# Corrigé du baccalauréat ST2S Antilles–Guyane 20 juin 2011

**EXERCICE 1** **7 points**

Voici le nombre de victimes tuées sur les routes de France depuis l'année 2004.

| Année | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $x_i$ | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Nombre de tués $y_i$ | 5 232 | 5 318 | 4 709 | 4 620 | 4 275 | 4 262 |

*Source : Insee*

1. Calculons le taux d'évolution du nombre de tués sur les routes entre 2004 et 2009. Le taux d'évolution $t$ est défini par $\frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $t = \dfrac{4262 - 5232}{5232} = -0,1854$.

   Le taux d'évolution du nombre de tués sur les routes entre 2004 et 2009 est de $-18,5\,\%$.

2. Le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;y_i)$ a été construit page 5 dans un repère orthogonal dont les unités sont :

   sur l'axe des abscisses : 1 cm pour un rang d'année (on graduera à partir de 0) ;

   sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 200 tués (on graduera à partir de 3 600 tués)

3. **a.** Calculons les coordonnées du point G, point moyen du nuage de points. Les coordonnées de G sont $(\overline{x}\,;\,\overline{y})$.

$$\overline{x}_G = \frac{4+5+\cdots+8+9}{6} = 6,5 \quad \overline{y}_G = \frac{5232+5318+\cdots+4275+4262}{6} = 4736$$

   **b.** G (6,5 ; 4 736) est placé sur le graphique précédent.

4. On considère la droite $\mathscr{D}$, d'équation $y = -232x + 6244$.

   On suppose que la droite $\mathscr{D}$ réalise un bon ajustement du nuage de points.

   **a.** Le point $G$ appartient à la droite $\mathscr{D}$ si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite. Pour ce faire, remplaçons $x$ par sa valeur et calculons l'ordonnée du point de la droite. $y = -232 \times 6,5 + 6244 = 4736$. Cette ordonnée est celle de $G$ par conséquent le point $G$ appartient bien à la droite $\mathscr{D}$.

   **b.** Cette droite $\mathscr{D}$ est tracée sur le graphique précédent.

   **c.** En utilisant le graphique, donnons une estimation du nombre de tués sur les routes en 2011.

   Pour ce faire lisons l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 11 correspondant au rang de l'année 2011.

   Avec la précision permise par le graphique, nous pouvons estimer à environ 3 690 le nombre de tués sur les routes en 2011.

   **d.** Par le calcul remplaçons $x$ par 11 dans l'équation de la droite. $y = -232 \times 11 + 6244 = 3692$.

   Nous retrouvons sensiblement l'estimation précédente .

**EXERCICE 2** **5 points**

Pour traiter un malade, un médecin a le choix entre deux modes d'administration du même médicament :

- La voie orale : le malade ingère le médicament. La substance active est absorbée et passe alors progressivement dans le sang pour être ensuite éliminée.
- La voie intraveineuse : le produit est injecté directement dans le sang du malade et la substance est progressivement éliminée.

Par ailleurs, le médicament est efficace lorsque la concentration du produit actif dans le sang est supérieure ou égale à 40 mg/$\ell$. Le seuil maximal à ne pas dépasser pour éviter les effets secondaires est de 90 mg/$\ell$.

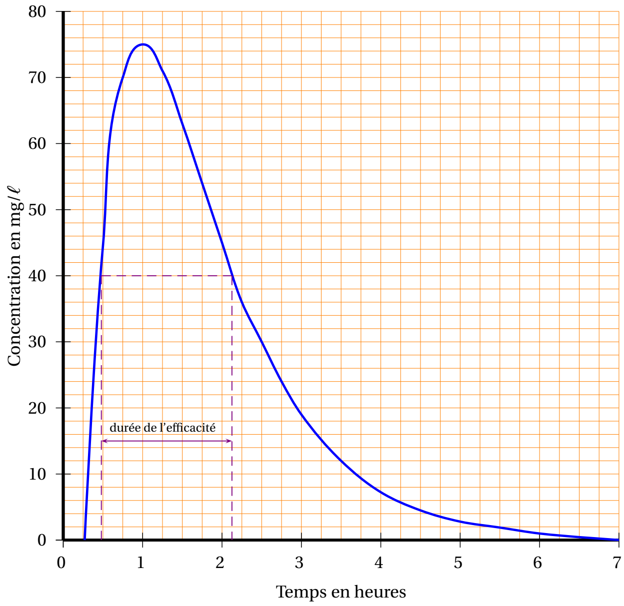
**Partie A : Voie orale**

La courbe ci-dessous représente la concentration en mg/$\ell$ du produit actif dans le sang du malade en fonction du temps écoulé depuis l'administration du médicament en heures. À l'instant $t = 0$ le malade a ingéré le médicament.

1. Le médecin a respecté la dose à ne pas dépasser puisque le maximum de la fonction est d'environ 75 mg/$\ell$, nombre inférieur à 90 mg/$\ell$ dose à ne pas dépasser .

2. La notice indique que le médicament reste efficace environ 1 heure 45 minutes.

   Traçons la droite d'équation $y = 40$ et lisons les abscisses des points d'intersection de cette droite avec la courbe. Avec la précision permise par le graphique, cette droite coupe la courbe aux points d'abscisse environ 0,5 et d'environ 2,13. Nous obtenons un intervalle d'amplitude 1,63 un peu inférieure à 1,75. Par conséquent, nous pouvons estimer que le médicament reste efficace environ 1 heure 45 minutes.

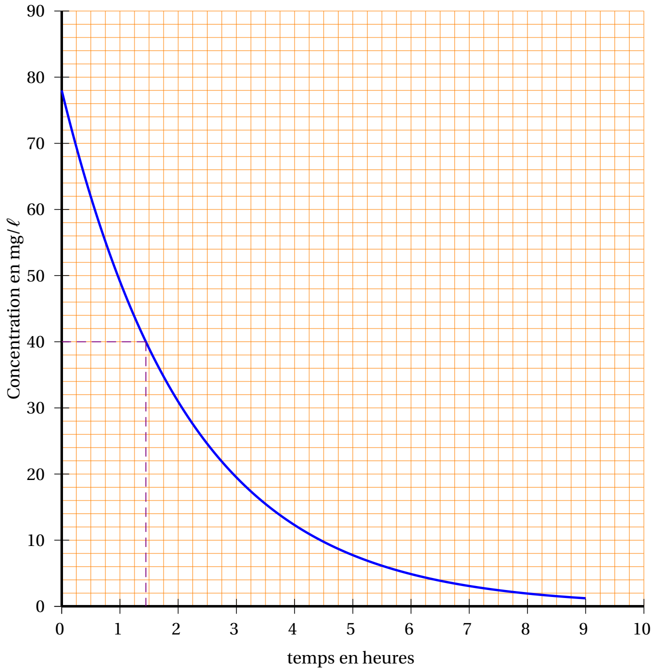



**Partie B : Voie intraveineuse**

La fonction $C$ définie sur $[0\,;\,9]$ par $C(t) = 78 \times 0,63^t$ donne la concentration en mg/$\ell$ du produit actif dans le sang du malade, en fonction du temps $t$, exprimé en heures, écoulé depuis l'injection.

Le produit est injecté à l'instant $t = 0$.

On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction $C$.




1. Calculons la concentration du produit actif dans le sang du malade 2 heures 30 minutes après l'injection.

   Calculons $C(2{,}5)$. $C(2{,}5) = 78 \times 0{,}63^{2{,}5} = 24{,}5723$

   La concentration du produit actif dans le sang du malade 2 heures 30 minutes après l'injection est de 24,6 mg/$\ell$.

2. Le médicament n'est plus efficace après 2 heures 30 minutes car la concentration est alors bien inférieure à 40 mg/$\ell$ dose minimale pour laquelle le médicament est efficace.

3. En utilisant le graphique, nous pouvons estimer que le médicament reste efficace pendant environ une heure et demie. Soient M le point de coordonnées $(0\,;\,40)$ et P le point d'intersection de la courbe avec la droite d'équation $y = 40$. La différence des abscisses entre ces deux points est d'environ 1,5. Ceci correspond à une heure et demie.

4. Résolvons dans $[0\,;\,9]$ l'inéquation $C(t) \geqslant 40$.

   $78 \times 0{,}63^t \geqslant 40 \iff \log 0{,}63^t \geqslant \log \dfrac{20}{39} \iff t \log 0{,}63 \geqslant \log \dfrac{20}{39} \iff t \leqslant \dfrac{\log \frac{20}{39}}{\log 0{,}63}$ car $\log 0{,}63 < 0$.

   $\dfrac{\log \frac{20}{39}}{\log 0{,}63} \approx 1{,}4454$. L'ensemble des solutions de cette inéquation est $\left[0\,;\, \dfrac{\log \frac{20}{39}}{\log 0{,}63}\right]$.

   Nous retrouvons bien la réponse précédente, plus précisément le médicament reste efficace durant environ une heure et vingt-six minutes.

## EXERCICE 3 **8 points**

On s'intéresse à l'évolution de l'espérance de vie à la naissance des hommes et des femmes vivants en France métropolitaine.

L'évolution de cette espérance de vie, entre 1996 et 2006, est présentée dans la feuille de calcul ci-dessous :

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Année | Espérance de vie à la naissance des hommes | | Espérance de vie à la naissance des femmes | |
| 2 | 1996 | 74,1 | | 82,0 | |
| 3 | 1997 | 74,5 | 0,4 | 82,3 | |
| 4 | 1998 | 74,8 | | 82,4 | +0,12 % |
| 5 | 1999 | 75,0 | 0,2 | 82,5 | +0,12 % |
| 6 | 2000 | 75,3 | 0,3 | 82,8 | +0,36 % |
| 7 | 2001 | 75,5 | 0,2 | 82,9 | +0,12 % |
| 8 | 2002 | 75,7 | 0,2 | 83,0 | +0,12 % |
| 9 | 2003 | 75,9 | 0,2 | 82,9 | −0,12 % |
| 10 | 2004 | 76,7 | 0,8 | 83,8 | +1,09 % |
| 11 | 2005 | 76,8 | 0,1 | 83,8 | +0,00 % |
| 12 | 2006 | 77,2 | 0,4 | 84,2 | +0,48 % |
| 13 | | Moyenne : | 0,31 | Moyenne : | +0,27 % |

*Source : Insee*

On se propose de modéliser cette évolution pour les hommes et les femmes afin de déterminer une estimation de leur espérance de vie en 2011.

**Partie A :**

1. On a entré dans la cellule C3, la formule $\boxed{= \text{B3} - \text{B2}}$ puis on a recopié vers le bas cette formule.

   Nous obtenons dans la cellule C4 la formule $\boxed{= \text{B4} - \text{B3}}$. Le résultat affiché dans cette cellule est 0,3.

2. Une formule qui a pu être utilisée pour obtenir dans la cellule C13 la moyenne des valeurs entrées dans la plage C3 : C12 est : =moyenne(C3 :C12).

3. On suppose alors qu'à partir de 2006, l'espérance de vie à la naissance des hommes augmente de $0,3$ année par an. Pour $n$ entier positif, on note $U_n$ l'espérance de vie à la naissance des hommes en $2006 + n$. On a donc $U_0 = 77,2$. On admet que la suite $(U_n)$ est arithmétique de raison $r = 0,3$.

   **a.** Exprimons $U_n$ en fonction de $n$. Le terme général d'une suite arithmétique de premier terme $u_0$ et de raison $r$ est $u_n = u_0 + nr$.
   Nous avons alors $U_n = 77{,}2 + 0{,}3n$.

   **b.** Une estimation de l'espérance de vie à la naissance des hommes en 2011 est $U_5$. $U_5 = 77{,}2 + 0{,}3 \times 5 = 78{,}7$.

**Partie B :**

1. Dans la cellule E3, on a entré la formule $\boxed{\text{=(D3-D2)/D2}}$.

   **a.** Le calcul effectué est $\dfrac{82{,}3 - 82{,}0}{82{,}0} \approx 0{,}003\,658$.
   La valeur qui apparaît dans la cellule E3 (format pourcentage arrondi à 0,01 % près) est 0,37 %.

   **b.** Ce résultat signifie que l'espérance de vie à la naissance des femmes a crû de 0,37 % entre 1996 et 1997.

2. On suppose qu'à partir de 2006, l'espérance de vie à la naissance des femmes augmente de 0,27 % par an. Pour $n$ entier positif, on note $V_n$ l'espérance de vie à la naissance des femmes en $2006 + n$. On a donc $V_0 = 84,2$.

   **a.** À un taux d'augmentation de 0,27 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,002 7.
   Chaque année l'espérance de vie à la naissance est multipliée par 1,002 7 par conséquent pour tout entier naturel $n$, $V_{n+1} = 1{,}002\,7 V_n$.
   Par définition, la suite $(V_n)$ est une suite géométrique de raison 1,002 7 et de premier terme 84,2.

**b.** Le terme général d'une suite géométrique de premier terme $u_0$ et de raison $q$ est $u_n = u_0 \times (q)^n$.
$V_n = 84{,}2 \times (1{,}0027)^n$.

**c.** Une estimation de l'espérance de vie à la naissance des femmes en 2011 en utilisant la suite $(V_n)$ est $V_5$. $V_5 = 84{,}2 \times (1{,}0027)^5 \approx 85{,}3$ à 0,1 près.

**3.** Déterminons la première année, qui selon ce modèle, correspondant à une espérance de vie à la naissance supérieure ou égale à 86 ans pour les femmes. Résolvons $u_n \geqslant 86$.

$84{,}2 \times (1{,}0027)^n \geqslant 86 \iff 1{,}0027^n \geqslant \dfrac{430}{421} \iff n \log 1{,}0027 \geqslant \log \frac{430}{421} \iff n \geqslant \dfrac{\log \frac{430}{421}}{\log 1{,}0027}$.

$\dfrac{\log \frac{430}{421}}{\log 1{,}0027} \approx 7{,}845$.

Le plus petit indice $n$ est 8. En 2014, l'espérance de vie à la naissance sera supérieure ou égale à 86 ans pour les femmes.