Corol'aire

Septembre 2024 n° 138

Journée de la Régionale, quelques explications

Frédéric de Ligt

Comme vous avez déjà pu le remarquer, la Journée de la Régionale qui était prévue le mercredi 16 octobre a été déprogrammée. Elle était curieusement visible sur le site Gaïa, alors que ce site n'est plus celui qui doit être utilisé pour s'inscrire comme stagiaire et n'apparaissait pas sur le site officiel de l'EAFC*. De toute façon les inscriptions n'étaient pas ouvertes. Pourtant tout avait été fait dans les règles de notre côté et nous avions reçu l'accord de l'EAFC pour proposer cette formation avec 70 places accompagnées d'ordres de mission pour une journée complète. Et patatras, suite à des négligences de leur part, en septembre, l'EAFC nous annonce qu'il est trop tard pour ouvrir les inscriptions à la formation. Il nous est alors demandé de la reporter d'au moins un mois. Le comité se réunit et propose une seconde date au 20 novembre. Le lycée de la Venise Verte, le conférencier et les animateurs d'atelier, fort gentiment, donnent leur accord pour cette nouvelle date. Et repatatras, l'EAFC revient sur son dernier message et affirme qu'en fait il n'est plus possible d'ouvrir une formation avant le début 2025. Il faut recontacter tout le monde, pour annuler. Je craque. Je lâche l'affaire, très démoralisé. Surtout que l'an passé, il y avait déjà eu de nombreux contretemps avec l'EAFC pour organiser notre Journée de la Régionale, et cela m'avait demandé d'y passer beaucoup plus de temps que nécessaire. Le comité s'est mis d'accord sur la date du mercredi 15 janvier et ce sont les courageux Céline Fauvinet et Thierry Bacle qui vont terminer d'organiser ce stage. Merci à eux et surtout j'espère qu'ils auront davantage de chance que moi.
Une des conséquences de ce report lointain est que cette action ne peut plus s'inscrire dans le cadre de la fête de la science et nous perdons du coup la subvention qui l'accompagnait.
Je tiens à remercier tout particulièrement l'inspection qui a fait tout ce qui était en son pouvoir pour améliorer la situation. Mais il semblerait que les services de l'EAFC subissent d'importants dysfonctionnements depuis quelque temps et que même nos inspecteurs en subissent les conséquences.
Croisons les doigts pour que cette Journée puisse enfin voir le jour. Tout est prêt de notre côté.

* École Académique de la Formation Continue

Sommaire

Comité de la
Régionale APMEP de Poitou-Charentes

Mercredi 25 septembre 2024 à l'IREM&S

Organisation de la Journée de la Régionale

Les services du Rectorat chargés de la formation continue, l'EAFC, fonctionnent mal. Tout était calé depuis juin pour proposer la Journée de la Régionale le mercredi 16 octobre au Lycée de la Venise Verte à Niort. La Journée était curieusement bien visible sur Gaïa mais les inscriptions n'ont pas été ouvertes. Après des demandes répétées, restées sans réponse, il a fini par être annoncé à notre association qu'il était trop tard pour ouvrir dans les délais, et encore, grâce au soutien actif de l'Inspection. Une seconde proposition de date au 20 novembre a été décidée par le comité. Le programme et le lieu seront les mêmes que ce qui avait été prévu.
Une fiche d'inscription établie par nos soins doublera celle du Rectorat.

Nous remercions vivement Raphaël Nivelle qui nous accueillera dans son lycée. Nous verrons avec lui l'organisation du pot d'accueil et du repas de midi.
La nouvelle exposition itinérante *Maths et image*s sera présente sur les lieux. Elle restera une semaine sur place en remerciement pour l'accueil.

Rallye

Walter Mesnier a présenté notre Rallye a un parterre de RMC et d'IEN de la Vienne. Cela devrait augmenter le nombre d'inscriptions des classes des écoles élémentaires. L'équipe du Rallye va très vite se réunir pour décider du format définitif à donner au Rallye cette année. Le thème est quant à lui choisi. Il s'agit de pavages. On observe que certains établissements n'ont toujours pas acquitté les droits d'inscription du précédent Rallye. Il va falloir les relancer. Il va falloir aussi être vigilants sur les courriers envoyés aux collègues. Une adresse mail provisoire devra sans doute y être indiquée suite à la suppression de nos adresses mail chez notre ancien fournisseur OVH.

Expositions

Le lycée Paul Guérin a gagné une semaine d'exposition gratuite Maths et Puzzle après son succès au précédent Rallye. L'APMEP est maintenant référencée au niveau du Pass culture pour les individus mais pas pour les établissements scolaires car il y a un dossier assez conséquent à remplir, avec, entre autres, les noms des intervenants et leur CV, ce qui n'est pas vraiment adapté à notre mode de fonctionnement.

Corol'aire

Frédéric de Ligt travaille avec une équipe du National de l'APMEP pour référencer dans Publimath tous les bulletins Corol'aire depuis le numéro 0. Le prochain bulletin devrait sortir dans la quinzaine qui suit la réunion de ce comité.

Prochain comité

Il est prévu le mercredi 11 décembre.

RALLYE 2025 : en route !

Corinne Parcelier

Le Rallye 2025 va donc avoir lieu, amputé de sa version pour les classes de 6ème et 5ème. Comme annoncé en fin d'année dernière, le fonctionnement par groupes de besoin institué par la réforme du collège en mathématiques (et en français) sur ces niveaux n'est pas compatible avec les objectifs de notre Rallye.

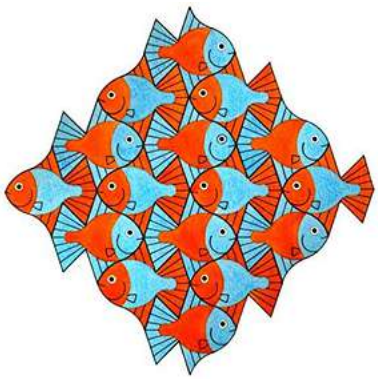
Mais l'équipe a repris son courage à deux mains et s'est engagée à proposer une version du Rallye aux classes de CM, 4ème, 3ème, 2nde professionnelles et 2nde générales.

Pour les classes de primaire, nous avons eu l'opportunité de présenter notre travail lors de la journée départementale de formation **« Cultiver la curiosité en mathématiques »** du 29 août 2024.

Nous remercions Walter Mesnier de s'être libéré et d'avoir assuré cette présentation ! Son investissement a porté ses fruits car la publicité a été faite ensuite à toutes les écoles de la Vienne par l'intermédiaire de l'Inspectrice de L'Éducation Nationale chargée du groupe départemental de la Vienne.
Nous espérons maintenant que les professeur.e.s des écoles vont engager leurs classes…

Nous avons décidé de garder le même format que d'habitude pour tous les niveaux : une épreuve d'entraînement constituée de la partie thème et d'une série de problèmes d'entraînement à travailler en amont de l'épreuve finale qui aura lieu le mardi 18 mars 2025 pendant la semaine des maths.

Lors de notre première réunion en visio, nous avons délimité les contours de notre thème. Il tournera autour des pavages, en particulier les pavages artistiques dessinés par M. C. Escher et les pavages en béton réalisés avec des pavés autobloquants.



Nous nous retrouverons en présentiel le mercredi 16 octobre à Poitiers pour élaborer cette partie sur les différents niveaux.

Ru – Bri – COLLAGE

Frédéric de Ligt

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur... Cette rubrique est à vous.

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse : frederic.deligt2@gmail.com

Des problèmes

138-1 *Proposé par Frédéric de Ligt (Montguyon)*

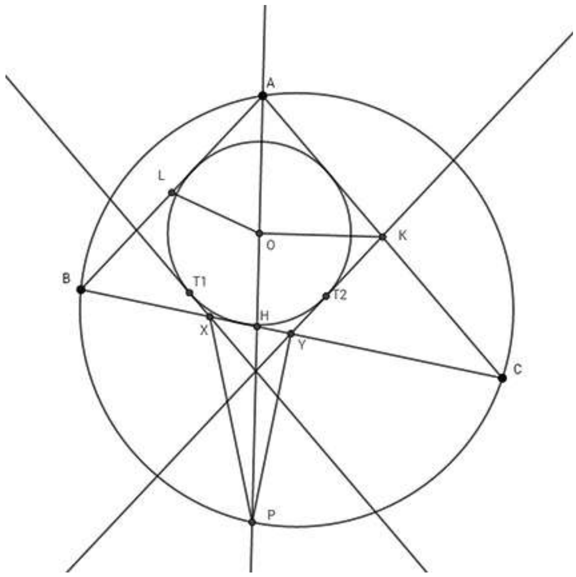
Un problème d'olympiades britanniques

Pour quelles valeurs de l'entier naturel n l'expression $n2^n + 1$ donne le carré d'un entier ?

138-2 *Proposé par Jean Cordier (Poitiers)*

Soit ABC un triangle vérifiant AB < AC < BC. On note ω le cercle inscrit dans le triangle ABC, et O le centre de ω. Soit X le point de la droite (BC), distinct de C, tel que la parallèle à (AC) passant par X soit tangente à ω. Similairement, soit Y le point de la droite (BC), distinct de B, tel que la parallèle à (AB) passant par Y soit tangente à ω. La droite (AO) recoupe le cercle circonscrit au triangle ABC en P (distinct de A). Soit K et L les milieux des segments [AC] et [AB] respectivement.

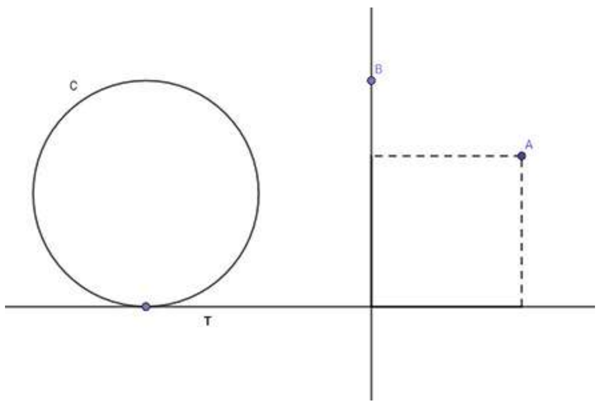
Démontrer que $K\hat{O}L + Y\hat{P}X = 180°$.



138-3 *Proposé par Jacques Chayé (Poitiers)*

Soit C un cercle, et A et B deux points de son plan.

Mener une tangente T au cercle C telle que le point A soit équidistant de cette tangente et de la perpendiculaire P abaissée sur elle du point B.



138-4 *Proposé par Fabien Lombard (Sarrebourg)*

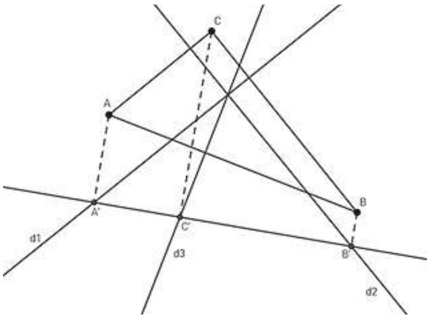
Montrer l'identité : $\dfrac{\sin^2 A - \sin^2 B}{\tan(A+B)} + \dfrac{\sin^2 B - \sin^2 C}{\tan(B+C)} + \dfrac{\sin^2 C - \sin^2 A}{\tan(C+A)} = 0$

dès lors que les tangentes des angles considérés ne sont pas nulles.

Des solutions

136-3 *proposé par Jacques Chayé (Poitiers)*

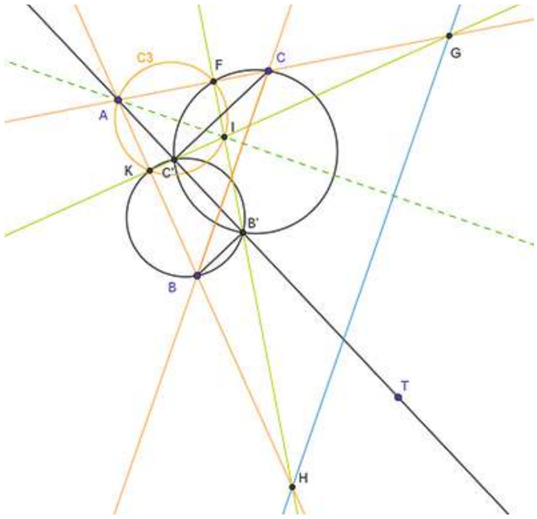
Soit ABC un triangle quelconque et d une droite quelconque dans le plan. A, B et C se projettent orthogonalement sur d en A', B' et C' respectivement.
Démontrer que la perpendiculaire d_1 à (BC) passant par A', la perpendiculaire d_2 à (CA) passant par B' et la perpendiculaire d_3 à (AB) passant par C' sont concourantes.



Solution de Jean Cordier

Essai d'une solution utilisant une inversion.

La translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$ appliquée uniquement au triangle ABC permet de réduire le problème à la figure suivante où les points G et H ont été ajoutés. B et C se projettent orthogonalement sur la droite (AT) arbitraire.
Le point I désigne l'orthocentre du triangle (AGH) et va démontrer que (AI) qui est hauteur dans (AGH) est aussi hauteur dans (ABC).
On a ajouté deux cercles définis par trois points :
C1 = (B'C'F) , C2 = (B'C'K) et le cercle C3 de diamètre [AI] passant par F et K.
On va démontrer que la droite (AI) perpendiculaire à (GH) est hauteur dans le triangle ABC.
Soit l'inversion f de pôle A de puissance $p = \overrightarrow{AC'}.\overrightarrow{AB'}$.

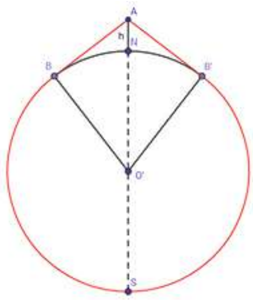


On voit que f permute les points des couples (F,C), (B',C'), (B,K) et transforme C1 et C2 en eux-mêmes.
L'image de la droite (BC) par f est le cercle passant par le pôle A, et par F et K donc aussi par I. C'est C3 qui est orthogonal à la droite (AI) car [AI] est un diamètre de C3. Enfin (AI) et C3 étant orthogonaux, leurs images respectives par f^{-1} = f le sont aussi. (BC) et (AI) sont orthogonales.

Note : Dans un premier temps, j'avais utilisé f et une seconde inversion g de pôle A échangeant les points des couples (F,G) et (K,H) de puissance p' (cercle (FGHK)). En les composant on obtient une homothétie de rapport p'/p et le parallélisme de (GH) et (BC) donne le résultat.

137-1 *Le tour du monde, par Fabien Lombard (Sarrebourg)*

On tend une ficelle comme si on voulait encercler parfaitement notre planète Terre avec une ficelle de 40 000 km + 1 m, le point de suspension étant sur l'axe des pôles S(ud)-N(ord). On suppose ici que la Terre est une sphère parfaite dont la longueur d'un grand cercle vaut exactement 40 000 km.
Que vaut alors la hauteur h = NA indiquée sur la figure ?



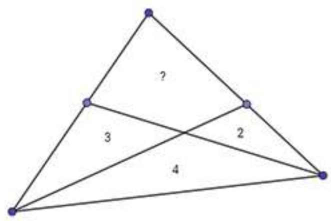
Solution de Walter Mesnier

Je calcule les longueurs en mètre et les angles en radian. Je note R = O'B', $\alpha = B'\hat{O}'A$ et d = AB'.
Les deux triangles B'O'A et BO'A sont rectangles et symétriques, donc d'après l'énoncé on a :
1) $2\pi R = 4 \times 10^7$ 2) $2\pi R - 2\alpha R + 2d = 2\pi R + 1$ 3) $\tan(\alpha) = d/R$
4) $(R + h)^2 = R^2 + d^2$.
De 1) on tire $R = (4 \times 10^7)/(2\pi)$ m soit environ 6400 km.
De 2) on tire $d = R\alpha + 1/2$.
De 3) on tire $\tan(\alpha) = \alpha + 1/(2R)$.
Puisque l'angle α est sûrement très petit on peut remplacer $\tan(\alpha) - \alpha$ par l'approximation $\alpha^3/3$. On en déduit que $\alpha^3 \approx 3/(2R)$, puis que $\alpha \approx (1{,}5/R)^{1/3} \approx 0{,}00618$ rad (environ 0,35°) et que $d = R\alpha + 1/2 \approx 39320{,}83$ m (environ 39 km).
Enfin de 4) on tire que $2Rh + h^2 = d^2$, mais comme h est sûrement très petit devant R, on peut négliger le terme h^2, on obtient alors $h \approx d^2/(2R) \approx 121{,}43$ m (environ 120 m).

En conclusion, il est clairement difficile de donner la valeur exacte, mais la valeur approchée obtenue : 121,43 m est déjà satisfaisante. (Je laisse au lecteur le soin de justifier que la précision au cm près est correcte).

Remarque : Ce problème de ficelle est à mettre en relation avec le problème du terrain de foot et le problème du lapin. À chaque fois la réponse est surprenante car elle défie l'intuition, et nécessite un calcul rigoureux.
Terrain de foot : on tend une corde de 100 m au sol sur un terrain de foot. Si on rallonge la corde d'un mètre, à quelle hauteur peut on soulever la corde au milieu du terrain ?
Réponse : plus de 7 m !
Lapin : on tend une corde de 40 000 km autour de la terre supposée parfaitement sphérique. On rallonge la corde d'un mètre. On soulève la corde du sol uniformément tout autour de la terre. Peut on faire passer un lapin sous la corde ?
Réponse : oui (il y a environ 16 cm de hauteur).

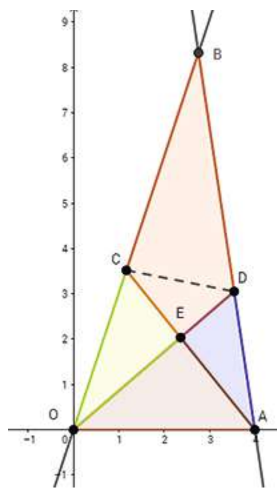
137-2 *proposé par Frédéric de Ligt (Montguyon)*



Sans parole

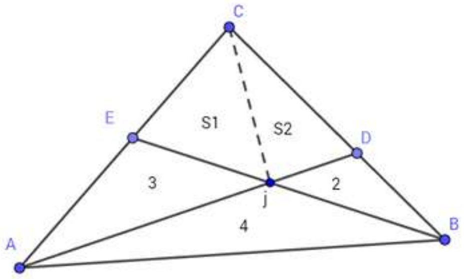
Solution de Walter Mesnier

Réponse : 7,8.
Je me place dans un repère orthonormé tel que les coordonnées des sommets du triangle d'aire 4 soient O(0 ; 0), A(4 ; 0) et E(e ; 2), où e est un réel quelconque qui correspond à l'abscisse du point E (voir figure ci-contre).



Pour que les triangles OEC et AED aient des aires de 3 et 2, il faut que $3\overrightarrow{AE} = 4\overrightarrow{EC}$ et que $3\overrightarrow{AE} = 4\overrightarrow{EC}$.
On en déduit après quelques calculs que les coordonnées des points C et D sont C($1{,}75e - 3$; 3,5) et D($1{,}5e$; 3).
On peut alors calculer les coordonnées du point B, intersection des droites (OC) et (AD), dont les équation s'écrivent
$$y = 3{,}5/(1{,}75e - 3) \text{ et } y = (3x - 12)/(1{,}5e - 4).$$
On obtient après de multiples simplifications : B($4{,}2e - 7{,}2$; 8,4).
Enfin aire(CBDE) = aire(OAB) - 2 - 3 - 4 = $(4 \times 8{,}4)/2 - 9 = 7{,}8$.

Solution de Frédéric de Ligt



Dans le triangle BAD :
JD/AD = aire(BDJ)/aire(BAD) = 2/6 = 1/3.
Dans le triangle DAC :
JD/AD = 1/3 = aire(CDJ)/aire(DAC).
Ou encore $S_2/(S_1 + S_2 + 3) = 1/3$.

Dans le triangle BAE :
EJ/EB = aire(AEJ)/aire(BAE) = 3/7.
Dans le triangle (ECB) :
EJ/EB = $3/7 = S_1/(S_1 + S_2 + 2)$
On résout ce système de deux équations aux inconnues S_1 et S_2, et on trouve S_1 = 4,2 et S_2 = 3,6.
Finalement $S_1 + S_2$ = 7,8.

137-3 *proposé par Frédéric de Ligt (Montguyon)*

« *…le camion transportait des palettes de dés pour être livrées chez un éditeur de jeux de société, Trivium studios, basé en Géorgie près d'Atlanta. Et c'est sur l'autoroute, en chemin, que le camion a renversé toute sa cargaison, 216 000 dés cubiques.* »

https://gusandco.net/2019/09/19/des-accident-camion/

Dans ce chargement il y avait des dés bleus, des dés blancs et des dés noirs. Supposons qu'**exactement** un tiers de ces 216 000 dés étaient de couleur blanche, soit 72 000 dés ; si maintenant, parmi les 216 000 dés, nous prélevons au hasard 72 000 dés, quelle est la probabilité qu'exactement un tiers d'entre eux, soit 24 000 dés, soient des dés de couleur blanche ?

Solution de Walter Mesnier

Posons n = 24 000 et soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de dés blancs parmi les $3n$ = 72 000 dés prélevés.
Première modélisation (qui est très discutable car le nombre de tirages n'est pas négligeable par rapport au nombre total de dés).
En considérant que X suit une loi binomiale de paramètres $3n$ = 72 000 et 1/3, il suffit de calculer : $P(X=n)=\binom{3n}{n}\left(\frac{1}{3}\right)^n\left(\frac{2}{3}\right)^{2n}=\frac{3n!}{n!2n!}\frac{2^{2n}}{3^{3n}}$.

La valeur de n étant grande, on peut utiliser la formule de Stirling : $n!\approx\sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$.

On arrive, après de multiples manipulations à : $P(X=n)\approx\sqrt{\frac{3}{4\pi n}}\approx 0{,}00315$.

Soit une probabilité de 0,315 % environ.

Seconde modélisation (plus conforme à la situation).

En considérant que nous prélevons sans remise $3n$ = 72 000 dés dans un tas contenant $3n$ dés blancs et $6n$ dés noirs ou bleus (soit un total de $9n$ = 216 000 dés), on cherche alors à calculer la probabilité :

$$P(X=n)=\frac{\binom{3n}{n}\binom{6n}{2n}}{\binom{9n}{3n}}$$

Nombre de façons de choisir n dés blancs parmi $3n$ fois le nombre de façons de choisir $2n$ dés noirs ou bleus parmi $6n$ divisé par le nombre de façons de choisir $3n$ dés parmi $9n$.

Les coefficients binomiaux sont trop élevés pour être calculés exactement :

$$P(X=24000)=\frac{\binom{72000}{24000}\binom{144000}{48000}}{\binom{216000}{72000}}.$$

Réutilisons donc la formule de Stirling, puisque : $P(X=n)=\dfrac{\dfrac{3n!}{n!2n!}\times\dfrac{6n!}{2n!4n!}}{\dfrac{9n!}{3n!6n!}}=\dfrac{3n!^2\,6n!^2}{n!2n!^2\,4n!9n!}$.

Après de multiples simplifications on obtient : $P(X=n)\approx\dfrac{1,5}{\sqrt{2\pi n}}\approx 0,00386$.

Soit une probabilité de 0,386 %.

Remarque : Cela ne fait finalement pas un très gros écart avec la première modélisation par la loi binomiale.

De la lecture !

Des membres de notre Régionale APMEP écrivent et publient.

Jeux de juxtaposition

Ce livre de 152 pages est édité par ACL-Les Éditions du KANGOUROU ; son auteur, Jean Fromentin, créateur du Curvica, est membre du groupe JEUX de l'APMEP qui, par ailleurs, diffuse cet ouvrage sur les puzzles de juxtaposition.
Les puzzles sont en effet devenus un phénomène de société tant au niveau créatif et artistique que commercial, objets d'un cadeau ludique et décoratif très apprécié.

On peut considérer qu'il existe trois types de puzzles : les puzzles géométriques tels le célèbre Tangram, les puzzles polyformes tels le Pentamino et les puzzles de juxtaposition initiés par les Carrés de MacMahon.

Des pièces triangulaires, carrées, polygonales et cubiques… portant deux, trois,… caractères ; juxtaposition par les côtés ou les sommets ; identité ou complémentarité pour la règle de juxtaposition : vous saurez tout sur ce type de puzzle et en particulier sur les **Curvipuzzles** engendrés par le CURVICA (couverture du livre).
Comme pour les puzzles polyformes, la logique des pièces permet de nombreuses activités de recherche méthodique (combinatoire) dès le cycle 3. La réalisation des pièces et leur classement font intervenir les constructions géométriques et les notions de symétries. Et, comme avec le Curvica, les Curvipuzzles permettent de faire travailler les notions d'aire et de périmètre (*Curvica a été initialement présenté dans la brochure JEUX 1 de l'APMEP et repris dans la brochure JEUX 5 avec des fiches d'activités clé en main*).
Une mine de puzzles inédits !

Régionale APMEP de Poitou-Charentes
IREM de Poitiers, Bâtiment H3, SP2MI Futuroscope,
Bd Marie et Pierre Curie, TSA 61125
86073 Poitiers Cedex 9

Site : https://www.apmep.fr/La-Regionale-Poitou-Charentes
Mél. regapmep16177986@gmail.com
Tél. 06 67 94 93 36

Abonnement 1 an (4 numéros + suppléments) : 8 €.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication	Frédéric de Ligt	*Éditeur*	APMEP, Régionale de Poitou-Charentes
Comité de rédaction	Frédéric de Ligt, Jacques Germain, Jean Fromentin, Philippe Rogeon	*Siège social*	Voir adresse ci-dessus
Imprimerie	IREM de Poitiers (Adresse ci dessus)	*Dépôt légal*	Septembre 2024