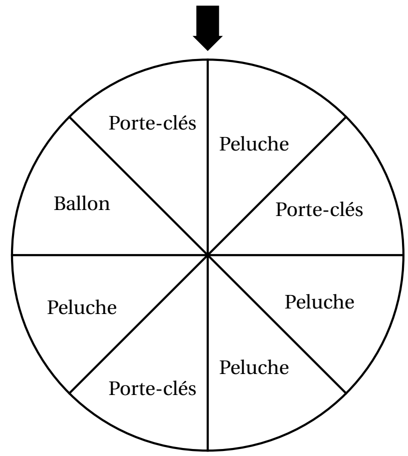
∾ Corrigé du diplôme national du Brevet ∾
Métropole Antilles-Guyane   Sujet de secours 30 juin 2022

EXERCICE 1 **20 points**

1. Lors d'une fête foraine, un stand propose de faire tourner une roue pour gagner un lot (porte-clés, ballon ou peluche). Les 8 secteurs angulaires sont de même mesure.

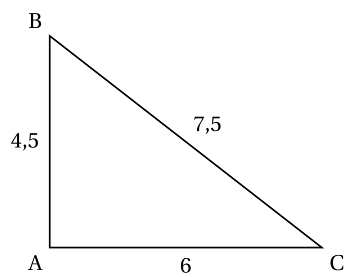


   Affirmation 1 : La probabilité de l'évènement « gagner une peluche » est égale à $\frac{1}{2}$.

   Il y a 8 secteurs identiques dont 4 correspondent à « gagner une peluche »; donc la probabilité de l'évènement « gagner une peluche » est égale à $\frac{4}{8}$ soit $\frac{1}{2}$.

   Affirmation 1 vraie

2. **Affirmation 2 :** Le triangle ABC ci-dessous est un triangle rectangle.



   $7{,}5^2 = 56{,}25$ et $6^2 + 4{,}5^2 = 36 + 20{,}25 = 56{,}25$ donc $BC^2 = AC^2 + AB^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

   Affirmation 2 vraie

3. Pour son anniversaire, Chloé invite deux de ses amis, Hakim et Manon.
   Quand arrive l'heure du gâteau, les trois enfants indiquent :
   - Hakim : « Je souhaite en manger les $\frac{3}{7}$ »;
   - Manon : « Cela me fait plaisir d'en manger les $\frac{2}{5}$ »;
   - Chloé : « $\frac{1}{7}$ du gâteau me convient parfaitement ».

   Affirmation 3 : Les trois amis ont mangé la totalité du gâteau.

   $\frac{3}{7} + \frac{2}{5} + \frac{1}{7} = \frac{15}{35} + \frac{14}{35} + \frac{5}{35} = \frac{34}{35} \neq 1$

   Affirmation 3 fausse

4. **Affirmation 4 :** $(2x+3)(5x-4) - 5(3x-2) = 10x^2 - 8x - 2$

   $$\begin{aligned}(2x+3)(5x-4) - 5(3x-2) &= (10x^2 - 8x + 15x - 12) - (15x - 10) = 10x^2 + 7x - 12 - 15x + 10\\ &= 10x^2 - 8x - 2\end{aligned}$$

   Affirmation 4 vraie

5. Les angles d'un triangle DEF sont tels que :

- $\widehat{\text{DFE}} = 30°$
- La mesure de l'angle $\widehat{\text{DEF}}$ est le quadruple de celle de l'angle $\widehat{\text{FDE}}$.

Affirmation 5 : Le triangle DEF est un triangle isocèle.

- La somme des angles d'un triangle vaut 180° ; donc $\widehat{\text{DFE}} + \widehat{\text{DEF}} + \widehat{\text{FDE}} = 180$.
  Or $\widehat{\text{DFE}} = 30$ donc $\widehat{\text{DEF}} + \widehat{\text{FDE}} = 150$.
- La mesure de l'angle $\widehat{\text{DEF}}$ est le quadruple de celle de l'angle $\widehat{\text{FDE}}$ donc $\widehat{\text{DEF}} = 4\widehat{\text{FDE}}$.

On déduit donc que $4\widehat{\text{FDE}} + \widehat{\text{FDE}} = 150$ donc $5\widehat{\text{FDE}} = 150$ et donc $\widehat{\text{FDE}} = 30$.

Le triangle DEF a deux angles de même mesure, 30°, donc il est isocèle.

Affirmation 5 vraie

EXERCICE 2 — 20 points

L'artiste français Jean Lurçat a produit dix tapisseries de surfaces différentes, exposées dans la ville d'Angers. La surface approximative de chacune de ces tapisseries a été saisie dans la feuille de calcul ci-dessous. (source : https ://musees.angers.fr)

	A	B
1	**Nom de la tapisserie**	**Surface (en m^2)**
2	La Grande Menace	39,2
3	L'homme d'Hiroshima	12,8
4	Le Grand charnier	32,4
5	La Fin de tout	10,2
6	L'Homme en gloire dans la paix	57,5
7	L'eau et le feu	27,2
8	Champagne	30,9
9	La Conquête de l'espace	45,9
10	La Poésie	45,4
11	Ornamentos sagrados	45,4
12	**Total**	

1. La tapisserie qui a la surface maximale est « L'Homme en gloire dans la paix » (57,5 m^2).

2. On range les 10 surfaces en ordre croissant :

10,2	12,8	27,2	30,9	32,4	39,2	45,4	45,4	45,9	57,5

Il y a 10 valeurs donc la médiane est la moyenne arithmétique des 5$^{\text{e}}$ et 6$^{\text{e}}$ valeurs donc $\dfrac{32,4+39,2}{2} = \dfrac{71,6}{2} = 35,8$.

3. Pour calculer la surface totale de ces dix tapisseries, la formule à saisir dans la cellule `B12` est : $\boxed{\texttt{= SOMME(B2 : B11)}}$

4. $\dfrac{10,2+12,8+27,2+30,9+32,4+39,2+45,4+45,4+45,9+57,5}{10} = \dfrac{346,9}{10} = 34,69$

La surface moyenne de ces tapisseries est de 34,69 m^2.

5. Sara affirme : « 40% de ces tapisseries ont une surface supérieure à 45 m^2 ».

Il y a 4 tapisseries sur 10 qui ont une surface supérieure à 45 m^2, soit 40 %, donc Sara a raison.

EXERCICE 3 **20 points**

Un club de sport propose une nouvelle formule annuelle pour ses adhérents :
« Achat d'une carte d'adhésion à 32 € donnant droit à un tarif de 4,50 € par séance ».

1. $4{,}50 \times 10 + 32 = 77$ donc le coût à payer pour dix séances dans l'année est de 77 €.
2. Noé a un budget annuel de 95 € pour se rendre dans cette salle de sport.

   Le nombre n de séances que Noé peut effectuer vérifie $4{,}50n + 32 = 95$ soit $n = \dfrac{95-32}{4{,}50} = 14$.

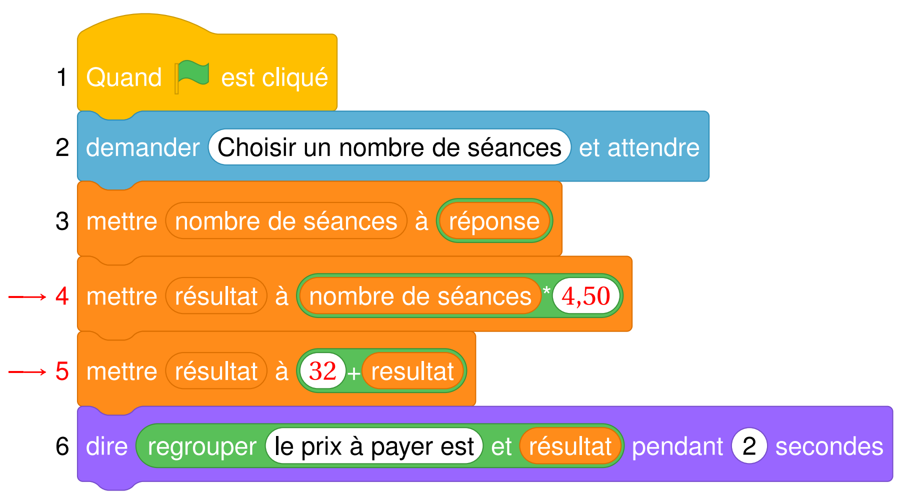
   Avec 95 €, Noé pourra effectuer 14 séances.
3. On note p la fonction qui, au nombre x de séances pratiquées, associe le prix à payer pour x séances pratiquées dans l'année.

   a. $p(x) = 4{,}5x + 32$

   b. $p(27) = 4{,}5 \times 27 + 32 = 121{,}5 + 32 = 153{,}5$

   c. Le coût de 27 séances est de 153,50 €.
4. On s'intéresse au programme qui permet de donner le prix à payer en fonction du nombre de séances pratiquées dans cette salle de sport.

   On complète les lignes 4 et 5 pour que ce script corresponde au programme souhaité.

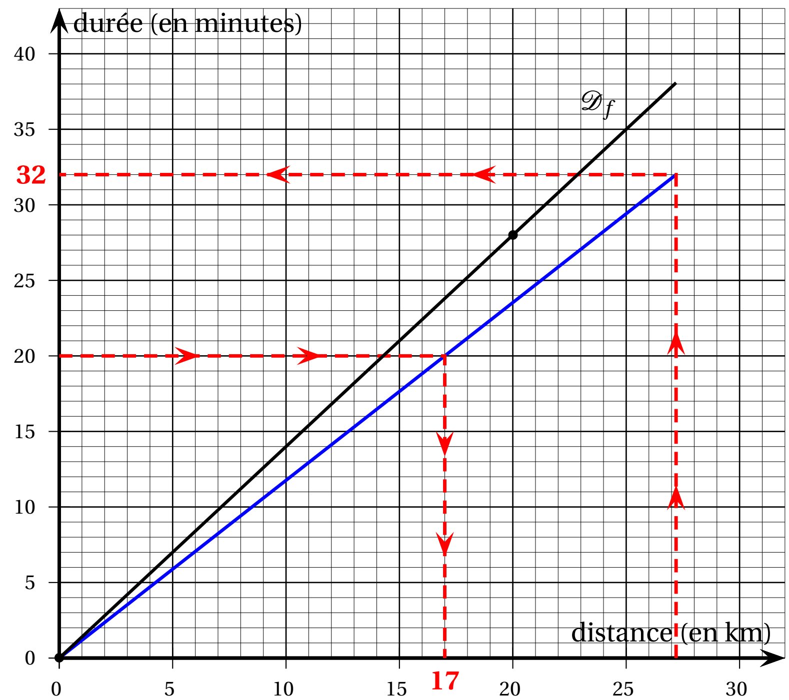


EXERCICE 4 **18 points**

Le Tour de France 2021 est une compétition de cyclisme s'étant déroulée du 26 juin au 18 juillet 2021. L'étape 5 était un contre-la-montre individuel de 27,2 km. Le graphique ci-dessous indique le temps effectué par Tadej Pogacar en fonction de la distance parcourue sur son trajet (source : https ://www.letour.fr).

1. En 20 minutes, Tadej POGACAR a parcouru environ 17 kilomètres.
2. Tadej POGACAR a effectué les 27,2 km du parcours en environ 32 minutes.
3. Le cycliste Bryan Coquard a lui aussi effectué ce contre-la-montre.

   Le temps, en minutes, mis par Bryan Coquard pour parcourir la distance x, exprimée en km, peut être représenté par la fonction linéaire f d'expression algébrique : $f(x) = 1{,}4x$.



a. Pour représenter la fonction f, on détermine deux points.

x	0	20
$f(x)$	0	28
Point	(0 ; 0)	(20 ; 28)

La représentation graphique de f est la droite $\mathscr{D}_f$.

b. Pogacar a mis 32 min, et Coquard plus de 35 min ; donc Pogacar a été classé avant Coquard.

4. Pogacar parcourt 17 kilomètres en 20 minutes, ce qui fait une moyenne, en multipliant par 3, de 51 kilomètres en 60 minutes, soit 51 km/h.

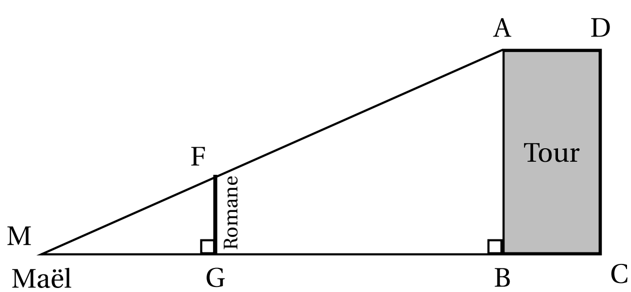
EXERCICE 5 — 22 points

La tour de la Vade est un monument de Carcassonne de forme cylindrique.

1. Afin de déterminer la hauteur de cette tour, Romane et Maël se sont positionnés comme indiqué sur la figure ci-dessous, et ont effectué plusieurs mesures.

L'œil de Maël est au point M ; le segment [FG] représente Romane.

La figure n'est pas à l'échelle.



Les points M, F et A ainsi que les points M, G et B sont alignés.

Romane et Maël ont mesuré : MG = 3 m, FG = 1,4 m et GB = 51 m.

a. Les droites (FG) et (AB) sont toutes deux perpendiculaires à une même droite (MC), donc elles sont parallèles.

b. $\text{MB} = \text{MG} + \text{GB} = 3 + 51 = 54$

On applique le théorème de Thalès dans les triangles MGF et MBA :

$\dfrac{\text{MG}}{\text{MB}} = \dfrac{\text{FG}}{\text{AB}}$ donc $\dfrac{3}{54} = \dfrac{1{,}4}{\text{AB}}$ et donc $\text{AB} = \dfrac{54 \times 1{,}4}{3} = 25{,}2$

La hauteur AB de la tour est donc de 25,2 m.

2. La tour de la Vade a une base circulaire de diamètre proche de 14 m donc son rayon est d'environ $R = 7$ m.

Volume d'un cylindre = aire de la base × hauteur donc $V = \pi \times R^2 \times \text{AB} = \pi \times 7^2 \times 25{,}2 \approx 3\,879{,}24$

Donc son volume est d'environ 3 880 m^3.

3. Romane a acheté une maquette de cette tour à l'échelle $\dfrac{1}{20}$.

Chaque longueur est divisée par 20, donc le volume est divisé par $20 \times 20 \times 20 = 8\,000$.

$\dfrac{3\,880}{8\,000} = 0{,}485$

Le volume de cette maquette, réduction de la tour de la Vade, est donc de 0,485 m^3.

4. La tour doit être entretenue ; il faut passer un traitement contre la moisissure sur toute sa surface. Le coût du traitement est de 39 € par m^2.

La surface latérale est un rectangle de longueur $2\pi R = 2 \times \pi \times 7 \approx 44$ et de largeur 25,2 ; son aire est de $44 \times 25{,}2$ soit environ 1 109 m^2.

$39 \times 1\,109 = 43\,251$ donc le traitement de la tour va coûter 43 251 €.

Remarque du correcteur

Le sujet ne précise pas si la tour est fermée en haut ; si c'est le cas, il faut prendre en compte le disque supérieur.

Calculs des aires

- Aire du toit

  Le toit est un disque de rayon $R = 7$ m donc son aire vaut πR^2 soit environ 54 m^2.

- Surface latérale

  La surface latérale est un rectangle de longueur $2\pi R = 2 \times \pi \times 7 \approx 44$ et de largeur 25,2 ; son aire est de $44 \times 25{,}2$ soit environ 1 109 m^2.

- Aire totale

  $54 + 1\,109 = 1\,163$ donc l'aire totale à traiter est de 1 163 m^2.

$39 \times 1\,163 = 45\,357$ donc le traitement de la tour va coûter 45 357 €.