaires à la droite (AE) , elles sont donc parallèles.

Les droites (CB) et (AE) sont perpendiculaires à la droite (AC) , elles sont parallèles. Le quadrilatère $AEB C$ a ses côtés opposés parallèles, c'est un parallélogramme. Il a un angle droit et même trois ici, c'est un rectangle.

O est le milieu de la diagonale $[AB]$ par construction et dans un parallélogramme les diagonales ont le même milieu, O est donc le milieu de $[CE]$ qui est aussi diagonale du parallélogramme $ACBE$: les points E, O, C sont donc alignés.

3. On prolonge $[AE]$ d'une longueur $EF = AE$.

Montrer que les points F, B, D sont alignés et que EC est parallèle à (FD) .

Les points O et C sont les milieux des segments respectifs de $A[B]$ et $[AD]$, or, la droite qui joint les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté, (OC) est donc parallèle à (BD) (et de plus $BD = 2OC$), de même (BF) est parallèle à (OE) dans le triangle ABF (et $BF = 2OE$).

Par suite de l'alignement de C, O, E les droites (OC) et (OE) sont égales et donc les droites (BD) et (CE) sont parallèles à une même droite, elles sont donc parallèles, mais elles passent par le point B, elles sont donc égales et les points E, B, D sont alignés et la droite FD est parallèle à la droite (EC) car (FD) et (BD) sont égales ainsi que (EC) et (OC) et que (BD) et (OC) sont parallèles.

4. A et B étant fixes, quelle est la courbe décrite par D et F lorsque C décrit le cercle O?

Soit R le rayon du cercle O, on a vu que $BD = BF = 2R$.

Les points D et F appartiennent donc au cercle de centre B et de rayon $2R$.

Sujet ne reposant pratiquement que sur des propriétés d'incidence de droites, pas de Pythagore ni de triangles semblables ni de calculs de longueurs et pas d'angles à part des angles droits.