

∞ Baccalauréat Clermont septembre 1951 ∞
Série mathématiques

I

1^{er} sujet

Démontrer qu'étant donné deux figures F et F' situées dans un même plan et directement égales, on peut amener F sur F' par une rotation ou une translation.

2^e sujet

Démontrer qu'étant donné deux figures F et F' situées dans un même plan et directement semblables, on peut passer de F à F' par le produit d'une rotation et d'une homothétie de même centre.

3^e sujet

Homothétie dans le plan : définition, relation entre deux vecteurs homologues ; produit de deux homothéties.

II

1. Étudier la variation de la fonction

$$y = \frac{9x^2 + 24x + 16}{9x^2 + 6x + 10}$$

et tracer sa courbe représentative (C).

2. Discuter suivant les valeurs de h et en utilisant la courbe (C) l'existence des points d'intersection M' et M'' de cette courbe avec la droite $y = h$.

Pour-quelles valeurs de h obtient-on deux points confondus, un point unique ?

Dans ce dernier cas, que devient le second point d'intersection lorsqu'on fait tendre h vers la valeur particulière considérée ?

3. Transporter les axes parallèlement à eux-mêmes au point $O_1 \left(x_0 = -\frac{1}{3}, y_0 = 1 \right)$ et exprimer la nouvelle ordonnée Y d'un point de (C) en fonction de sa nouvelle abscisse X.

Montrer qu'une propriété géométrique simple de (C) se trouve ainsi mise en évidence.

4. Soit $Y = f(X)$ la fonction ainsi calculée et soit $Z = f'(X)$ sa fonction dérivée ; on désignera par (Γ) la courbe représentative de la fonction Z, et, sans avoir étudié la variation de Z ni construit la courbe (Γ) , on répondra aux questions suivantes :

a. Montrer que $Y'O_1Y$ est axe de symétrie de (Γ) .

b. Discuter *algébriquement* suivant les valeurs de h l'existence des points d'intersection de (Γ) et de la droite $Z = h$.

Que se passe-t-il en particulier pour $h = -\frac{1}{4}$, $h = 0$, $h = 2$?

c. Soient α et β les abscisses respectives des points A et B où (Γ) coupe $X'O_1X$: montrer que dans l'intervalle (α, β) , (Γ) est au-dessus de $X'O_1X$.

- d.** Calculer l'aire comprise entre le segment AB de l'axe $X'O_1X$ et l'arc AB de la courbe (Γ) .

N. B. - Question de cours, sur 10; problème, sur 20.