

Durée : 4 heures

∞ Baccalauréat C Cameroun juin 1970 ∞

EXERCICE 1

Dans l'ensemble $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, \mathbb{Z} étant l'ensemble des nombres entiers relatifs, on définit les deux lois de composition interne suivantes, notées \star et Γ :

$$\begin{aligned}(a, b) \star (a', b') &= (a + a', b + b') \text{ et} \\ (a, b) \Gamma (a', b') &= (aa', ab' + ba').\end{aligned}$$

Donner les propriétés de ces deux lois; montrer que la seconde est distributive par rapport à la première.

Quelle est la structure de $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ muni de ces deux lois?

EXERCICE 2

On considère la fonction f définie sur l'ensemble des nombres réels par

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

1. Étudier f et tracer la courbe représentative (C) dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

2. Déterminer la primitive de f qui s'annule pour $x = 0$.

Calculer l'aire de la région limitée par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 2$.

EXERCICE 3

On considère le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) et les deux vecteurs \vec{u}_1 et \vec{u}_2 , de module 1, tels que

$$\begin{aligned}\left(\vec{i}, \vec{u}_1\right) &\equiv -\frac{\alpha}{2} \pmod{2\pi} \text{ et} \\ \left(\vec{i}, \vec{u}_2\right) &\equiv +\frac{\alpha}{2} \pmod{2\pi}.\end{aligned}$$

On considère les droites (D_1) et (D_2) sécantes en O, dont \vec{u}_1 et \vec{u}_2 sont respectivement les vecteurs directeurs.

1. Soit M le point de coordonnées $(x; y)$.

a. Écrire l'équation paramétrique de la perpendiculaire menée de M à (D_1) en déterminant un vecteur directeur de cette perpendiculaire.

Utiliser cette équation pour déterminer les coordonnées de M_1 point symétrique de M par rapport à (D_1) ; on écrira que le milieu de MM_1 appartient à (D_1) .

- b.** Déterminer de même les coordonnées de M_2 point symétrique de M par rapport à (D_2) .
- 2. a.** Déterminer, en utilisant la question 1., l'ensemble des points M tels que $M_1 M_2 = \ell$, ℓ étant une longueur donnée.
- b.** Donner une solution géométrique de cette question.
- 3.** Déterminer l'ensemble des points M tels que la droite $(M_1 M_2)$ passe par un point donné, A , de coordonnées $(a ; b)$. Discuter.
- Vérifier que l'ensemble obtenu contient les symétriques, A_1 et A_2 , de A , respectivement par rapport à (D_1) et à (D_2) .