Corrigé du brevet des collèges Martinique 3 juillet 2024

Exercice 1 — 20 points

1. **a.** Anne et Jean ont acheté à eux deux $630 + 810 = 1\,440$ dragées.

   b. Il y a 810 dragées blanches parmi les 1 440 dragées ; la probabilité est donc égale à : $\dfrac{810}{1\,440} = \dfrac{81}{144} = \dfrac{9 \times 9}{9 \times 16} = \dfrac{9}{16} = 0{,}562\,5$.

2. **a.** On a $\dfrac{630}{21} = \dfrac{9 \times 7 \times 10}{3 \times 7} = 3 \times 10 = 30$ et $\dfrac{810}{21} = \dfrac{3 \times 270}{3 \times 7} = \dfrac{270}{7}$ qui n'est pas un entier : ils ne peuvent réaliser 21 ballotins identiques

   b. $630 = 9 \times 7 \times 10 = 9 \times 7 \times 2 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ et

   $810 = 81 \times 10 = 9 \times 9 \times 2 \times 5 = 2 \times 3^4 \times 5$

   c. Les facteurs communs à 630 et 810 les plus nombreux sont : un facteur 2, deux facteurs 3 et un facteur 5 : autrement dit le plus grand diviseur de 630 et de 810 est le produit $2 \times 3^2 \times 5 = 9 \times 10 = 90$.

   On a $630 = 90 \times 7$ et $810 = 90 \times 9$.

   Conclusion : Anne et Jean pourront faire 90 ballotins identiques de 7 dragées roses et 9 dragées blanches.

Exercice 2 — 18 points

Question 1 $13\,420 = 1{,}432 \times 10^4$: réponse B

Question 2 La médiane est la sixième valeur qui partage les 10 performances en deux séries de 5 nombres : la médiane est donc 85,74 ; réponse A.

Question 3 Le motif gris a pour symétrique le motif 5 : réponse C

Question 4 Le motif gris a pour image le motif 12 : réponse B.

Question 5 f étant représentée par la droite (d), 2 a pour image 0 : réponse A.

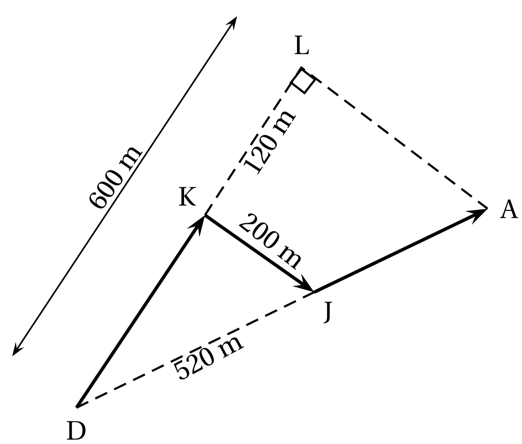
Question 6 Le coefficient directeur de la droite peut se calculer avec les points de coordonnées $(0;4)$ et $(2;0)$, soit comme le quotient $\dfrac{0-4}{2-0} = \dfrac{-4}{2} = -2$: réponse C.

Exercice 3 — 22 points

Dans le triangle DLA rectangle en L, le point J appartient au segment [DA] et le point K appartient au segment [DL].

On donne :

DL = 600 m ;
KJ = 200 m ;
DJ = 520 m ;
KL = 120 m.



1. On a DK + KL = DL soit DK + 120 = 600, d'où DK = 600 − 120 = 480 (m).

2. On a $\text{DK}^2 + \text{KJ}^2 = 480^2 + 200^2 = 230\,400 + 40\,000 = 270\,400$ et $\text{DJ}^2 = 520^2 = 270\,400$.

   On a donc $\text{DK}^2 + \text{KJ}^2 = \text{DJ}^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle DKJ est rectangle en K.

3. Les droites (LA) et (KJ) sont perpendiculaires à la même droite (DL) : elles sont donc parallèles.

4. Les droites (LA) et (KJ) sont parallèles, les points D, K et sont alignés et les points D, J et A le sont aussi : on a donc une configuration de Thalès : on peut donc écrire l'égalité : $\dfrac{\text{DR}}{\text{DI}} = \dfrac{\text{DJ}}{\text{DA}}$, soit $\dfrac{480}{600} = \dfrac{520}{\text{DA}}$, d'où $\text{DA} \times 480 = 600 \times 520$ puis $\text{DA} = \dfrac{600 \times 520}{480} = 650$ (m).

5. La longueur du trajet fléché est :

   DK + KJ + JA 480 + 200 + (650 − 520) = 810.

6. Dans le triangle rectangle LDA, on a DA = DJ + JA = 520 + 130 = 650 et par exemple : $\cos\widehat{\text{LDA}} = \dfrac{\text{long. côté adjacent}}{\text{long. hypoténuse}} = \dfrac{600}{650} = \dfrac{60}{65} = \dfrac{12}{13}$

   La calculatrice donne $\widehat{\text{LDA}} \approx 22{,}6$ (en degres).

   Cette valeur est inférieure à 25 : le photographe pourra tout filmer sans bouger sa caméra.

Exercice 4 — 18 points

On considère le programme de calcul ci-dessous :

• Choisir un nombre
• Mettre ce nombre au carré
• Soustraire le triple du nombre de départ
• Soustraire 4

1. On a successivement : $5 \to 5^2 = 25 \to 25 - 3 \times 5 = 10 \to, 10 - 4 = 6$.

2. De même avec x au départ :

   $x \to x^2 \to x^2 - 3x \to x^2 - 3x - 4$.

3. On développe $(x+1)(x-4) = x^2 - 4x + x - 4 = x^2 - 3x - 4$. On retrouve l'expression de la question 2.

   On a donc $x^2 - 3x - 4 = (x+1)(x-4)$.

4. Il faut trouver un ou des nombres x tels que $x^2 - 3x - 4 = 0$ ou d'après la question précédente tels que :

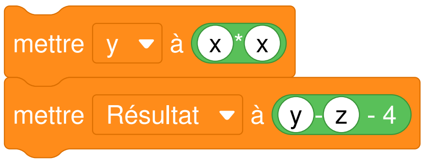
   $x + 1)(x-4) = 0$.

   Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul , soit

$\left\{\begin{array}{lcl} x+1 & = & 0 \\ & \text{ou} & \\ x-4 & = & 0 \end{array}\right.$ d'où $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & -1 \\ & \text{ou} & \\ x & = & 4 \end{array}\right.$.

Il y a donc deux nombres qui donnent finalement 0 : ce sont -1 et 4.

5. Juliette doit compléter en ligne 4 et 6 :



Exercice 5 — 22 points

1. **a.** D'après l'énoncé AB = AE + EF + FB = AE + EF + AE = 2AE + EF ou encore :

$5 = 2\text{AE} + 2,2$ d'où $2\text{AE} = 5 - 2,2 = 2,8$ et enfin $\text{AE} = \dfrac{2,8}{2} = 1,4$ (m).

b. L'aire du triangle AEL est :

$\mathscr{A}(\text{AEL}) = \dfrac{\text{AE} \times \text{EL}}{2} = \dfrac{1,4 \times 1,4}{2} = 1,4 \times 0,7 = 0,98\ \left(\text{m}^2\right)$.

c. L'aire de l'octogone est égale à la différence entre l'aire du carré de côté AB = 5 (m) et l'aire des quatre coins d'aire 0,980,98 $\left(\text{m}^2\right)$, soit :

$\mathscr{A}(\text{EFGHIJKL}) = 5^2 - 4 \times 0,98 = 25 - 3,92 = 21,08\left(\text{m}^2\right)$.

2. **a.** Le volume du prisme droit ayant pour base l'octogone d'aire $21,08\left(\text{m}^2\right)$ et pour hauteur $\dfrac{3}{4} \times 1,5$ m est :

$V = 21,08 \times \dfrac{3}{4} \times 1,5 = 23,715\ \left(\text{m}^3\right)$ soit un peu moins de 24 $\left(\text{m}^3\right)$.

b. Il faut donc remplir $24 \times 1\,000 = 24\,000$ (L) avec un débit de 12 L par minute.

La durée de remplissage est donc d'environ :

$\dfrac{24\,000}{12} = 2\,000$ min.

Or $2\,000 = 60 \times 33 + 20$: la durée de remplissage est égale à 33 h 20 min.