

∞ **Baccalauréat Clermont juin 1947** ∞
Série mathématiques et technique

I. 1^{er} sujet

Résolution et discussion de l'équation

$$a \cos x + b \sin x = c.$$

I. 2^e sujet

Montrer que dans un trièdre chaque face est inférieure à la somme des deux autres.

I. 3^e sujet

(**Série Mathématiques**). - Mouvement circulaire uniforme : vecteur vitesse et vecteur accélération.

(**Série Mathématiques et technique**). - Montrer que la suite des nombres premiers est illimitée.

II.

1. On considère un triangle ABC, rectangle en A.

Deux droites passant par A et faisant avec BC le même angle aigu α coupent BC en D et D'.

Montrer que l'on a

$$\frac{DA}{DB} = \frac{D'A}{D'B} = \frac{CA}{CB} = \frac{1}{\cos \alpha}.$$

2. On considère une conique (C) de directrice Δ , de foyer F, et d'excentricité e . L'angle α est supposé aigu.

a. M étant un point variable de (C), les droites passant par F et faisant l'angle α avec FM coupent en général la tangente à (C) en M en deux points N et N'. (Exceptionnellement, l'une d'elles pourrait être parallèle à cette tangente).

Montrer que N et N' sont sur la conique (Γ_1) de directrice Δ , de foyer F et d'excentricité $\frac{e}{\cos \alpha}$.

b. M et M' étant deux points de (C), situés sur la même branche si (C) est une hyperbole, tels que $\widehat{MFM'} = 2\alpha$, montrer que la droite MM' est tangente à la conique (Γ_2) de directrice Δ , de foyer F et d'excentricité $e \cos \alpha$.

Dans le cas où (C) est une hyperbole, la droite MM' est encore tangente à (Γ_2) si M et M' ne sont pas sur la même branche et $\widehat{MFM'} = \pi - 2\alpha$.

(On écartera ici le cas où M et M' seraient équidistants de F)

N. B. - Question de cours, sur 10; problème, sur 20.

Les trois questions du problème seront notées respectivement sur 5,5; 5,5; 9.