Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant
Nouvelle Calédonie Novembre 2020

EXERCICE 1 : (6 points)

Les résultats seront donnés à l'entier près.

Depuis le dernier mondial, le nombre de licenciées en football féminin est en hausse annuelle de 15 % par an. On considère dans cet exercice que cela restera désormais vrai chaque année.

En 2019, en France, il y avait 184 228 licenciées femmes.
(*Source :* www.mouv.fr)

Pour tout entier n, on note u_n, le nombre de licenciées femmes en France l'année $2019 + n$.

1. **a.** Donnons la valeur de u_0. Par lecture du texte nous avons $u_0 = 184228$.

   b. Calculons u_1. Le nombre de licenciées subissant une hausse de 15 %, le coefficient multiplicateur associé à cette évolution est 1,15. Ainsi $u_1 = 1,15 \times u_0$ d'où
   $u_1 = 1,15 \times 184228 \approx 211862$.
   Ce résultat correspond au nombre de licenciées femmes en 2020.

   c. Pour déterminer le terme suivant de la suite, nous multiplions chaque terme par le même nombre, ici 1,15. Il en résulte que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,15 et de premier terme $u_0 = 184228$. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 \times (q)^n$.
   $u_n = 184226 \times (1{,}15)^n$.

   d. En utilisant le terme général de la suite géométrique défini à la question précédente, sachant que 2026=2019 +7, le nombre de licenciées femmes que l'on peut espérer en France en 2026 est alors u_7. En remplaçant n par 7 nous obtenons
   $u_7 = 184228 \times 1,15^7 \approx 490050$.

2. La FFF (Fédération Française de Football) espère atteindre la barre des 1 million de licenciées femmes d'ici 2031.

   a. L'algorithme donné en **Annexe A (à rendre avec la copie après avoir été numérotée)**, qui permet, à la fin de son exécution, de déterminer la valeur **N** pour laquelle la barre du million de licenciées femmes est atteinte, y est complété.

   b. L'algorithme donne **N=13**.
   L'année où le million de licenciées sera atteint, est 2019+13=2032, il est manifeste que la FFF n'atteindra pas ses objectifs.

   c. Déterminons la valeur du pourcentage de hausse annuelle constant à planifier pour que la FFF atteigne ses objectifs en 2031.
   Appelons t ce taux. Le coefficient multiplicateur associé est donc $1 + t$. En 2031, nous avons alors $n = 12$.
   Déterminons t pour que $184228 \times (1 + t)^{12} = 1000000$
   $(1+t)^{12} = \dfrac{1000000}{184228}$ d'où $t = \left(\dfrac{1000000}{184228}\right)^{1/12} - 1$
   $t \approx 0{,}15138$.
   Pour atteindre l'objectif d'un million de licenciées en 2031, il faudrait que la hausse annuelle soit de 15,2 %, valeur arrondie à 10^{-1} près

EXERCICE 2 : (5 points)

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

On s'intéresse au volume annuel de lait produit, en litres, par une brebis dans un troupeau.
Pour une brebis prélevée au hasard, ce volume est une variable aléatoire X distribuée selon la loi normale de moyenne μ= 119 et d'écart type σ= 19.

1. **a.** Déterminons $P(100 \leqslant X \leqslant 138)$.

   En utilisant une calculatrice, $P(100 \leqslant X \leqslant 138) \approx 0{,}682$.

   Remarque : On pouvait s'apercevoir que 100=µ−σ*et* 138= µ+σ*d'où le résultat.*

   La valeur obtenue dans le contexte de l'exercice peut s'interpréter comme la probabilité que la brebis produise entre 100 et 138 litres de lait par an

   b. Déterminer la probabilité qu'une brebis prélevée au hasard dans le troupeau produise moins de 100 litres de lait par an. Pour ce faire, calculons $P(X \leqslant 100)$.

   $P(X \leqslant 100) \approx 0,159$.

On considère, pour la suite de l'exercice, que la probabilité de prélever au hasard une brebis qui produise moins de 100 litres de lait par an est 0,16.

2. Dans un élevage de brebis, on prélève un échantillon de 56 brebis. Le nombre de brebis est suffisamment important pour que le choix puisse être assimilé à un tirage successif avec remise.

   On note Y la variable aléatoire égale au nombre de brebis qui produisent moins de 100 litres de lait par an parmi les 56 brebis.

   a. Justifions que la loi de probabilité de Y est la loi binomiale de paramètres $n = 56$ et $p = 0,16$.

   Y est distribuée selon la loi binomiale de paramètres $n = 6$ et $p = 0{,}99$ puisque il y a répétition de 56 tirages indépendants et identiques caractérisés par deux issues soit la brebis produit moins de cent litres de lait par an avec une probabilité $p = 0,16$ soit elle produit plus de cent litres de lait par an de probabilité $q = 1 - p = 0,84$.

   Par conséquent, $p(Y = k) = \binom{56}{k}(0{,}16)^k(0{,}84)^{6-k}$.

   b. Déterminer la probabilité qu'il y ait strictement moins de 6 brebis produisant moins de 100 litres par an.

   Déterminons $p(Y < 6)$ arrondi à 10^{-3} près

   $p(Y < 6) = P(0 \leqslant Y \leqslant 5) \approx 0{,}098$.

   c. Les brebis qui produisent moins de 100 litres de lait par an sont destinées à la vente.

   Le nombre de brebis de cet échantillon que l'éleveur peut espérer vendre est $56 \times 0.098 \approx 5$.

EXERCICE 3 : (5 points)

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{1+\mathrm{e}^{-x}}$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal.

1. Déterminons la limite de f en $+\infty$.

   $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{-x} = 0, \quad \lim_{x\to+\infty} 1+\mathrm{e}^{-x} = 1, \quad \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{1+\mathrm{e}^{-x}} = 1.$

   Interprétons graphiquement.

   La courbe représentative de f admet la droite d'équation $y = 1$ comme asymptote au voisinage de $+\infty$.

2. On note f' la dérivée de la fonction f sur $[0\,;\,+\infty[$.

   a. Déterminer $f'(x)$ pour tout réel x de $[0\,;\,+\infty[$.

   Nous pouvons considérer f de la forme $\dfrac{1}{v}$ avec $v(x) = 1+\mathrm{e}^{-x}$.

   Nous avons alors $f' = \dfrac{-v'}{v^2}$ où v' est la fonction dérivée de v.

   $v'(x) = -\mathrm{e}^{-x}$ d'où $f'(x) = \dfrac{-\mathrm{e}^{-x}}{(1+\mathrm{e}^{-x})^2}$.

b. Étudions d'abord le signe de $f'(x)$.

Pour tout $x \in [0~;~+\infty[$, $\quad \text{e}^{-x} > 0$ ainsi que $(1+\text{e}^{-x})^2$. Il en résulte que pour tout $x \in [0~;~+\infty[f'(x) > 0$ comme quotient de deux termes strictement positifs.

Déduisons en le sens de variation de f.

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors la fonction f est strictement croissante sur I.

Sur $[0~;~1+\infty[$, $f'(x) > 0$ par conséquent f est strictement croissante sur cet intervalle.

3. Le tableau de valeurs est complété dans l'**Annexe B (à rendre avec la copie après avoir été numérotée)**.

Remarque : Nous ne pouvons remplir le tableau que pour les réels positifs, la fonction n'étant pas définie pour les réels strictement négatifs.

4. La courbe représentative de la fonction f a été tracée dans le repère orthogonal $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ donné en **Annexe B**.

EXERCICE 4 : (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple, donné en **Annexe C (à rendre avec la copie après en avoir numéroté la feuille)**.

Pour chaque proposition, une seule réponse est exacte.

Une réponse exacte rapporte un point, une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'enlève et n'ajoute pas de point.

Cocher, pour chaque proposition, la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.

ANNEXE A (à compléter, numéroter et à rendre avec la copie)

EXERCICE 1

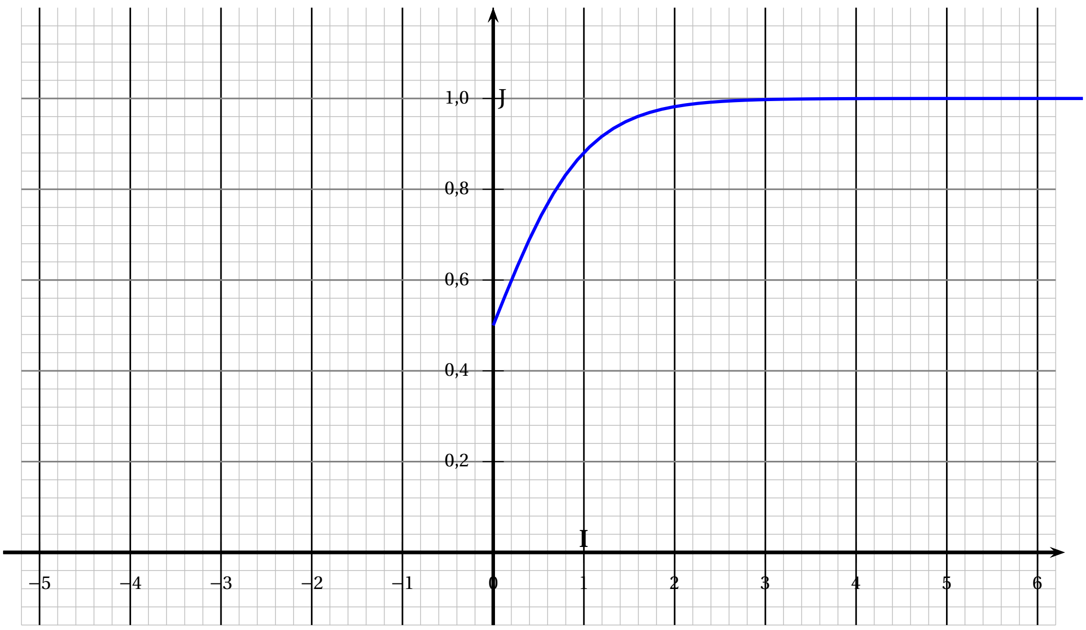
```
U réel, N entier
U prend la valeur 184 228
N prend la valeur 0
    Tant que U< 10^6.. faire
    U prend la valeur 1,15 U..........
N prend la valeur N+1
Fin tant que
Afficher N
```

ANNEXE B (à compléter, numéroter et à rendre avec la copie)

EXERCICE 3

Les résultats seront donnés à 10^{-2} près.

x	-4	-2	$-1,5$	$-0,5$	0	$0,5$	1	2	4
$f(x)$	f non définie	f non définie	f non définie	f non définie	0,50	0,73	0,88	0,98	1



ANNEXE C (à compléter, numéroter et à rendre avec la copie)

EXERCICE 4

1. Un biologiste réalise une étude sur le nombre de souriceaux par portée des souris d'un laboratoire. L'étude a été effectuée sur 72 souris.

Nombre de souriceaux par portée	5	6	7	8	9	10
Effectif	7	12	22	19	8	4

☐ ~~La moyenne est 7,5~~ ☐ ~~L'écart type est environ 1,7~~ ☑ L'écart type est environ 1,3

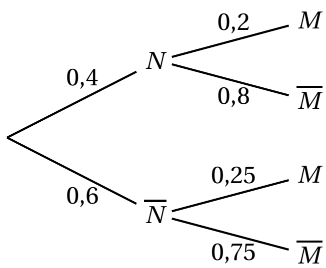
2. Soit f la fonction définie sur $\left]\dfrac{4}{3}\,;\,+\infty\right[$ par $f(x) = \ln(3x-4)$.

Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 2 est :

☑ $y = \frac{3}{2}x - 3 + \ln 2$ ☐ $\cancel{y = \ln[2(x-2)] + \frac{1}{2}}$

☐ $\cancel{y = 2x - 4 + \ln 2}$ ☐ ~~aucune des réponses précédentes~~

3. Soit l'arbre de probabilité :



☐ $\cancel{P(M) = 0,45}$ ☑ $P(M) = 0,23$ ☐ $\cancel{P(M) = 1,55}$ ☐ $\cancel{P_M(N) = 0,2}$

4. Donner la valeur exacte de l'intégrale $\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x$

☐ $\cancel{0,49}$ ☐ $\cancel{\mathrm{e}^{-4}} - 1$ ☑ $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-4}$ ☐ ~~aucune des réponses précédentes~~