∽ Corrigé du brevet des collèges Polynésie 23 juin 2023 ∾

Durée : 2 heures

Exercice 1 **16 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples QCM

Question 1 : soit f, la fonction définie par $f(x) = -2x+3$. Réponse B : la fonction est décroissante ($a = -2$) et l'ordonnée à l'origine est égale à 3.

Question 2 : On lit que l'image de 1 est 2. Réponse A.

Question 3 :
On donne ci-dessous un tableau de valeurs de la fonction h définie par $h(x) = -x+1$ réalisé à l'aide d'un tableur :
La réponse est C : c'est la seule qui utilise la cellule B1.

Question 4 :
$(3x-7)^2 = (3x)^2 - 2\times 3x \times 7 + 7^2 = 9x^2 - 42x + 49$: réponse B.

Exercice 2 **16 points**

1. **a.** Le théorème de Pythagore appliqué au triangle HPS rectangle en P donne :
   $HS^2 = HP^2 + PS^2 = 90^2 + 140^2 = 8\,100 + 19\,600 = 27\,700$.
   HS étant positive : HS $= \sqrt{27\,700} \approx 166,43$, soit 166,4 cm au millimètre près.

   b. 1 700 mm = 170 cm (longueur du panneau.
   Or 95 % de 170 $= \dfrac{95}{100} \times 170 = 0,95 \times 170 = 161,5$ cm.
   Comme $163,4 > 161,5$, le panneau est conforme.

2. Dans le triangle HPS rectangle en P, on a la relation :
   $\tan\widehat{HSP} = \dfrac{HP}{PS} = \dfrac{90}{140} = \dfrac{9}{14} \approx 0,643$.
   La calculatrice donne $\widehat{HSP} \approx 32,7°$.
   On a bien $30 < 32,7 < 35$. L'angle d'inclinaison, $\widehat{HSP}$ permet donc un fonctionnement optimal des panneaux.

3. Les droites (UT) et (HP) sont perpendiculaires à la droite (PS) : elles sont donc parallèles.
   S, U, H d'une part S, T et P sont alignés donc le théorème de Thalès permet d'écrire :
   $\dfrac{ST}{SP} = \dfrac{SU}{SH} = \dfrac{UT}{PT}$.
   En particulier $\dfrac{ST}{140} = \dfrac{50}{90}$. On en déduit :
   $ST = 140 \times \dfrac{50}{90} = 140 \times \dfrac{5}{9} \approx 77,8$ (cm) au millimètre près.

4. Chaque équerre avec sa barre de renfort nécessite une longueur de tube égale à environ :
$140+90+166,4+50=446,4$ (cm) soit environ 4,464 m.
De plus il faut 3 équerres et 3 barres latérales de 4 m, soit $3\times 4,464+3\times 4=25,392$ (m).
Un tube mesurant 4,5 m il faut donc $\dfrac{25,392}{4,5}\approx 5,64$: 6 tubes sont donc nécessaires à 37 € l'unité ce qui qui représente une dépense de :
$6\times 37=222$ (€).

Exercice 3 **18 points**

Partie A

1. Il y a deux boules avec la lettre G sur 5 boules, d'où $P(G)=\dfrac{2}{5}=\dfrac{4}{10}=0,4$.
2. Les nombres premiers sont : 2, 3 et 5 : il y a 3 cas favorables sur 6, donc la probabilité de gagner est égale à $\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}=0,5$.
3. **a.** On a $0,4<0,5$:c'est le jeu 1 qui a la plus faible probabilité de gagner.
   b. On a $\dfrac{1}{4}=\dfrac{2}{8}$: le numérateur représente le nombre de boules G (on les a déja) et le dénominateur le nombre total de boules (8). Comme on a déjà 5 boules il faut donc en rajouter 3 qui ne soient pas marquées G, par exemple 3 P ou 2P et 1 N.

Partie B

Méthode 1 : principe multiplicatif :
$P(\text{gagner})=P(\text{G})\times P(\text{nombre premier})=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{5}=\dfrac{2}{10}=0,2$.
Méthode 2 On peut faire un tableau à double entrée de 5 colonnes (tirage de l'une des boules) et 6 lignes (arrêt sur l'un des six secteurs).
Les cas favorables sont G1-2, G1-3, G1-5 et G2-2, G2-3 et G2-5 soit 6 cas favorables sur 30, d'où une probabilité de $\dfrac{6}{30}=\dfrac{1\times 6}{6\times 5}=\dfrac{1}{5}=0,2$.

Exercice 4 **22 points**

1. **a.** On a $4^2=16$, puis $16\times 2=32$, puis
   $32+4=36$, puis $36-66=-30$.
   b. $(-3)^2=9$, puis $2\times 9=18$, puis
   $18+(-3)=15$ et $15-66=-51$.
2. **a.** Pour A : on met nombre choisi (pour obtenir le carré).
   Pour B on met 2 (pour calculer le double).
   b. La valeur 5,5 est une valeur possible comme nombre de départ pour que le résultat final soit 0.
3. On nomme x le nombre choisi au départ.
   a. On a successivement :
   $x\,;\quad x^2\,;\quad 2x^2\,;\quad 2x^2+x\,;\quad 2x^2+x-66$.

b. $2x^2 + x - 66 = (2x - 11)(x + 6) = 0$: un produit est nul si l'un des facteurs est nul, soit
$\left\{\begin{array}{lcl} 2x - 11 & = & 0 \\ x + 6 & = & 0 \end{array}\right.$, ou encore $\left\{\begin{array}{lcl} 2x & = & 11 \\ x & = & -6 \end{array}\right.$ et enfin $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & \frac{11}{2} \\ x & = & -6 \end{array}\right.$
Les nombres qui donnent donc comme résultat final 0, sont 5,5 (déjà vu) et -6.

Exercice 5 — 22 points

1. • Les parties rectilignes : six segments, [CB], [AL], [KJ], [IH], [GF] et [ED] d'une longueur de :
$120 + 60 + 60 + 90 + 60 + 90 = 480$ (m).
• Les parties en arc de cercle :
– deux demi-cercles de rayon 60, soit un cercle de rayon 60, de longueur $2 \times \pi \times 60 = 120\pi$ (m) ;
– quatre quarts de cercle de rayon 30 (m), soit un cercle de rayon 30, d'où une longueur de $2 \times \pi \times 30 = 60\pi$ (m).
La longueur totale de la piste est donc égale à : $480 + 120\pi + 60\pi = 480 + 180\pi \approx 480 + 565,487 \approx 1\,045,49$, soit 1 045 (m) à l'unité près.
2. 1 045 m en 72 s représente une vitesse moyenne de $\dfrac{1\,045}{72} \approx 17,42$ (m/s)
3. En 1 heure il parcourt donc $\dfrac{1\,045}{72} \times 3\,600 = 52\,250$ (m/h) soit 52,25 (km/h) : il respecte les règles de sécurité.
4. On rappelle que le professionnel effectue un tour en 60 s et l'amateur en 72 s.
   a. $60 = 6 \times 10 = 2 \times 3 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$.
   $72 = 6 \times 12 = 8 \times 9 = 2^3 \times 3^2$.
   b. Ils se retrouveront ensemble au bout d'un nombre de secondes multiple commun à 60 et 72 ; le plus petit petit multiple commun à 60 et 72 contient tous leurs facteurs premiers soit $2^3 \times 3^2 \times 5 = 72 \times 5 = 360$ (s) soit $\dfrac{360}{60} = 6$ (min).
   c. Au bout de 6 min = 360 s le professionnel aura fait $\dfrac{360}{60} = 6$ (tours) et l'amateur $\dfrac{360}{72} = 5$ (tours).