

♣ Baccalauréat C Cambodge et Laos juin 1968 ♣

Exercice 1

1. Étudier, suivant les valeurs de l'entier naturel n , le reste de la division par 7 du nombre

$$A = n^2 - n + 1.$$

2. En déduire les entiers n tels que le nombre A soit divisible par 7.
3. Déterminer le reste de la division par 7 du nombre $B = 2753^2 - 2753 + 1$.

Exercice 2

On considère trois points, A, B et C, non alignés.

Simplifier les expressions suivantes :

$$\vec{V} = \vec{MB} + \vec{MC} - 2\vec{MA}, \quad \vec{U} = \vec{MB} + \vec{MC} - \vec{MA}.$$

(On pourra utiliser le point I, milieu de BC et le symétrique, A' , de A par rapport à I.)

En déduire l'ensemble des points M tels que $\vec{V} \cdot \vec{U} = 0$, puis l'ensemble des points M tels que $|\vec{V}| = |\vec{U}|$.

Exercice 3

Le plan est rapporté à un repère orthonormé d'origine O. On appelle T la transformation ponctuelle qui associe à un point M , de coordonnées $(x ; y)$, le point $M' = T(M)$ de coordonnées

$$x' = 2 - x, \quad y' = \frac{y}{x}(2 - x)$$

si ces expressions sont définies.

1. Quel est l'ensemble, E, des points M tels que $T(M)$ soit défini?
Quel est l'ensemble, F, des points M de l'ensemble E tels que $T(M)$ appartienne à l'ensemble E?
2. En supposant que M est un point de F, que peut-on dire du point $M'' = T(M') = T[T(M)]$?
3. Quel est l'ensemble, (Δ) , des points M tels que $M = T(M)$? Quel est l'ensemble des transformés des points d'une droite passant par O?
Quel est l'ensemble des transformés des points d'une droite parallèle à l'axe des ordonnées?
4. Que peut-on dire des trois points O, M et $M' = T(M)$?
Quel est le lieu du milieu, I, du segment MM' si M décrit l'ensemble E?
En déduire une construction géométrique de M' , connaissant M .

5. Trouver l'équation, $y = h(x)$ de la courbe (C), transformée de la droite d'équation $y = x - 2$.

Étudier la fonction h et construire (C) en mettant en évidence son centre de symétrie.

Soit L l'asymptote de (C) non parallèle à un axe de coordonnées et soit u un nombre supérieur à 4.

Exprimer, en fonction de n , l'aire S limitée par L, la courbe C et les droites d'équations $x = 4$ et $x = u$.

On pourra, dans cette question, mettre la fonction $h(x)$ sous la forme

$$h(x) = P(x) + \frac{A}{x-2}$$

où P est un polynôme et A une constante.