



Corol'aire

Septembre 2025

n° 142

Un nouveau format pour l'Assemblée Générale

Frédéric de Ligt

Lors de la dernière réunion du comité, il a été décidé d'expérimenter un nouveau format pour l'Assemblée Générale de la Régionale. L'idée étant de faire participer davantage d'adhérents à ce moment important de la vie de l'association.

Dans un cadre local, les personnes qui le souhaitent peuvent assister physiquement à ce type de réunion, mais dans un cadre régional c'est plus compliqué, et, généralement, seuls ceux qui habitent à proximité peuvent se rendre sur le lieu où elle se déroule.

Jusqu'à présent, pour tenter de trouver une solution satisfaisante, notre Assemblée Générale se déroulait à l'occasion de la Journée de la Régionale, soit dans un établissement différent chaque année au sein de l'académie. Mais cette solution a trouvé ses limites dont je ne vais pas ici énumérer la liste.

Aussi le Comité a-t-il voté pour une nouvelle organisation. Le rapport d'activité et le bilan financier seront soumis en ligne au vote des adhérents début janvier. Dans le même temps il sera fait appel à candidature pour intégrer le comité. Après la clôture du vote, une semaine plus tard, le nouveau comité se réunira en présentiel et présentera en distanciel le résultat du vote à tous les adhérents ainsi que les actions qu'il compte mener pendant l'année à venir.

Puisse cette procédure inciter davantage de collègues à participer à la vie de la Régionale.

Et pour certains d'entre vous, à bientôt à Angoulême, pour la Journée de la Régionale.

Sommaire

Édito	p.1
Comité de la Régionale...	p.2
Rallye mathématique	p.3
Journée de la Régionale..	p.4
Jean-Charles Canonne.....	p.5
Solides de Steinmetz.....	p.6
Journées Nationales.....	p.9
Rubricol'age	p.10

Comité de la Régionale APMEP de Poitou-Charentes

Mercredi 24 septembre 2025 à l'IREM&S

Journée de la Régionale

Cette Journée accueillera 48 professeurs de mathématiques inscrits au PAF.

Laurent Signac assurera la conférence du matin sur l'IA. Le planning de la journée est mis au point. Voir le planning sur l'affiche.

Liste des ateliers : Présentation de l'exposition maths et images (Dominique Gaud), Introduction de l'histoire des maths au collège (Nathalie Chevalarias et Jean-Paul Guichard), Citizen Code (Xavier Garnier), Initiation au bridge (Géraldine Gadé), Faire communiquer les ordinateurs au collège (Thierry Bacle et Laurent Thirion), Enseigner à partir des grandeurs au cycle 3 (Jérôme Coillot), Concours Codémoi (Laurent Signac).

Céline Fauvinet réalise l'affiche de la Journée à publier dans le Corol'aire. L'exposition devrait être installée dans la grande salle de conférence du lycée. Des brochures *Visages* seront distribuées aux stagiaires non adhérents pour faire découvrir notre association.

Rallye

Devant la complexité et les difficultés toujours croissantes des enseignants pour obtenir le financement des droits d'inscription au Rallye par leur établissement, le Comité a voté pour leur gratuité dès cette année. L'état des finances de l'association et les subventions récurrentes permettent d'assurer le coût de cette décision.

Le thème choisi pour cette nouvelle édition : **Maths et pâtisserie**. La date de l'épreuve est fixée au mardi 10 mars.

Il a été décidé d'abandonner les classements pour se restreindre aux flocons. Des lots seront attribués aux dossiers remarquables, mais aucune remise des prix officielle n'est prévue car les classes lauréates n'arrivent plus à trouver facilement un financement pour se déplacer.

Il est possible d'obtenir un lot de jeux de Hex à prix d'ami par le CIJM. Le principe de l'acquisition d'une trentaine d'exemplaires est acté. Par ailleurs des brochures Maths & puzzles pourront faire partie des lots.

Expositions

Il est prévu un tirage de seulement 200 exemplaires de la prochaine brochure qui accompagnera l'exposition sur les solides.

Lien avec le National

Les Journées Nationales à Toulon se déroulent au début de ces vacances d'automne. La délégation de notre Régionale sera assez fournie cette année. Certains membres animeront des ateliers.

Corol'aire

Le prochain numéro (142) sera envoyé aux adhérents de la Régionale fin septembre et donc avant la Journée de la Régionale. Le bilan est fait sur les articles à paraître et leurs rédacteurs.

Il va être assez fourni. Des informations sur le Rallye, la Journée de la Régionale, la future exposition à l'EMF et la future assemblée générale de l'association y figureront.

Assemblée générale de l'association

Son organisation a été décidée. Un courriel le 7 janvier 2026 va soumettre au vote des adhérents le bilan financier et le rapport d'activité de l'association. Il contiendra aussi un appel à candidature pour ceux qui voudraient intégrer le Comité. La consultation sera close le 14 janvier suivant.

Une demande va être faite au National pour utiliser leur logiciel de vote.

Le 21 janvier, un comité en présentiel avec le nouveau comité se déroulera dans les locaux de l'IREM&S. L'élection du nouveau bureau suivra. Une seconde partie de la réunion se fera en visioconférence avec les adhérents afin que le Comité présente le travail de l'association et échange avec les adhérents sur leurs attentes.

Rallye Mathématique de Poitou-Charentes



Rallye 2026, une édition pleine de gourmandises

Corinne Parcelier

C'était la rentrée pour l'équipe du rallye en ce mercredi 17 septembre. Réunis à Poitiers, dans les locaux de l'IREMS, nous avons réfléchi à la mise en place de notre action en essayant de tenir compte des conditions de travail actuelles de nos collègues.

L'organisation en groupes de besoin semble peu à peu abandonnée dans les collèges, souvent par manque de moyens. Nous décidons de proposer à nouveau le rallye sur tous les niveaux avec les modalités suivantes :

- inscription d'une classe,
- pas de palmarès en fonction d'un classement mais attribution de différents prix pour des dossiers remarquables,
- maintien des flocons.

Dans ces conditions, nous n'envisageons pas d'organiser une remise des prix. D'autant que les établissements n'ont plus de budget pour toute action « culturelle ».

Avec cette nouvelle formule, nous espérons aussi reconquérir le public des classes de cinquième et de sixième et participer à des liaisons CM2 – collège !



Le thème choisi est « **Maths et pâtisserie** » et nous avons réussi à formuler une trame commune à proposer à tous les niveaux. Chaque groupe va maintenant travailler sur son niveau afin de pouvoir proposer une première version des recherches sur le thème avant les vacances de Toussaint.

L'épreuve finale aura lieu le mardi 10 mars 2026, après les vacances d'hiver.

Cerise sur le gâteau, l'édition 2026 sera gratuite !!!



JOURNÉE DE LA RÉGIONALE APMEP POITOU-CHARENTES

15 OCTOBRE 2025

LYCÉE CHARLES COULOMB - ANGOULÈME

Conférence de **LAURENT SIGNAC** (ENSI POITIERS)

APPRENTISSAGE AUTOMATIQUE :

SURVOL ET ASPECT TECHNIQUE

ATELIERS

- ◆◆ 1. Concours « CODÉMOI ».
- ◆◆ 2. Citizen code.
- ◆◆ 3. Bridge : un jeu au service du raisonnement.
- ◆◆ 4. Les mathématiques à travers les grandeurs : un enseignement qui a du sens !
- ◆◆ 5. Faire communiquer des ordinateurs entre eux au collège : quelles possibilités ?
- ◆◆ 6. L'histoire des mathématiques dans les nouveaux programmes de collège.
- ◆◆ 7. Visite commentée de l'exposition « maths et images » orientée collège ou lycée. (exposition itinérante et réservable)

DÉBATS

- ◆◆ Nouveau programme de cycle 3 et 4, nouvelles modalités du brevet
- ◆◆ Nouvelles modalités du BAC.



- ◆◆ 9 h 30 : Ouverture
- 9 h 45 : Conférence
- 11 h 30 : Débats
- 12 h 30 : Repas
- 13 h 45 : Ateliers
- 15 h 15 : Pause
- 15 h 30 : Ateliers
- 17 h : Fin



Plus d'informations sur le site de la Régionale
[www://apmep.fr/Les-Journées-de-la-Régionale-Poitou-Charentes](http://www.apmep.fr/Les-Journées-de-la-Régionale-Poitou-Charentes)

Jean-Charles nous a quittés bien trop tôt à 67 ans

Jean-Paul Guichard

C'est au cœur de l'été, pendant les vacances, que Jean-Charles Canonne nous a quittés brutalement foudroyé par une crise cardiaque dans sa maison de Niort. Nathalie Chevalarias et moi avons été avertis de son décès par un collègue de Valenciennes qui travaille avec nous au sein de la Commission Inter IREM Épistémologie et Histoire des mathématiques. Voici son témoignage : « Je n'ai pas eu l'occasion de vraiment travailler avec lui, mais je garde le souvenir de quelqu'un de très agréable, souriant, curieux de beaucoup de domaines non forcément mathématiques, et toujours prêt à partager ses découvertes. Et il n'y a que quatre ans qu'il était en retraite... ». Retraite qu'il avait prise à Niort, où sa femme avait récemment rejoint l'IUT en tant qu'enseignante d'anglais.

Et c'est ainsi que nous avons fait sa connaissance à Jonzac, aux Journées Nationales que nous organisons et auxquelles il participait.



Jean-Charles devant le bac à sable interactif des courbes de niveaux.

À la fin de la conférence de Sylvie Alayrangues, *Maths derrière les images numériques*, Jean-Charles est venu discuter avec Nathalie qui lui a proposé de rejoindre notre groupe expo, APMEP-IREM&S, pour nous aider à la réalisation de l'exposition *Maths & Images* qui devait être inaugurée un an plus tard. Il n'a pas hésité à se lancer dans l'aventure, et à nous faire profiter des compétences en informatique du professeur d'IUT GEII, mais aussi de son intérêt pour la culture artistique et pour la diffusion des sciences. Il a ainsi « boosté » la conception du pôle 5 : « *Coder une image par des nombres* », et s'est investi pour la réalisation d'une chambre d'Ames qui fut une des attractions de l'expo. Malgré sa discrétion, ses qualités et compétences ont été reconnues par tous et c'est avec plaisir que nous l'avons vu continuer l'aventure avec nous pour l'exposition sur les solides sur laquelle nous travaillons depuis deux ans. Il s'était lancé dans la fabrication de solides aussi bien en sliceform, qu'en impression 3D, qu'en origami, par collage...



C'était un vrai bricoleur qui rivalisait avec Dominique Gaud ou Jean-Paul Mercier. Nous avons vraiment perdu une pépite. Jean-Charles avait ainsi, tout naturellement, intégré l'IREM&S de Poitiers, où il était apprécié, comme l'atteste ce mot de Benoit Loisel son nouveau directeur lors de la plénière de rentrée : « Il va nous manquer », et ceux de Youssef Barkatou son ancien directeur lors de la nouvelle de son décès : « Quelle triste nouvelle ! Nous garderons de lui le souvenir de son enthousiasme à avoir rejoint notre IREM, de sa sympathie, de son sourire — ce sourire discret et pourtant si chaleureux —, ainsi que de son implication dans la préparation de l'exposition.

Qu'il repose en paix. »

Le 10 juillet nous échangeons encore des photos à propos de l'expo :

« Les aires d'autoroutes ont du positif ! Une idée chère à Dominique : faire voir les solides usuels dans des positions inusuelles. Dans l'espace central de l'expo, on pourrait aussi lever les yeux au plafond. Et expliquer le côté fonctionnel de ce type de suspension <de cubes>. » (JPG)

« Oui mais l'icosaèdre se défend bien aussi ! Dix-huit antennes paraboliques dédiées aux satellites en orbite basse ont été installées par OneWeb à Papenoo, en Polynésie française, cachées dans des icosaèdres. Bon, moi je suis à Niort... » (JCC)

Dans la nuit du 19 au 20 juillet, Jean-Charles nous avait quittés.

Il repose au cimetière de Vallet, en Loire-Atlantique, lieu de résidence de sa fille, où il a été inhumé le 29 juillet.

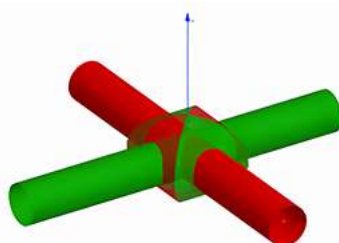
Dans ce numéro de *Corol'aire*, Dominique Gaud rend hommage à Jean-Charles, à travers l'écriture d'un article dont le contenu lui est dû. En effet lors de notre travail sur la future exposition, Jean-Charles avait évoqué le Rulpidon, et avait construit un équimoïde pour illustrer une façon d'approcher la sphère.

Future exposition sur les solides

Solides de Steinmetz¹, équadomoïdes et ...Rulpidon

Dominique Gaud

Architecture, art ...le lien avec les mathématiques est plus présent que le grand public ne le perçoit.



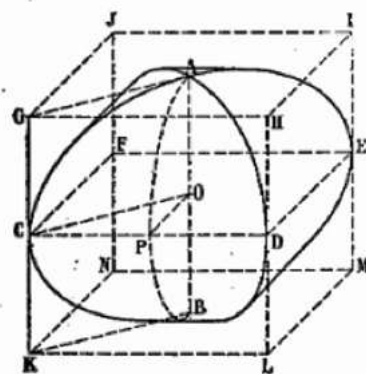
Dans un livre récent², Sylvie Benzoni-Gavage décrit et étudie la sculpture monumentale, symbole du musée des mathématiques à la maison Poincaré à Paris.

Cette sculpture a été réalisée et appelée « Rulpidon » par Ulysse Gosset. C'est un équadomoïde percé par deux cylindres.

Emile Fourrey, dans son ouvrage *Curiosités géométriques*³, s'est intéressé à ces formes.

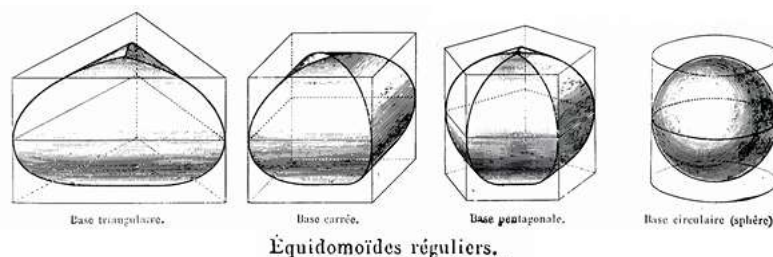
Équadomoïdes

Considérons un cube $GHIJ...$; soit APB une demi-circonférence dont le diamètre est la droite AH joignant les centres des deux bases du cube et dont le plan est perpendiculaire à l'arête KL . Admettons maintenant qu'une droite CP se déplace parallèlement à KL de telle sorte que son extrémité P reste sur la demi-circonférence APB . Dans son mouvement, cette droite engendre une surface cylindrique qui, limitée aux plans APB et ACB , est un onglet. Si l'on réunit S onglets identiques, on forme le solide de la figure, qui est un équadomoïde à base carrée $CDEF$; ce solide coupé par le plan $CDEF$ donne le contenu d'une voûte dite en « arc de cloître ».



On peut obtenir d'une manière analogue un équadomoïde ayant pour base un polygone régulier quelconque. Nous donnons ci-après la série des équadomoïdes ayant pour base un triangle équilatéral, un carré, un pentagone et un cercle ayant même rayon que la demi circonférence directrice; dans ce dernier cas, le solide engendré devient une sphère. On peut donc considérer la sphère comme un équadomoïde limite.

Il précise en outre qu'Archimède s'est occupé de l'équadomoïde à base carrée dans ses *Ephodiques*. Ces solides ont aussi beaucoup intéressé Léopold Hugo le neveu fantasque de Victor.



Quelles différences entre les équadomoïdes et les solides Steinmetz ?

« Un équadomoïde d'ordre n est une figure obtenue en remplaçant dans un prisme droit à bases régulières d'ordre n , de hauteur $2R$ égale au diamètre des bases, les faces latérales par une portion de cylindre elliptique droit (appelée onglet) dont l'axe passe par le centre d prisme s'appuyant sur des armatures **circulaires**. L'équadomoïde n'est donc pas un polyèdre au sens strict⁴. »

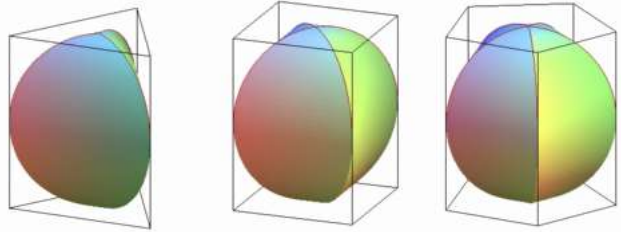
¹ Charles Proteus Steinmetz (1865-1923) mathématicien et ingénieur en électricité américain d'origine allemande.

² Sylvie Benzoni-Gavage, *Le Rulpidon sous toutes ses coutures*, Dunod, 2024

³ disponible sur gallica

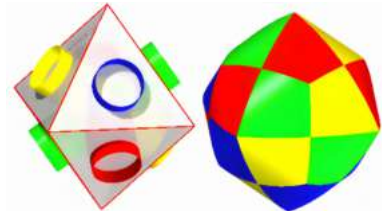
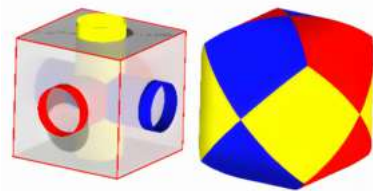
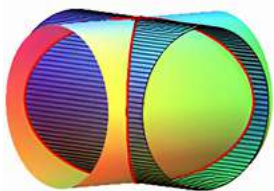
⁴ <https://www.mathcurve.com/polyedres/equidomoïde/equidomoïde.shtml>

Les *solides de Steinmetz* sont les intersections de cylindres de révolution pleins d'axes concourants et de même diamètre.



« Lorsque les cylindres ont des axes situés dans un même plan disposés de façon régulière, la surface du solide de Steinmetz est, à dilatation près, un équidomoïde⁵. »

Exemples⁶ d'équidomoïdes :



Intersections de 2, 3 et 4 cylindres

Où trouve-t-on de telles formes ?



Raccord de tuyaux PVC Croisée d'ogives romanes

En étirant les équidomoïdes, on obtient des pseudos équidomoïdes qui sont utilisés en architecture dans les toitures : quatre pans pour les ailes du château de Cheverny et la porte de l'horloge à La Rochelle, huit pour le dôme du Duomo de Florence et de la Salpêtrière à Paris.

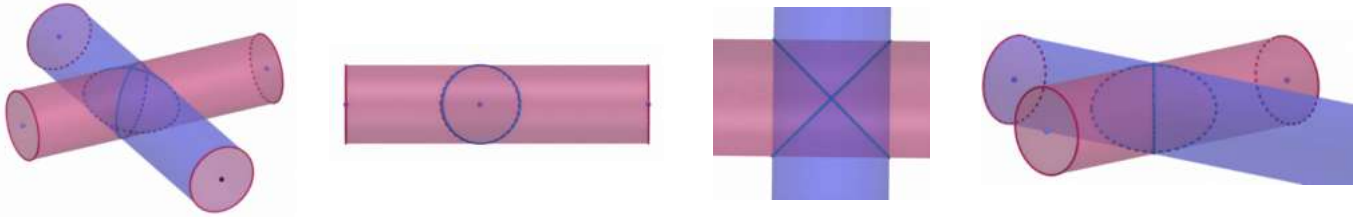


⁵ https://www.mathcurve.com/polyedres/polyedres_cylindriques/polyedrescylindriques.shtml

⁶ <https://mathcurve.com/polyedres/equidomoide/equidomoide.shtml>

Revenons au Rulpidon « plein ».

Voici différentes vues de l'équidomoïde intersection de deux cylindres de même diamètre d'axes orthogonaux : vue en perspective, de face, de dessus et vue en vraie grandeur d'une des 2 arêtes : une ellipse dont le petit axe a pour longueur le diamètre du cylindre et le grand axe celle de la diagonale du carré dont le côté mesure le diamètre du cylindre.



Mais comment construire le patron d'un tel objet ?

Nous pouvons construire ce patron de manière plus pragmatique en utilisant les fonctionnalités de geogebra.

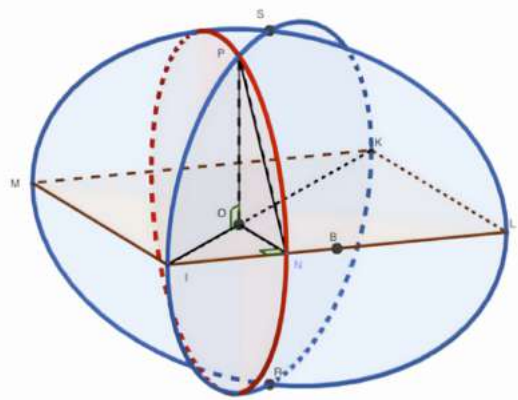
Les cylindres sont de rayon R .

Les arêtes du solide sont deux ellipses (intersection d'un plan et d'un cylindre) dont le demi grand axe vaut $R\sqrt{2}$ et le demi petit axe R . Il est alors facile d'en placer les foyers.

Soit N un point du segment IB (B milieu de IL).

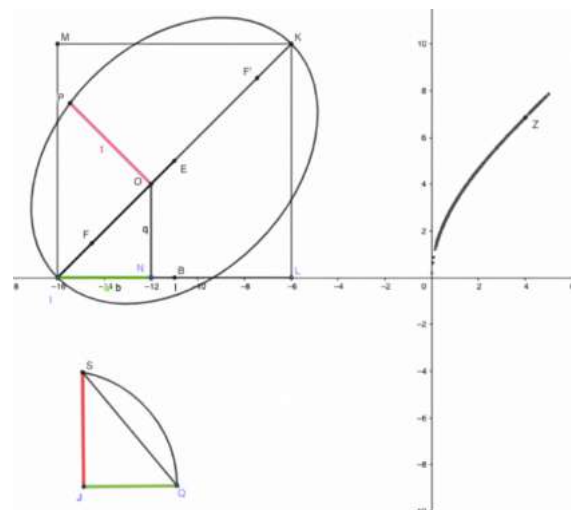
Le cylindre passant par M , I et S coupe le plan orthogonal à IL passant par N suivant un cercle.

Ce cercle coupe en P une des ellipses.

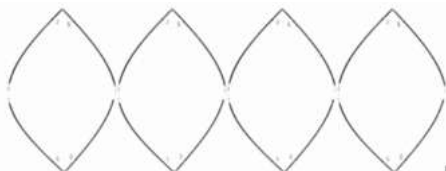


Voici la construction en 2 D.

- L'ellipse est rabattue dans le plan.
- Nous traçons les perpendiculaires à IL passant par N qui coupe IK en O et à IK passant par O qui coupe l'ellipse en P .
- Nous traçons le triangle rectangle NOP en vraie grandeur, soit SQJ ,
- Nous traçons un arc de cercle de rayon R par S et Q .
- Dans le repère nous plaçons le point $Z(a, w)$ où a est la longueur IN et w la longueur de l'arc SQ .



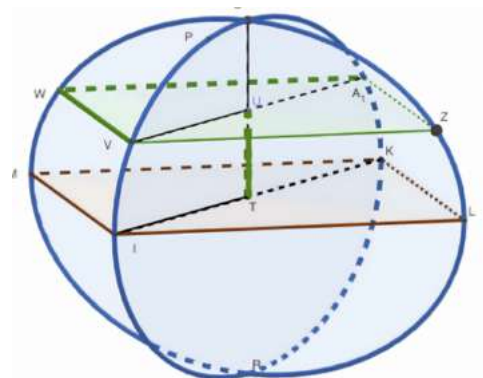
Le lieu de Z quand N varie de I à B donne un arc de courbe qu'il suffit alors de symétriser pour obtenir le patron du quart du rulpidon.



Le volume du solide s'obtient par intégration.

Soit $UT=y$ et $UV=x$, une équation de l'ellipse est $\frac{x^2}{2R^2} + \frac{y^2}{R^2} = 1$ ainsi l'aire du carré $WVZA_1$ est $4(R^2 - y^2)$.

En intégrant, le volume du demi rulpidon est donc $\frac{8}{3}R^3$ et donc le volume du rulpidon « plein » est $\frac{16}{3}R^3$ ce qui correspond aux $\frac{2}{3}$ du volume du cube circonscrit (de côté $2R$).



Bibliographie : Sylvie Benzoni-Gavage, *Le rulpidon sous toutes ses coutures*, Dunod, 2024

Sitographie :

https://maths.ac-creteil.fr/IMG/pdf/conferences_3_diaporama.pdf

<https://images.math.cnrs.fr/le-rulpidon/>

<https://images-des-maths.pages.math.cnrs.fr/freeze/Le-Rulpidon-5845.html>

https://images-archive.ath.cnrs.fr/freeze//img/pdf/curiosites_geometriques_fourrey_emile_bpt6k875649b-3.pdf

<https://www.flickr.com/photos/50879678@N03/51326484554/>

<https://www.mathouriste.eu/Brunelleschi/Brunelleschi.html>

https://paris1900.lartnouveau.com/architecture/domes_coupoles.htm

Les *mathématiques* ont toujours la *côte* !

Journées Nationales
APMEP

Du **18** au **21**
Octobre 2025
à **Toulon**

« De la maternelle
à l'université »

Illustration : Éric de Sa Lanza
Infographie : Chantal Lelièvre

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur... Cette rubrique est à vous.

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse : frederic.deligt2@gmail.com

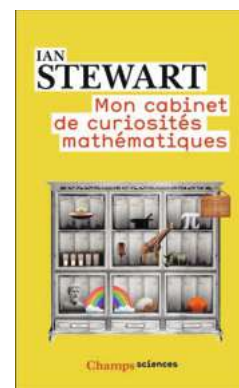
Des problèmes

142-1 proposé par Frédéric de Ligt (Montguyon)

Trouvé dans le recueil de petits problèmes ci-contre.

On a la curieuse égalité : $\frac{1}{4} \times \frac{8}{5} = \frac{18}{45}$. Les deux facteurs du produit sont des fractions dont les numérateurs et les dénominateurs sont compris entre 1 et 9 et par ailleurs leur produit est une fraction où le numérateur est strictement inférieur au dénominateur.

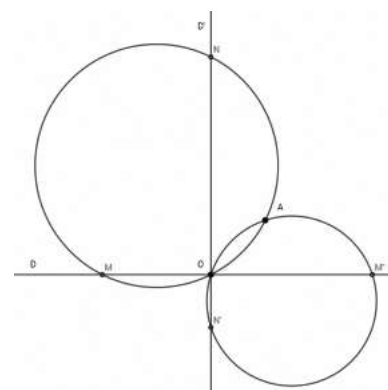
Il y a d'autres fractions qui vérifient le même genre d'égalité. Lesquelles ?



142-2 proposé par Jacques Chayé (Poitiers)

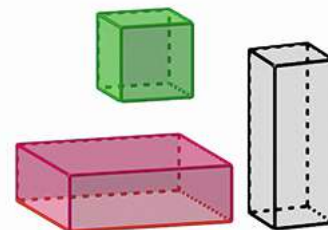
Soient D et D' deux droites perpendiculaires en O. Soit A un point équidistant des deux droites. Deux cercles C_1 et C_2 passant par A et O recoupent D respectivement en M et M' et D' respectivement en N et N'.

Démontrer que $MM' = NN'$.



142-3 proposé par Frédéric de Ligt (Montguyon) :

Un pavé droit est constitué de cubes unités de couleur claire. On le recouvre complètement d'une couche de cubes unités de couleur foncée de façon à obtenir extérieurement un pavé droit de couleur foncée. Il y a maintenant autant de cubes de couleur claire que de cubes de couleur foncée. Quelles peuvent être les dimensions finales de ce pavé droit ?



142-4 proposé par Jacques Chayé (Poitiers)

Pour les amateurs de trigonométrie : (R rayon du cercle circonscrit au triangle)

Dans un triangle on a l'égalité :

$$a + b + c = 8R \times \cos\left(\frac{\hat{A}}{2}\right) \times \cos\left(\frac{\hat{B}}{2}\right) \times \cos\left(\frac{\hat{C}}{2}\right)$$

Des solutions

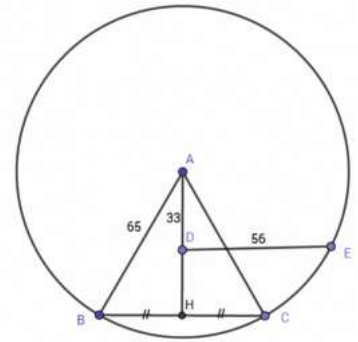
140-1 proposé par Dominique Souder

L'animatrice du club jeux maths est adepte d'une secte pythagoricienne !

Le schéma ci-contre sert à visualiser l'énigme posée par celle-ci, de caractère très entier, ce qui influence ses questions ! Le cercle de centre A, de rayon 65 mm, doit passer par les points B, C et E. De plus $AD = 33$ mm, $DE = 56$ mm et (AD) doit couper [BC] en son milieu H, avec $AD < AH$.

Cherchez où placer [BC] sachant qu'elle exige pour AH, et pour la distance entre deux points quelconques parmi {A, B, C, D, E} **un nombre entier** de mm.

Puis donnez votre penta-réponse des valeurs entières (AH, BC, EB, CE, DC).



Solution de l'auteur

Quelle est la nature de ADE ? $56^2 + 33^2 = 65^2$ car $3136 + 1089 = 4225$, donc la réciproque du théorème de Pythagore entraîne que ADE est rectangle en D. Comme ABC est isocèle en A et H le milieu de [BC], on a AHB rectangle en H. AH peut prendre toutes les valeurs entières de 34 à 64 compris.

Dans ABH le théorème de Pythagore donne que BH est la racine carrée de $(65^2 - AH^2)$.

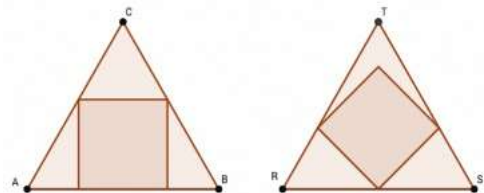
On trouve 5 solutions entières : $AH = 39$ d'où $BH = 52$ et $BC = 104$; $AH = 52$ d'où $BH = 39$ et $BC = 78$; $AH = 56$ d'où $BH = 33$ et $BC = 66$; $AH = 60$ d'où $BH = 25$ et $BC = 50$; $AH = 63$ d'où $BH = 16$ et $BC = 32$. Les valeurs de CE^2 pour les solutions précédentes sont $4^2 + 6^2$, $17^2 + 19^2$, $23^2 + 23^2$, $31^2 + 27^2$, $40^2 + 30^2$. Seule la dernière donne un nombre entier pour CE, soit 50. On calcule $BE^2 = 72^2 + 30^2$, et on trouve que $BE = 78$ donc entier aussi. De plus on a $DB^2 = DC^2 = 16^2 + 30^2$ soit $DB = DC = 34$.

On a bien réussi à avoir toutes les distances entières entre deux points quelconques parmi A, B, C, D, E. La penta-réponse est (63 ; 32 ; 50 ; 34 ; 78).

141-1 proposé par Walter Mesnier

Est-il possible de construire un carré à l'intérieur d'un triangle équilatéral, de sorte que l'aire du carré soit supérieure à la moitié de celle du triangle ?

Voici les solutions de deux élèves. Sont-elles valables ?



Sur la figure de droite, le sommet du carré est placé au milieu du côté [RS].

Solution de l'auteur

Pas facile à l'oeil nu ... en fait non, mais presque !

(Il y a plein de façons de faire la construction, géométriquement ou bien par le calcul).

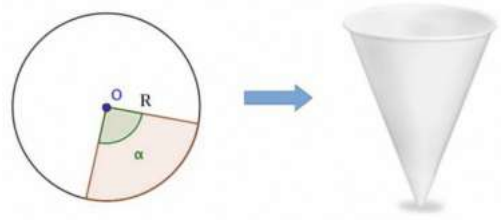
À gauche le triangle a pour côté 10 cm. Son aire est de $25\sqrt{3} = 43,3$ cm² environ. Le carré a pour côté $20\sqrt{3} - 30 = 4,6$ cm environ. Son aire est de $2100 - 1200\sqrt{3} = 21,5$ cm² environ. Le rapport des aires est de $28\sqrt{3} - 48 = 49,7\%$ environ. Si l'élève mesure au mm près, il est possible qu'il pense que sa solution soit bonne, avec forcément une figure imparfaite.

À droite le triangle a pour côté 10 cm. Son aire est de $25\sqrt{3} = 43,3$ cm² environ. Le carré a un côté de $\frac{15 - 5\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 4,5$ cm environ. Son aire est de $150 - 75\sqrt{3} = 20$ cm² environ. Le rapport des aires est

de 46,4 % environ. La figure ne convient pas non plus. On peut se demander s'il est possible d'inscrire un carré d'aire supérieure ? Mais il semble que le carré de gauche soit celui d'aire maximale et donc il ne serait pas possible d'atteindre la moitié de l'aire du triangle (mais je n'ai pas la preuve).

141-2 proposé par Frédéric de Ligt

On découpe un secteur angulaire d'angle α (en radian) dans un disque de rayon R . On obtient ainsi le patron d'un cône. Quelle valeur faut-il donner à l'angle α pour que le volume soit maximum ?



Solution de Walter Mesnier

Imaginons le triangle de côtés h , la hauteur du cône, r le rayon de la base du cône et d'hypoténuse R la génératrice du cône : alors d'après le théorème de Pythagore on a $h^2 = R^2 - r^2$. Soit $h = R\sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}$.

D'autre part, pour que le patron permette d'obtenir ce cône, on doit avoir $2\pi r = R\alpha$. On en déduit que $r/R = \alpha/2\pi$, puis que $h = R\sqrt{1 - \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2}$. On peut alors exprimer le volume en fonction de α :

$$V(\alpha) = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi}{3} \times \left(\frac{R\alpha}{2\pi}\right)^2 \times R\sqrt{1 - \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2}. \text{ En arrangeant un peu, on obtient :}$$

$$V(\alpha) = K \times \alpha^2 \sqrt{4\pi^2 - \alpha^2} \quad \text{où } K = \frac{R^3}{24\pi^2}.$$

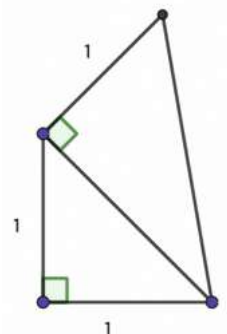
Il reste à chercher le maximum de cette fonction dérivable sur $[0 ; 2\pi]$. La dérivée s'écrit, après mise au même dénominateur et factorisation : $V'(\alpha) = \frac{K\alpha(-3\alpha^2 + 8\pi^2)}{\sqrt{4\pi^2 - \alpha^2}}$. On en déduit que le volume est maximal

$$\text{pour } \alpha = \sqrt{\frac{8\pi^2}{3}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}} \approx 5,13 \text{ rad soit } 294^\circ.$$

Remarque :

Le volume maximal est alors égal à $\frac{2\pi R^3}{9\sqrt{3}}$, c.-à-d. le volume d'une boule de rayon

R , divisé par $6\sqrt{3} \approx 10$. Le rapport r/R est égal à $\sqrt{\frac{2}{3}}$, c.-à-d. que le triangle que nous avons imaginé au départ est homothétique au triangle $(1, \sqrt{2}, \sqrt{3})$, le deuxième triangle dans l'escargot de Pythagore : étonnant !



Solution de Jacques Chayé

Pour simplifier les calculs, prenons $R = 1$; la circonférence de la base du cône mesure alors α . Soit r le rayon de cette base, son aire est πr^2 . La hauteur du cône est égale à $\sqrt{1 - r^2}$. Soit V le volume du cône. On a $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \sqrt{1 - r^2}$. Posons $\varphi(r) = r^2 \sqrt{1 - r^2}$. φ est dérivable sur $]0 ; 1[$:

$$\varphi'(r) = 2r\sqrt{1 - r^2} + r^2 \frac{-2r}{2\sqrt{1 - r^2}}. \text{ C'est du signe de } 2r(1 - r^2) - r^3 \text{ donc du signe de } 2 - 3r^2.$$

D'où le tableau de variations :

Le volume maximum est atteint pour

$$r = \sqrt{\frac{2}{3}}, \text{ c.-à-d. pour } \alpha = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

r	0	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	1
Signe de $\varphi'(r)$	+	0	-
Variations de la fonction φ			

Solution de Jean-Paul Mercier

$\alpha = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}}$ (radian) et $v = \frac{2\sqrt{3}}{27}\pi R^3$. C'est donc $\frac{\sqrt{3}}{18}$ le volume de la sphère de même rayon R. Mais je

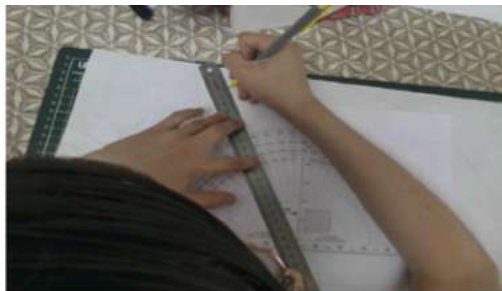
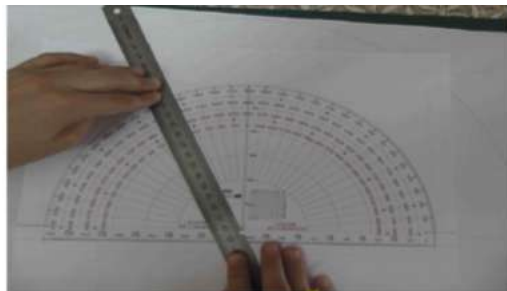
n'ai pas encore trouvé pourquoi. De la même manière je ne sais pas comment construire $\sqrt{\frac{2}{3}}$ du cercle.

L'angle alpha vaut 293,9° ou 5225,6 /6400 de tour. Et voici un petit reportage sur la réalisation par Eléonore (13 ans, 5^{ème}).

Sur le disque, elle trace un diamètre et place le rapporteur RTS gradué en 'mil', soit 6400 parties.



Elle construit l'angle de 5225,6 mil.



Elle obtient le patron de ce cône.



Elle découpe le disque avec un compas-cutter.

Le disque et le rayon sont découpés et elle rabat le rayon sur l'autre pour fermer le cône.



Et deux vues du cône attendu. On peut envisager la question de l'utilisation de ce volume optimisé pour des plats ou des récipients.



141-3 proposé par Jean-Christophe Laugier

Soit (x_n) une suite de nombres réels vérifiant la relation de récurrence $x_{n+2} = |x_{n+1}| - x_n$ pour tout entier naturel. Montrer que la suite (x_n) est périodique.

Solution de Frédéric de Ligt

Pour résumer la recherche, je propose le tableau ci-dessous qui présente les différents cas possibles :

	0 ≤ a ≤ b		a ≤ 0 ≤ b		a ≤ b ≤ 0	0 ≤ a ≤ b		a ≤ 0 ≤ b		a ≤ b ≤ 0
x ₀	a		a		a	b		b		b
x ₁	b		b		b	a		a		a
x ₂	b ≥ 0 b - a		b ≥ 0 b - a		b ≤ 0 -b - a	a ≥ 0 a - b		a ≤ 0 -a - b		a ≤ 0 -a - b
x ₃	b - a ≥ 0 -a		b - a ≥ 0 -a		-b - a ≥ 0 -2b - a	a - b ≤ 0 b - 2a		-a - b ≥ 0 -2a - b	-a - b ≤ 0 b	-a - b ≥ 0 -2a - b
x ₄	-a ≤ 0 2a - b		-a ≥ 0 -b		-2b - a ≥ 0 -b	b - 2a ≥ 0 2b - 3 a	b - 2a ≤ 0 a	-2a - b ≥ 0 -a	b ≥ 0 2b + a	-2a - b ≥ 0 -a
x ₅	2a - b ≥ 0 3a - b	2a - b ≤ 0 b - a	-b ≤ 0 b + a		-b ≥ 0 b + a	2b - 3 a ≥ 0 b - a	a ≥ 0 3a - b	-a ≥ 0 a + b	2b + a ≥ 0 a + b	-a ≥ 0 a + b
x ₆	3a - b ≥ 0 a	b - a ≥ 0 -3a + 2b	b + a ≥ 0 2b + a	b + a ≤ 0 -a	b + a ≤ 0 -a	b - a ≥ 0 -b + 2a	3a - b ≥ 0 -b + 2a	a + b ≤ 0 -b	a + b ≥ 0 -b	a + b ≤ 0 -b
x ₇	a ≥ 0 -2a + b	-3a + 2 b ≥ 0 -2a + b	2b + a ≥ 0 b	-a ≥ 0 -b - 2 a	-a ≥ 0 -2a - b	-b + 2a ≤ 0 -a	-b + 2a ≥ 0 -a	-b ≤ 0 -a	-b ≤ 0 -a	-b ≥ 0 -2b - a
x ₈	-2a + b ≤ 0 a - b	-2a + b ≥ 0 a - b	b ≥ 0 -b - a	-b - 2 a ≥ 0 -b - a	-2a - b ≥ 0 -a - b	-a ≤ 0 b - a	-a ≤ 0 b - a	-a ≥ 0 b - a	-a ≥ 0 b - a	-2b - a ≥ 0 -b - a
x ₉	a - b ≤ 0 a	a - b ≤ 0 a	-b - a ≤ 0 a	-b - a ≥ 0 a	-a - b ≥ 0 a	b - a ≥ 0 b	b - a ≥ 0 b	b - a ≥ 0 b	b - a ≥ 0 b	-b - a ≥ 0 b
x ₁₀	a ≥ 0 b	a ≥ 0 b	a ≤ 0 b	a ≤ 0 b	a ≤ 0 b	b ≥ 0 a	b ≥ 0 a	b ≥ 0 a	b ≥ 0 a	b ≤ 0 a

On a toujours $x_0 = x_9$ et $x_1 = x_{10}$ et donc plus généralement $x_n = x_{n+9}$ pour tout entier naturel n .

Régionale APMEP de Poitou-Charentes
IREM de Poitiers, Bâtiment H3, SP2MI Futuroscope,
Bd Marie et Pierre Curie, TSA 61125
86073 Poitiers Cedex 9

Site : <https://www.apmep.fr/La-Regionale-Poitou-Charentes>
Mél. regapmep16177986@gmail.com

Tél. 06 67 94 93 36

Abonnement 1 an (4 numéros + suppléments) : 8 €.

ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication

Frédéric de Ligt

Éditeur

APMEP, Régionale de Poitou-Charentes

Comité de rédaction

Frédéric de Ligt, Jacques Germain,
Jean Fromentin, Philippe Rogeon

Siège social

Voir adresse ci-dessus

Imprimerie

IREM de Poitiers (Adresse ci dessus)

Dépôt légal

Septembre 2025