∽ Corrigé du Brevet des collèges ∾
Polynésie – 9 septembre 2024

Exercice 1 **21 points**

1. On a décomposé ci-dessous cinq nombres en produits de facteurs premiers.

On cherche ceux qui sont divisibles par 21.

Nombre 1	Nombre 2	Nombre 3	Nombre 4	Nombre 5
$2^2 \times 11 \times 23$	$2^4 \times 3^4 \times 11$	$7^3 \times 13 \times 17$	$2 \times 3 \times 5 \times 7$	$2^3 \times 3^2 \times 7$

- Nombre 4 : $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 2 \times 5 \times 3 \times 7 = 2 \times 5 \times 21$ donc divisible par 21.
- Nombre 5 : $2^3 \times 3^2 \times 7 = 2^3 \times 3 \times 3 \times 7 = 2^3 \times 3 \times 21$ donc divisible par 21.

2. L'écriture scientifique du nombre 0,000 002 76 est $2,76 \times 10^{-6}$.

3. La comète Hale-Bopp a atteint la vitesse de 2 640 km/min.

En km/s, sa vitesse est de $\dfrac{2\,640}{60}$, et en m/s, elle est de $\dfrac{2\,640}{60} \times 1\,000$ soit 44 000.

4. Les solutions de l'équation $(2x-7)(3x+1) = 0$ sont les nombres x tels que $2x-7 = 0$ ou $3x+1 = 0$.

- $2x-7 = 0$ équivaut à $2x = 7$ qui équivaut à $x = \dfrac{7}{2}$.
- $3x+1 = 0$ équivaut à $3x = -1$ qui équivaut à $x = -\dfrac{1}{3}$.

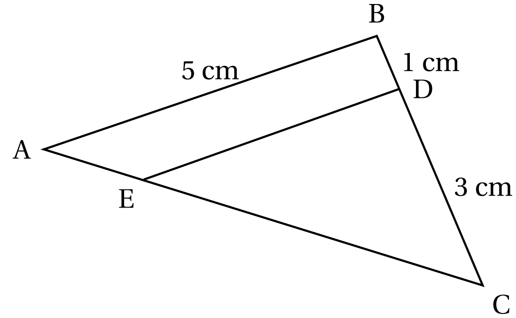
L'équation $(2x-7)(3x+1) = 0$ a donc pour solutions $x = \dfrac{7}{2}$ et $x = -\dfrac{1}{3}$.

5. On considère la fonction f définie par $f(x) = 5x^2+2$.

L'image de -3 par la fonction f est : $f(-3) = 5 \times (-3)^2 + 2 = 5 \times 9 + 2 = 45 + 2 = 47$.

6. Sur la figure ci-contre (qui n'est pas à l'échelle) :

- les points A, E et C sont alignés ;
- les points B, D et C sont alignés ;
- les droites (AB) et (ED) sont parallèles ;
- AB = 5 cm, BD = 1 cm, CD = 3 cm.



Les points A, E et C sont alignés, les points B, D et C sont alignés, et les droites (AB) et (ED) sont parallèles, donc on peut appliquer le théorème de Thalès dans les triangles CDE et CBA : $\dfrac{CD}{CB} = \dfrac{DE}{BA}$.

$CD = 3$, $DB = 1$ et $CB = CD + DB$ donc $CB = 3 + 1 = 4$

De plus, $BA = 5$ donc $\dfrac{3}{4} = \dfrac{DE}{5}$ donc $DE = \dfrac{5 \times 3}{4} = 3,75$.

Donc DE mesure $3,75$ cm.

Exercice 2 — 20 points

On a relevé dans une feuille de calcul les températures maximales Tmax (en °C) atteintes à Strasbourg le 25 juin de chaque année de 2010 à 2018 (source : meteociel.fr).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
2	Tmax	29	23,1	22,6	17,4	23,4	25,7	25,2	26	24
3										
4	Moyenne									
5	Médiane	24								
6	Étendue	11,6								

1. La formule à saisir dans la case B4 pour calculer la moyenne de la série est :
   $\boxed{\text{= SOMME(B2 : J2) / 9}}$

2. $\dfrac{29 + 23,1 + 22,6 + 17,4 + 23,4 + 25,7 + 25,2 + 26 + 24}{9} = \dfrac{216,4}{9} \approx 24,04$

   Donc une valeur approchée au degré Celsius près de la moyenne de la série est 24 ° C.

3. Le nombre 24 est la médiane de cette série veut dire qu'il y a, dans la série, au moins la moitié de nombres inférieurs ou égaux à 24, et au moins la moitié de nombres supérieurs ou égaux à 24.

4. Pour cette question seulement, on considère la série des températures maximales atteintes à Strasbourg le 25 juin de chaque année de 2010 à 2019.

   On sait que l'étendue des températures de cette nouvelle série est égale à $18,5$ ° C.

   La température la plus basse est de $17,4$ °, et l'étendue est la différence entre la température la plus élevée et la température la plus basse.
   Donc la température la plus élevée est de $17,4 + 18,5$ soit $35,9$ °.

   Comme ce n'est la température d'aucune des années entre 2010 et 2018, c'est donc le 25 juin 2019 qu'il a fait $35,9$ ° C.

Les questions suivantes portent sur la série des températures maximales atteintes à Strasbourg le 25 juin de chaque année de 2010 à 2018.

5. On crée 9 fiches, une par année, sur lesquelles figure la température maximale atteinte le 25 juin de l'année. On prend une fiche au hasard. Chacune des fiches a la même probabilité d'être tirée.

On range les 9 températures en ordre croissant.

17,4	22,6	23,1	23,4	24	25,2	25,7	26	29

a. Sur les 9 températures, il n'y a qu'une seule fois 26° C; donc la probabilité que la température écrite sur cette fiche soit égale à 26° C est égale à $\dfrac{1}{9}$.

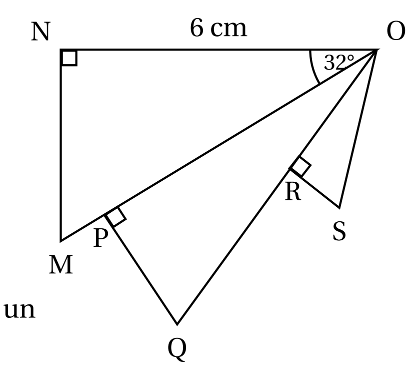
b. Sur les 9 températures, il y en a 5 qui sont inférieures ou égales à 24° C, donc la probabilité que la température écrite sur cette fiche soit inférieure ou égale à 24° C est égale à $\dfrac{5}{9}$.

c. Sur les 9 températures, il y en a 4 qui sont supérieures à 25° C, donc la probabilité que la température écrite sur cette fiche soit supérieure à 25° C est égale à $\dfrac{4}{9}$ soit $\dfrac{4}{9} \times 100 \approx 44,4\,\%$.
Donc on a raison de dire que l'on a plus de 40 % de chance de prendre une fiche sur laquelle la température est supérieure à 25° C.

Exercice 3 — 17 points

Sur la figure ci-contre, qui n'est pas à l'échelle,

- le triangle ONM est rectangle en N,
- le triangle OPQ est rectangle en P,
- le triangle ORS est rectangle en R,
- ON = 6 cm et $\widehat{\text{MON}} = 32°$.
- P est un point du segment [OM] et R est un point du segment [OQ].



1. Dans le triangle OMN rectangle en N, on a :

$\tan\left(\widehat{\text{MON}}\right) = \dfrac{\text{MN}}{\text{ON}}$ donc $\text{MN} = \text{ON} \times \tan\left(\widehat{\text{MON}}\right) = 6 \times \tan(32) \approx 3,7$.

2. On donne PQ = 2,5 cm et OQ = 6,5 cm.

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle OPQ rectangle en P :

$\text{OP}^2 + \text{PQ}^2 = \text{OQ}^2$ donc $\text{OP}^2 = \text{OQ}^2 - \text{PQ}^2 = 6,5^2 - 2,5^2 = 42,25 - 6,25 = 36$
donc OP = 6 cm.

3. ON = OP = 6 mais MN ≈ 3,7 etPQ = 2,5 donc MN ≠ PQ ; les triangles rectangles ONM et OPQ n'ont pas leurs côtés de l'angle droit égaux, donc ce ne sont pas des triangles égaux.

4. On sait que le triangle OPQ est un agrandissement du triangle ORS et que OS = $3,25$ cm.

   OS est l'hypoténuse du triangle ORS et OS = $3,25$ cm. OQ est l'hypoténuse du triangle OPQ et OQ = $6,5$ cm. Comme $6,5 = 2 \times 3,25$, on peut dire que le triangle OPQ est un agrandissement du triangle ORS de facteur 2, et donc que l'aire du triangle OPQ est 4 fois plus grande que l'aire du triangle ORS.

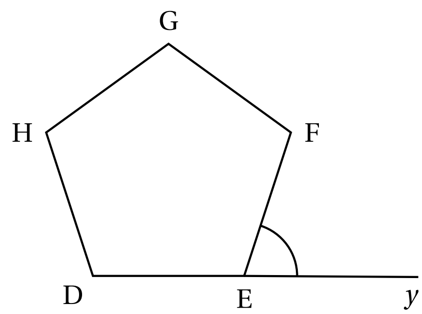
   L'aire du triangle OPQ est : $\dfrac{\text{OP} \times \text{PQ}}{2} = \dfrac{6 \times 2,5}{2} = 7,5$.

   L'aire du triangle OPQ est 4 fois plus grande que l'aire du triangle ORS donc l'aire du triangle ORS est 4 fois plus petite que l'aire du triangle OPQ, donc est égale à : $\dfrac{7,5}{4}$ c'est-à-dire 1,875 cm^2.

Exercice 4 **19 points**

1. Sur la figure ci-contre, DEFGH est un pentagone régulier et le point E appartient à la demi-droite [Dy).

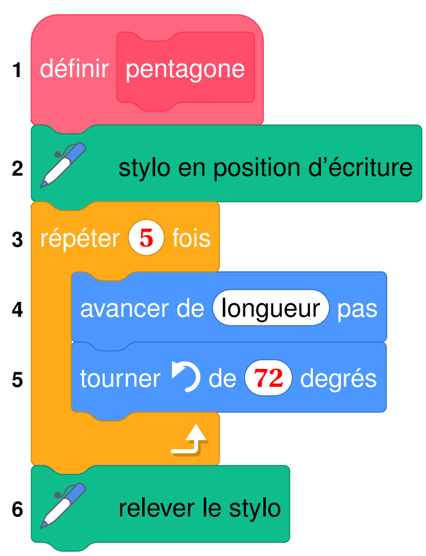
   On admet que tous les angles du pentagone régulier mesurent 108 degrés.



   $\widehat{\text{DEF}} + \widehat{\text{FE}y} = 180$; or $\widehat{\text{DEF}} = 108$ donc $\widehat{\text{FE}y} = 180 - 108 = 72$

   L'angle $\widehat{\text{FE}y}$ mesure donc 72 degrés.

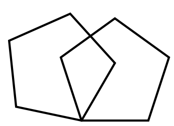
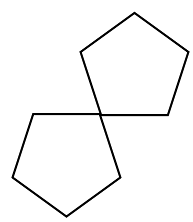
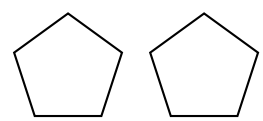
2. **a.** On complète les lignes 3 et 5 du bloc « pentagone » pour obtenir un pentagone régulier.



b. Camille, Lou et Zoé ont chacun codé un programme qui trace un pentagone et son image par l'une des transformations suivantes : translation, symétrie centrale, rotation.

Programme de Camille	Programme de Lou	Programme de Zoé
1 Quand 🏁 est cliqué 2 effacer tout 3 aller à x : 0 y : 0 4 s'orienter à 90 5 mettre longueur ▾ à 60 6 pentagone 7 avancer de 120 pas 8 pentagone	1 Quand 🏁 est cliqué 2 effacer tout 3 aller à x : 0 y : 0 4 s'orienter à 90 5 mettre longueur ▾ à 60 6 pentagone 7 tourner ↺ de 60 degrés 8 pentagone	1 Quand 🏁 est cliqué 2 effacer tout 3 aller à x : 0 y : 0 4 s'orienter à 90 5 mettre longueur ▾ à 60 6 pentagone 7 tourner ↺ de 180 degrés 8 pentagone

Les trois élèves ont effectué une copie d'écran de ce qu'ils ont obtenu sans indiquer ni leur prénom ni le nom de la transformation choisie.

Copie d'écran 1	Copie d'écran 2	Copie d'écran 3
		

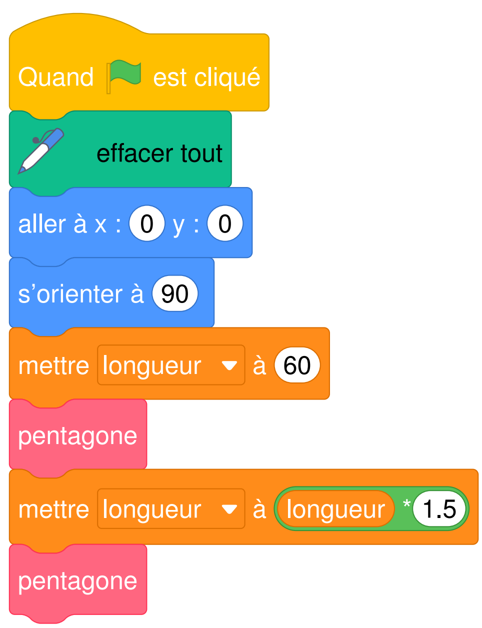
On complète le tableau ci-dessous, en associant le prénom de l'élève au numéro de sa copie d'écran ainsi qu'au nom de la transformation qu'il a choisie.

Nom de l'élève	Numéro de la copie d'écran	Nom de la transformation
Camille	3	translation
Lou	1	rotation
Zoé	2	symétrie centrale

c. Sofia souhaite illustrer à l'aide d'un programme l'effet d'une homothétie sur un pentagone.
On complète le tableau, en indiquant l'ordre d'apparition de chacune des instructions dans le programme de Sofia.

Instruction	Ordre d'apparition de l'instruction dans le programme de Sofia
effacer tout	2^{e}
s'orienter à 90	4^{e}
pentagone	6^{e}
Quand [drapeau] est cliqué	1re
mettre longueur à 60	5^{e}
aller à x : 0 y : 0	3^{e}
pentagone	8^{e}
mettre longueur à longueur * 1.5	7^{e}

Ce qui donne le programme suivant :



Exercice 5 **23 points**

La piscine du camping « le Rocher » dispose d'un bassin circulaire de forme cylindrique de rayon $R = 3,60$ m et de hauteur $h = 1,50$ m. En fin de saison, on utilise une pompe dont le débit est de $14,1\ \text{m}^3/\text{h}$ pour vider l'eau de la piscine.

1. Le volume du bassin est $V = \pi R^2 h = \pi \times 3,6^2 \times 1,5 \approx 61,07$.

   Donc le volume du bassin, arrondi au dixième de m^3, est $61,1\text{m}^3$.

2. Le bassin est plein. On met en route la pompe.

   En une heure, la pompe vide $14,1\ \text{m}^3$, donc en 2 heures, elle vide $2 \times 14,1$ soit $28,2\ \text{m}^3$.

   $61,1 - 28,2 = 32,9$ donc au bout de 2 heures, il reste $32,9\ \text{m}^3$ à vider.

On considère la fonction $V : t \longmapsto 61,1 - 0,235t$.

3. **a.** La pompe vide $14,1\ \text{m}^3$ par heure donc $\dfrac{14,1}{60}$ soit $0,235\ \text{m}^3$ par minute.

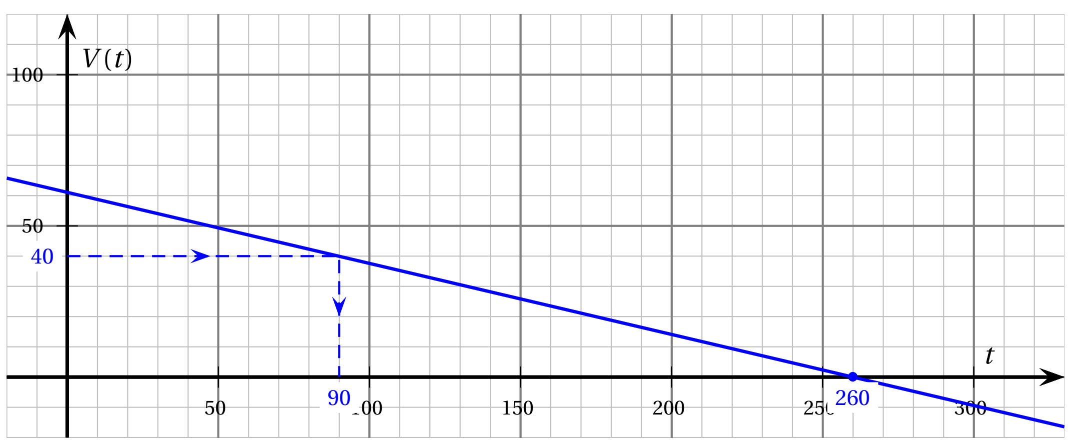
   En t minutes, elle vide $0,235t\ \text{m}^3$; il en reste donc $61,1 - 0,235t$ à vider.

   b. Le temps nécessaire pour que le volume d'eau restant à vider soit égal à $30\ \text{m}^3$ est le temps t tel que $V(t) = 30$. On résout cette équation.

   $V(t) = 30$ équivaut à $61,1 - 0,235t = 30$ équivaut à $61,1 - 30 = 0,235t$ équivaut à $31,1 = 0,235t$ équivaut à $\dfrac{31,1}{0,235} = t$

   $\dfrac{31,1}{0,235} \approx 132,34$ donc le temps nécessaire pour que le volume d'eau restant à vider soit égal à $30\ \text{m}^3$ est 132 minutes.

4. On a tracé ci-dessous une partie de la représentation graphique de la fonction V.



   a. D'après le graphique, l'antécédent de 40 par la fonction V est environ 90.
   Au bout de 90 minutes, il reste donc $40\ \text{m}^3$ à vider.

   b. D'après le graphique, le temps nécessaire pour que la pompe vide complètement le bassin est d'environ 260 minutes.