

95 93 92 75 77 78 91 94

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public Régionale IIe-de-France

Décembre 2005 n° 127

Noël, le Zéro et le CAPES...

Noël approche, les vacances aussi, courage pour cette dernière ligne droite, les derniers conseils de classe, les dernières copies... de l'année 2005! Allez on peut toujours formuler le vœu que celles de 2006 seront meilleures, plus agréables à corriger, moins désespérantes... Et qui sait, la synthèse (p. 6) du débat comment rendre efficace une correction de devoir? qui a eu lieu au sein de la régionale vous permettra peut être de tester de nouvelles méthodes, de nous envoyer votre point de vue. Le forum est prêt à accueillir vos contributions, votre expérience personnelle (qu'elle soit positive ou non) ou tout simplement le titre d'un ouvrage sur le sujet pour compléter la bibliographie.

La prochaine discussion sera sur le thème : *le travail en groupe : pourquoi ? comment ?* ; elle aura lieu le mercredi 25 janvier à partir de 19h30 au local, 26 rue Duméril. Nous vous invitons à nous rejoindre (dîner offert mais réservation obligatoire) et surtout à envoyer vos contributions soit sur le forum soit par mél via le réseau des correspondants.

Sur le front de nos réflexions, un nouveau sujet de colère : le CAPES mention complémentaire qui permettra à un candidat au métier d'enseignant de passer le certificat d'aptitude en physique-chimie, SVT ... ou EPS pour obtenir la mention complémentaire en mathématiques. Même dans les pires scénarios, l'APMEP ne pouvait

penser qu'un ministère viendrait faire de telles propositions pour pallier la désaffection des étudiants en mathématiques et plus particulièrement au CAPES. Rappelons-le, une APMEP avec un nombre d'adhérents en hausse serait plus crédible auprès des ministres successifs pour défendre un enseignement de qualité pour tous... à chaque adhérent de faire connaître l'association: des numéros du BGV, de PLOT sont à votre disposition au local pour être diffusés à vos collègues.

Comme promis, les *Chantiers* changent de peau et Gérard Chaumeil, professeur au lycée de Montgeron, a accepté de les illustrer régulièrement. Nous l'en remercions.

Nous avons débuté l'année scolaire avec Bruno Descroix qui à partir de deux thèmes de son ouvrage *De*-

main les profs aura permis aux participants de débattre sur leur vision de l'école, d'exprimer leurs attentes, leurs regrets...

Le 14 décembre prochain c'est Denis Guedj qui viendra nous transporter sur les rives du Tigre et de l'Euphrate à la recherche du zéro.

Je vous l'ai dit au début, c'est Noël!

Valérie Larose

Sommaire

- 2 On nous écrit
- 3 Spécialité mathématique en TS
- 4 Ils peuvent le faire
- 5 On a lu pour vous
- 6 Comment rendre efficace une correction de devoir
- 7 Calendrier de la régionale
- 8 Conférence



A propos de : « Comment obtenir 150 décimales de √2 »

Christian Laurent nous a adressé ce courrier concernant l'article paru dans le numéro 125, de Juin 2005, des *Chantiers mathématiques*.

oici deux remarques concernant cet article très intéressant.

1) D'abord on n'est pas obligé d'écrire un programme pour obtenir les termes successifs de la suite, si l'on n'est pas familiarisé avec la programmation, car ici seuls les 9 premiers termes nous intéressent. On peut donc obtenir très facilement et rapidement de nombreuses décimales. Il suffit de taper successivement :

1 ENTER 0.5(ANS + 2 / ANS) ENTER ENTER, ENTER ...etc.

2) D'autre part on obtient une bien meilleure précision que celle annoncée dans l'article. Ainsi à la 5° étape j'ai obtenu 24 décimales correctes, à la 6° étape, 48 et à la 7° étape, 96 au lieu des 39 annoncées. C'est-à-dire 2,5 fois plus, et à la 9° on en obtient au moins 350 et non 150. En fait la convergence est quadratique, le nombre de décimales double à chaque étape.

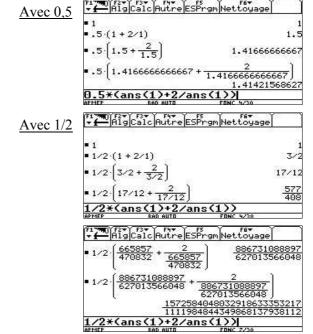
En effet, si
$$u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + \frac{2}{u_n})$$
,
Comme $u_n \ge \sqrt{2}$ à partir du 2^e terme,
 $u_{n+1} - \sqrt{2} = \frac{1}{2}(u_n^2 - 2u_n\sqrt{2} + 2)/u_n$
 $= (u_n - \sqrt{2})^2/2u_n$
 $\le \frac{1}{2\sqrt{2}}(u_n - \sqrt{2})^2$
 $\le 0.36(u_n - \sqrt{2})^2$

NDLR: Un grand merci à notre collègue pour sa contribution

Pour ce qui est des décimales de $\sqrt{2}$ il s'agissait d'obtenir l'affichage d'un nombre de décimales nettement supérieur aux 14 obtenues habituellement.

La séquence qu'il nous propose évite effectivement d'écrire un programme dans l'éditeur de programme, mais, pour obtenir les valeurs <u>exactes</u> des termes de la suite, il faut taper 1/2 et non 0.5 dans la formule de récurrence.

En effet, une calculatrice symbolique renonce à tout calcul formel dès qu'une écriture décimale est employée dans une expression. Pour afficher les décimales, il faut utiliser l'astuce décrite dans l'article.



A propos de l'irrationalité de $\sqrt{2}$, voici une démonstration moins connue.

Supposons $\sqrt{2}$ rationnel. Il existe donc des entiers positifs dont le produit par $\sqrt{2}$ est entier. Parmi eux, notons p le plus petit. On a donc p $\sqrt{2} = m$ avec m entier.

Comme $1 < \sqrt{2} < 2$, en multipliant par p on en déduit p < m < 2p et donc 0 < m - p < p.

Or $(m-p)\sqrt{2} = (p\sqrt{2}-p)\sqrt{2} = 2p-m$, avec m-p et 2p-m entiers positifs et m-p < p.

Donc p n'est pas le plus petit entier tel que son produit par $\sqrt{2}$ soit entier. D'où la contradiction.

Spécialité mathématiques en terminale S

Des collègues du Lycée de Dourdan ont adressé aux IPR la lettre suivante relative à la baisse constatée du choix des élèves pour la spécialité mathématique en Terminale S.

Dourdan, le 10 juin 2005 lertés dès la fin des conseils de classe du deuxième trimestre, nous tenons à vous informer de la baisse récente et significative du nombre des élèves de terminale S qui choisissent la spécialité mathématique au Lycée de Dourdan. Le tableau ci-dessous résume les effectifs des dernières années.

2001-2002	33 spé math sur 107 soit 31%
2002-2003	37 spé math sur 98 soit 38%
2003-2004	28 spé math sur 106 soit 26%
2004-2005	19 spé math sur 104 soit 18%
2005-2006	15 spé math sur 110 soit 14%

Pour les années précédentes, le nombre semble avoir peu évolué puisque deux professeurs tenaient traditionnellement la spécialité (les archives du lycée sont peu accessibles). Pour l'année 2005-2006, il s'agit du nombre des élèves de première S passant en terminale et ayant choisi cette spécialité. Il ne tient pas compte des éventuels redoublants de première décidant de passer en terminale ni des redoublants de terminale. Le pourcentage définitif sera très proche de celui-là.

Les arguments avancés par les élèves (et leurs parents) et éventuellement par les professeurs principaux lors des journées de rencontre parents-professeurs sont les suivants :

- -1-le système de notation du baccalauréat (travaux pratiques de Sciences physiques et SVT sur 4 points, écrit de ces matières sur 16 points);
- -2-le coefficient de mathématiques (7 au lieu de 6);
- -3-l'épreuve écrite elle-même jugée difficile (celle de juin 2003 est encore dans les esprits).

L'examen des bulletins de notes de ces dernières années en terminales S montre, pour toutes les classes, un différence de plusieurs points sur les moyennes trimestrielles entre les mathématiques d'une part et les deux autres matières scientifiques. L'intégration dans ces moyennes des notes de TP en est la principale cause.

Par ailleurs, les deux innovations récentes concernant l'épreuve écrite de mathématiques (restitution organisée des connaissances et exercice avec prise d'initiative), font peur aux élèves. Au dernier baccalauréat blanc, très peu d'élèves ont réussi cette restitution organisée des connaissances (démontrer que $\ln ab = \ln a + \ln b$).

Pour tenter d'enrayer cette évolution, les professeurs de mathématiques de terminale se sont rendus dans les classes de première S pour présenter leur spécialité (en développant notamment l'argument des études supérieures envisagées). Cette action a été efficace, puisque de 10 élèves à peine intéressés par la spécialité après les conseils de classe de deuxième trimestre, on est passé à 15 qui se sont finalement inscrits en fin d'année. Ces professeurs se proposent également de participer aux réunions parents-professeurs de première.

En restant à votre disposition pour tout complément d'information, nous vous prions d'accepter, Messieurs, nos salutations respectueuses.

Les professeurs de mathématiques de terminale S :

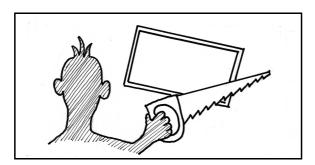
J-B Daronne, J-F Humblot, M. Lagron

Appel à témoignage :

Nous aimerions savoir si des collègues peuvent obtenir des statistiques semblables de leur lycée et nous les faire parvenir à

corresAPMEP@free.fr

Si nous pouvions prouver que le phénomène est général cela renforcerait les arguments que notre association pourrait développer dans une action éventuelle Exercice proposé au Vingt-Quatrième Tournoi des Villes pour l'épreuve « normale » des classes de 1^{re} et Terminale au Printemps 2003.



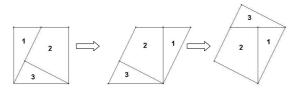
Montrer qu'on peut découper un rectangle $a \times b$, avec $b/2 \le a \le b$ en trois morceaux qui peuvent ensuite être assemblés en un carré

oici un exercice qui me semble tout à fait intéressant mais qui déroutera la majorité de nos élèves de par sa formulation et par le fait que, sans une « culture minimale » de transformations de figures à périmètres ou aires constantes, ce problème est d' une opacité totale. Si l'on s'en tient aux contenus d'enseignement sous-jacents à cet exercice, il s'agit d'un travail particulier sur les « isoaires » (une forme peut être décomposée en plusieurs parties qui assemblées de façons différentes permettent de constituer une autre forme).

Même si les « puzzles de formes » existent et sont parfois utilisés pour initier des apprentissages (à une même mesure d'aire correspond beaucoup de formes), cette activité reste rare (mais dans la dernière brochure « Jeux 7 », il est proposé de nombreuses activités tout à fait intéressantes sur ce thème). Voyons donc des activités préalables qui réduiraient le champ de recherches suffisamment pour que ce problème puisse être proposé dans nos classes sans risquer le découragement ou le refus pur et simple de se lancer dans la moindre recherche.

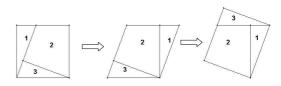
1) A partir d'un carré et de sa décomposition en trois parties, on peut demander de reconstituer un triangle, un parallélogramme, un trapèze isocèle et un rectangle non carré.

Voici pour les lecteurs paresseux les solutions du parallélogramme et du rectangle qui nous intéresseront pour notre recherche en partant du milieu du bord « supérieur » du carré.

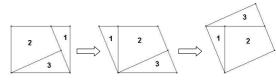


Ceci nous permet de voir une certaine « équivalence » entre ces formes. Rien ne nous interdirait de travailler sur des transformations assez simples décrivant ces « passages ».

2) Généralisons un peu en gardant l'idée de ce passage du carré au rectangle via un parallélogramme. En prenant un point quelconque sur le bord « supérieur » du carré, nous pouvons effectuer quasiment les mêmes transformations (mais pas toutes, le triangle devient impossible à réaliser). Mais nous pourrons toujours aboutir à un rectangle dont l'aire est bien sûr la même que celle du carré.



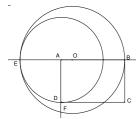
3) Le carré nous conduit donc à de multiples rectangles de même aire, mais il nous reste à traiter du problème réciproque : passer d'un rectangle particulier au carré. Nous pouvons encore glisser à cet endroit une « équivalence » entre un rectangle et un autre rectangle par une procédure assez semblable à ce que nous venons de faire. Pour éviter de mauvaises habitudes la position du triangle 1 peut être choisie à droite du rectangle.



Nous en sommes pratiquement à la fin puisqu'il s'agit de trouver parmi ces rectangles celui qui est « carré ». Le côté du carré étant l'hypoténuse du triangle 1, voici une tâche qui

me semble en relation avec certains éléments des programmes : construire une longueur égale à \sqrt{ab} connaissant a et b. Voici une construction et une suite à cette construction qui nous donne un carré d'aire égale à un rectangle

ABCD est le rectangle de départ.

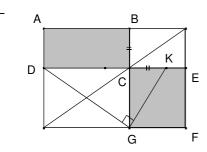


AE = AD. Le cercle de diamètre [EB] coupe (AD) en F et la relation $AF^2 = AE \times AB$ assure que AF est le côté du carré de même aire que le rectangle.

Il suffira donc de choisir l'hypoténuse du triangle 1 de longueur AF

4) A ce moment du problème on peut comprendre pourquoi les concepteurs du problème avaient prévu de limiter le format des rectangles. Il suffit de revenir à la partie 2) pour voir que le plus grand format s'obtiendra lorsque l'hypoténuse du triangle 1 est la diagonale du carré et le rectangle aura alors et pour cotés. $a\sqrt{2}$ et $a\sqrt{2}/2$ Il serait peut-être intéressant de poser la question suivante : « En combien de morceaux faut-il décomposer un rectangle dont le format est compris entre 1 et 4 »

Enfin, je rappellerais un problème classique d'équivalences d'aires de rectangles. Dans la figure suivante les deux rectangles colorés ont même aire.



A partir de cette équivalence et de la capacité de trouver la mesure du côté du carré d'aire équivalente au rectangle de départ voici une construction du carré d'aire équivalente au rectangle et ceci quelles que soient la longueur et la largeur du rectangle, mais ce n'est pas un puzzle à 3 pièces.

Jean-Pierre Massola

Ce livre nous a plu.

La formule préférée du professeur de Yoko Ogawa (éd. Actes Sud)

Un professeur comme les élèves en ont peut-être rêvé (enfin tous ceux qui n'ont pas eu comme enseignant un adhérent de l'AP-MEP !!!). Passionné de mathématiques, il consacre son temps à chercher des solutions à de nouveaux problèmes, mais surtout à analyser les cheminements de sa pensée. Sa relation aux autres se construit autour des problèmes qu'il leur pose et de l'évolution de leur résolution. Son regard est alors indulgence, patience et optimisme.

Sa rencontre avec une aide ménagère et son enfant de 10 ans va permettre la naissance d'une très douce relation réveillant chez le professeur une passion de jeunesse pour le base-ball et faisant entrer l'aide ménagère et son fils dans une passionnante mathématique. Le travail sur la mémoire est remarquable.

Un défaut, cependant à ce livre : il réside dans la traduction. Ce livre qui a reçu le prix de la société mathématique japonaise aurait mérité une traduction par une personne un peu au fait des mathématiques. Passons sur les nombreuses confusions « chiffre et nombre » mais celle entre palindrome et verlan m'a beaucoup gêné. Dans une langue syllabaire, la notion de palindrome n'a guère de sens ou alors un palindrome de syllabes comme dans « laconique Nicolas » ce qui n'a rien à voir avec ce qui nous est proposé dans cette traduction

Parmi les ouvrages de Denis Guedj:

- Le théorème du perroquet, Le mètre du monde, La méridienne, La révolution des savants... que nous pouvons lire avec nos élèves,
- One zero show, pièce de théâtre dont il a été aussi l'acteur,
- La gratuité n'est plus ce qu'elle était, recueil des chroniques hebdomadaires qui ont régalé un temps les lecteurs du journal Libération.

Autour de : «Comment rendre efficace une correction de devoir ?»

Nous avons tous été confrontés à la situation suivante : on rend un devoir, on le corrige et – horreur – seuls quelques élèves semblent intéressés (et pas toujours ceux qui en auraient besoin). Pour éviter ce genre de déception, nous avons discuté de différentes façons d'aborder ce moment pas toujours agréable.

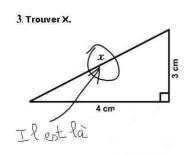
ne idée phare est ressortie : la correction doit être prise en charge par les élèves. Mais il y a un obstacle : une fois qu'ils ont leur note et lu nos annotations, le devoir est considéré comme terminé par les élèves et n'attend plus qu'une chose : retrouver les autres devoirs dans la pochette prévue à cet effet.

Qu'ils participent!

Pour contourner cet obstacle, il faut *jouer* avec la note. On peut ne pas la donner en rendant le devoir (on le fera plus tard), la donner mais annoncer qu'elle peut être améliorée ou encore la laisser retrouver par les élèves. Il est certainement désagréable de se départir de la seule beauté des mathématiques pour arriver à nos fins, mais il faut parfois utiliser la carotte même si le cocher n'aime pas cela (et même si les élèves ne sont pas des ânes).

Une première façon de faire est de rendre la copie annotée à l'aide de questions ou de remarques. Celles-ci ont deux buts, amener l'élève à s'interroger sur sa production et l'amener à s'expliquer sur son raisonnement. Il doit y répondre puis corriger son erreur. Ce travail individuel terminé, les copies sont rendues au professeur, qui les note de nouveau en portant la note initiale et les points alloués à la correction. Cela demande un investissement plus important en temps, toutefois, sur les devoirs à la maison, cela peut se régler en les raccourcissant.

Dur dur d'être correcteur...



Une autre possibilité, pas nécessairement éloignée de la précédente : les copies sont rendues sans notes mais commentées et les élèves doivent se noter eux-mêmes. La séance devra être préparée avec soin (distribution des points par questions, différentes solutions possibles...) pour permettre aux élèves de se noter très fine-

ment et éviter tout cafouillage. En compensation, l'attention est accrue par rapport à une rédaction classique. Cela permet en plus aux élèves de se rendre compte que la note n'est pas la seule information intéressante parmi celles portées par le professeur sur la copie et aussi de voir le chemin qu'ils ont parcouru grâce à leur travail. Si on ajoute à cela que la note finale est celle du prof diminuée de la valeur absolue de la différence entre celle-ci et celle de l'élève, ils sont encore plus attentifs. Là encore, il ne faut pas compter son temps, mais ce n'est pas à faire sur tous les devoirs.

On peut aussi faire corriger mutuellement les devoirs des uns par les autres. Le but ici est de les confronter à un autre mode de rédaction ou d'explication et ainsi de leur faire comprendre qu'il n'y a pas de solution type. Les copies auront été lues et corrigées – mais non annotées – par l'enseignant et sont redistribuées aux élèves suivant l'intérêt de chacun à lire telle erreur ou telle bonne copie. On peut d'ailleurs limiter le travail des élèves faibles à la lecture et la compréhension d'une bonne copie (en détaillant certaines étapes occultées par exemple).

Ö, temps, suspends ton vol!

Avant de continuer, il convient de rappeler que ces dispositions sont coûteuses en temps et qu'il n'est pas souhaitable de les utiliser à chaque fois. D'ailleurs on peut se demander quel type de devoir on doit corriger de la sorte. La discussion force à constater que les pratiques divergent sur ce point. Pour les devoirs surveillés, cela va de la distribution d'un corrigé à la sortie (à chaud, sinon on retombe dans le problème de la note) à l'utilisation d'une des techniques décrites précédemment. Dans le premier cas, l'accent est mis sur une correction méticuleuse des devoirs à la maison, celle-ci faisant alors partie intégrante de la préparation au contrôle.

Tous pour un!

Dans la suite, on retiendra que seules les parties ratées par la majorité ou quelques erreurs classiques sont corrigées.

Plutôt que l'écueil de la correction du prof, où l'on corrige mais sans toujours donner la raison du pourquoi cette étape et pas autre, il semble mieux valoir expliquer comment on arrive à la solution sans nécessairement la donner. On donne ainsi le cheminement que l'on fait ce qui est plus utile à l'élève qui sait alors pourquoi on a choisi le théorème 1 plutôt que le 2, alors que les deux avaient des hypothèses identiques. (C'est encore plus vrai si le théorème est utilisé en plein milieu de démonstration, et donc ne conduit pas directement au résultat).

Sur la même idée mais pas tout à fait dans la même optique, on peut seulement donner l'idée principale de la question et les notions auxquelles elle fait appel. Cela donne un éclairage nouveau sur la question, ce qui permet à l'élève de relancer sa réflexion et de produire lui-même une correction.

On essaie à plusieurs ?

Si on préfère que les élèves travaillent en groupe, cela peut se faire de plusieurs manières.

En *profitant* de certaines erreurs relevées dans les copies, on peut organiser un débat. Cela demande d'avoir relevé et préparer sur transparent les différentes erreurs et de laisser les élèves expliquer pourquoi ce qui est écrit est faux. Ou encore, si on ne veut pas biaiser le débat, on peut partir de solutions justes ou fausses et laisser les élèves eux-mêmes décider de la vérité. Ils assoient alors leur raisonnement et leur argumentation en même temps que leur savoir mathématique.

Il est aussi possible d'associer les élèves en binômes ou en petits groupes. Cela permet de gérer l'hétérogénéité dans une classe et d'éviter que les bons s'ennuient. De plus, les élèves en difficultés ont quelqu'un pour les aider et pour réaliser cela, on n'est pas obliger de courir partout.

Enfin, une dernière méthode est de rendre aux élèves leurs copies annotées, sans faire de correction et de leur demander, de la commencer à la maison et de préparer les questions sur les points leur posant des problèmes. On répondra alors à une question bien précise, ce qui améliore de fait la qualité de l'écoute.

Il est bien évident que toutes ces méthodes sont ici résumées et qu'elles ne sauraient en aucun cas être les seules efficaces (ni être efficaces avec toutes les classes). Si vous avez une méthode à proposer ou si vous voulez avoir plus d'informations, le débat se poursuit sur le site **abcdébat**:

http://trg45.univ-lille1.fr/abc/apmep sous-groupe Île-de-France rubrique atelier

Vos interventions sont les bienvenues et constructives pour tous.

Sébastien Dassule

L'âge d'or des sciences arabes

Exposition à l'Institut du Monde Arabe (IMA)

Voici une exposition à ne rater sous aucun prétexte! Elle a pour ambition de montrer le développement extraordinaire qu'ont connu les sciences à l'époque de ce qu'il est convenu d'appeler l'âge d'or de la civilisation arabomusulmane (du VIII^e au XV^e siècle).

Elle évoque les héritages du monde grec (Hipparque, Ptolémée, Galien, Euclide, Archimède...), du monde indien et de la Mésopotamie, en insistant sur l'arabe qui devient la langue de la diffusion des savoirs. Pour profiter au mieux de la richesse de l'exposition, nous vous incitons vivement de choisir la visite avec audioguide.

Virginie Hamelin

Programme 2005-2006 de la régionale

Mercredi 23 décembre 2005 (14 h 30) :

Conférence de Denis Guedj. cf. page 8

• Mercredi 25 janvier 2006 (19 h 15) :

Débat sur le travail en groupe. cf. Edito de la 1^{re} page.

- Les autres séances seront données plus tard.
- Mais d'ores et déjà retenez cette date :

Samedi 27 mai 2006: JOURNEE de la REGIONALE.

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

La régionale Ile-de-France vous propose

Mercredi 14 décembre 2005 à 14h30

à l'Institut Henri Poincaré

11, rue Pierre-et-Marie-Curie - PARIS 5°

Naissance du Zéro

Conférence de

Denis Guedj

Denis Guedj a plusieurs casquettes : auteur de nombreux ouvrages tout public, acteur, chroniqueur enfin mathématicien et professeur d'histoire des sciences et d'épistémologie.

Cette fois-ci il vous parlera de son nouveau livre, Zéro ou Les cinq vies d'Aémer. Un roman évoquant les vies réparties sur 5000 ans de cinq femmes dans ce qui est aujourd'hui l'Irak en regard de l'évolution des façons de désigner les nombres depuis les calculus en argile jusqu'à la prise de conscience de l'intérêt de la désignation de l'absence de quantité et de sa conséquence qui sera l'invention de notre système de numération de position.

Vous trouverez peut-être dans cette conférence des pistes à exploiter avec vos élèves, et certainement du plaisir à entendre Denis Guedj puis à discuter avec lui lors du pot qui suivra sa conférence, au cours duquel il dédicacera ses livres.

Pour tous renseignements, pour poser vos questions, contactez Valérie Larose (vlarose@club-internet.fr / 01 64 49 39 29) ou Rémy Coste (remy.coste@ac-versailles.fr / 01 64 91 26 20)