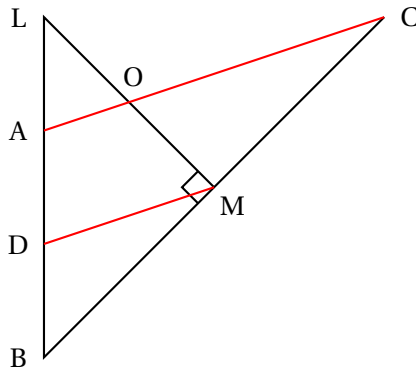


☞ Corrigé du baccalauréat Aix-Marseille – septembre 1937

- Dans le triangle LMB rectangle en M, on a : $LM = BM \tan \widehat{B}$.
 Dans le triangle OMC rectangle en M, on a : $OM = MC \tan \widehat{C}$.
 De plus, M est le milieu de [BC] équivaut à $BM = MC$.
 O milieu de [LC] $\Leftrightarrow LM = 2OM \Leftrightarrow BM \tan \widehat{B} = 2MC \tan \widehat{C} \Leftrightarrow \tan \widehat{B} = 2 \tan \widehat{C}$
- On va utiliser les relations trigonométriques suivantes dans un triangle quelconque :
 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \widehat{B}$ et $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \widehat{C}$ d'une part, et
 $\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}}$ d'autre part.
 $\tan \widehat{B} = 2 \tan \widehat{C} \Leftrightarrow \frac{\sin \widehat{B}}{\cos \widehat{B}} = 2 \frac{\sin \widehat{C}}{\cos \widehat{C}} \Leftrightarrow \frac{\sin \widehat{B}}{a^2 + c^2 - b^2} = 2 \frac{\sin \widehat{C}}{a^2 + b^2 - c^2}$
 $\Leftrightarrow \frac{2ac}{a^2 + c^2 - b^2} \sin \widehat{B} = \frac{4ab}{a^2 + b^2 - c^2} \sin \widehat{C}$
 $\Leftrightarrow \frac{2ac \times b}{a^2 + c^2 - b^2} \frac{\sin \widehat{B}}{b} = \frac{4ab \times c}{a^2 + b^2 - c^2} \frac{\sin \widehat{C}}{c}$
 $\Leftrightarrow \frac{1}{a^2 + c^2 - b^2} = \frac{2}{a^2 + b^2 - c^2} \Leftrightarrow a^2 + b^2 - c^2 = 2a^2 + 2c^2 - 2b^2$
 $\Leftrightarrow 3b^2 = a^2 + 3c^2$
- Dans le triangle ABC, on trace la parallèle à (AC) passant par M; elle coupe (AB) en D. De plus, M est le milieu de [BC] donc, d'après le théorème de Thalès, D est le milieu de [AB].



Si (ABC) est un triangle (T), alors O est le milieu de [LM]. En se plaçant dans le triangle LDM, on prouve que A est le milieu de [LD]. Donc $LA = AD = DB$.

Il en découle facilement que $\frac{\overline{LA}}{\overline{LB}} = \frac{1}{3}$.

D'après le théorème des milieux, on peut dire que dans le triangle LDM on a : $DM = 2OA$, et que dans le triangle ABC, on a : $AC = 2DM$. On en déduit que $AC = 4OA$, donc que $OC = 3OA$.

Il en découle que $\frac{\overline{OA}}{\overline{OC}} = -\frac{1}{3}$.