↫ Baccalauréat Caen septembre 1949 ↬
Série mathématiques

I.– 1er sujet

Établir la formule donnant la dérivée de $y = \sqrt{u}$, u étant une fonction de x positive et ayant la dérivée u'.
Application : Calculer la dérivée de

$$y = \sqrt{x^2 - \sqrt{2x-1}}.$$

I.– 2e sujet

Étudier les variations de la fonction

$$y = \frac{-x^2+2}{x^2-x-2}$$

et faire un graphique soigné de la courbe représentative.

I.– 3e sujet

Résoudre et discuter

$$2x - \sqrt{x^2-2mx+m} = m.$$

II.

On considère un triangle ABC. Le cercle inscrit de centre I, de rayon r, est fixe. Il est tangent en F au côté BC dont le support est fixe.
Le sommet A décrit une droite D parallèle au côté BC.
La hauteur, constante, relative à BC est égale à h.

1. Démontrer que pour tous les triangles ABC ainsi définis il existe un rapport constant entre le demi-périmètre p et la longueur a du côté BC (on pourra utiliser l'aire du triangle ABC).

   En déduire la valeur du produit FB · FC en fonction de r et de h (cette valeur est constante).
2. On fait tourner autour de IF le cercle inscrit et la tangente en F, engendrant ainsi une sphère S et un plan P.

   On considère les cônes de sommet A tangents à la sphère S.

   Quelle est la nature des sections de ces cônes par le plan P ?

   En préciser les éléments.
3. On revient à la figure primitive. Sur le cercle (O) de centre O, circonscrit au triangle ABC, on désigne par M′ le milieu de l'arc BC ne contenant pas le point A.

   Montrer que le rayon du cercle exinscrit dans l'angle A a une valeur constante.

   En déduire le lieu du point M.

4. Montrer que le cercle (O) est tangent à un cercle fixe, passant par F, lui-même tangent à D (on pourra utiliser une inversion de pôle F).
5. Quel est le lieu géométrique du point O ?