

∞ Corrigé du Baccalauréat STI2D ∞
 Épreuve d'enseignement de spécialité
 Métropole 9 septembre 2025 sujet de secours

Physique-Chimie et Mathématiques

EXERCICE 1 (physique-chimie et mathématiques) **5 points**

Transferts thermiques dans une glacière

On souhaite savoir combien de temps une boisson peut rester au frais dans une glacière. On considère que la boisson reste fraîche tant que sa température est inférieure à 17°C .

Partie 1

On considère une glacière réfrigérante comprenant un dispositif de refroidissement de ce qu'elle contient. La paroi de la glacière est composée de deux couches de polypropylène (PP) d'épaisseur $e_{\text{PP}} = 0,25 \text{ cm}$ et d'une couche de mousse de polyuréthane (PU) d'épaisseur $e_{\text{PU}} = 4,5 \text{ m}$.

On donne les conductivités thermiques des matériaux :

- Polypropylène (PP) : $\lambda_{\text{PP}} = 0,20 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$.
- Mousse polyuréthane (PU) : $\lambda_{\text{PU}} = 0,025 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$.

On rappelle que la résistance thermique surfacique r_{th} d'une paroi constituée d'un matériau unique est donnée par la relation :

$$r_{\text{th}} = \frac{e}{\lambda}$$

où e est l'épaisseur du matériau (en m) et λ sa conductivité thermique (en $\text{W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$).

La résistance thermique R_{th} d'une paroi de surface S est donnée par la relation :

$$R_{\text{th}} = \frac{r_{\text{th}}}{S}$$

Q1. Calculer la valeur de la résistance thermique surfacique de la couche de mousse de polyuréthane r_{PU} .

Q2. Montrer que la résistance thermique surfacique r_{th} de la paroi de la glacière est voisine de $1,83 \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$.

Q3. La surface totale S des parois de la glacière vaut $S = 1,2 \text{ m}^2$.

Calculer la résistance thermique R_{th} globale entre l'intérieur de la glacière et l'air extérieur.

Le dispositif de refroidissement fonctionne un moment puis est interrompu à un instant pris comme origine des temps $t = 0$. La glacière demeure fermée pendant 1 h dans une pièce dont la température ambiante est constante et vaut $\theta_{\text{ext}} = 24,2^{\circ}\text{C}$.

Le suivi temporel de la température à l'intérieur de la glacière a permis d'obtenir le graphique de la figure 1 ci-après.

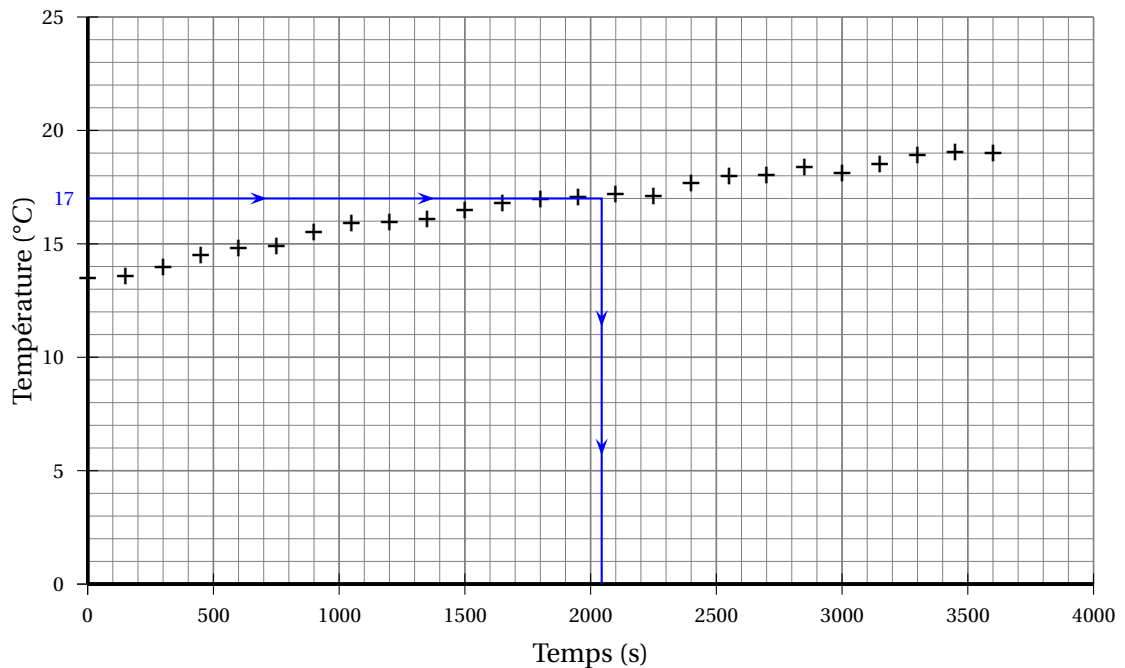


Figure 1 – Évolution de la température de la glacière au cours du temps

Données :

- capacité thermique de la glacière et de son contenu : $c_g = 3,6 \text{ kJ} \cdot \text{°C}^{-1}$;
- on admet que la glacière et son contenu sont à la même température.

Q4. La température initiale de l'air contenu dans la glacière est $\theta_i = 13,4^\circ$.

En utilisant la figure 1, indiquer la valeur θ_f de la température de l'air contenu dans la glacière après une heure.

Q5. Calculer la valeur de la variation d'énergie interne ΔU du système formé par la glacière et son contenu entre les instants $t = 0$ et $t = 1 \text{ h}$.

Q6. Représenter une paroi latérale de la glacière et préciser le sens du transfert thermique au travers de celle-ci.

Pendant les 500 premières secondes, la température passe de $\theta_i = 13,4^\circ \text{C}$ à $\theta_{500} = 14,4^\circ \text{C}$.

Q7. Montrer que le flux thermique moyen reçu par la glacière durant les 500 premières secondes est voisin de 7,2 W.

On rappelle la relation entre le flux thermique ϕ_{th} , la résistance thermique globale R_{th} et la différence de température entre l'extérieur et l'intérieur de la glacière $\theta_{\text{ext}} - \theta_{\text{int}}$:

$$\phi_{\text{th}} = \frac{\theta_{\text{ext}} - \theta_{\text{int}}}{R_{\text{th}}}$$

Q8. Montrer que la résistance thermique globale R_{th} de la paroi de la glacière mesurée par cette méthode est voisine de $1,4 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$.

On admettra que pendant les 500 premières secondes, la différence $\theta_{\text{ext}} - \theta_{\text{int}}$ vaut $10,3^\circ \text{C}$.

Q9. Comparer le résultat de la question **Q8.** à celui de la question **Q3.** et commenter.

Partie 2

On détermine un modèle numérique à partir de l'expérience de la partie 1.

On suppose que la fonction θ modélisant la température de l'air contenu dans la glacière, en degré Celsius, en fonction du temps t , en seconde, est définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$\theta(t) = -10,8 e^{-\frac{t}{5040}} + 24,2.$$

Q10. On détermine $\lim_{t \rightarrow +\infty} \theta(t)$.

On sait que $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ et que $\lim_{t \rightarrow +\infty} -\frac{t}{5040} = -\infty$, donc $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-\frac{t}{5040}} = 0$.

On en déduit que $\lim_{t \rightarrow +\infty} \theta(t) = 24,2$.

Cela signifie que la température limite de la glacière sera de 24,2 °C

Q11. On résout l'inéquation $\theta(t) \geq 17$.

$$\begin{aligned} \theta(t) \geq 17 &\iff -10,8 e^{-\frac{t}{5040}} + 24,2 \geq 17 \iff 24,2 - 17 \geq 10,8 e^{-\frac{t}{5040}} \iff \frac{7,2}{10,8} \geq e^{-\frac{t}{5040}} \\ &\iff \ln\left(\frac{7,2}{10,8}\right) \geq -\frac{t}{5040} \iff -5040 \ln\left(\frac{7,2}{10,8}\right) \leq t \end{aligned}$$

$-5040 \ln\left(\frac{7,2}{10,8}\right) \approx 2043,5$ donc on peut considérer que la boisson dans la glacière ne sera plus fraîche au bout de 2 044 secondes.

Ce résultat semble cohérent avec le graphique.

EXERCICE 3**(mathématiques)****4 points****Question 1**

Pour cette question, indiquer, en justifiant, la lettre correspondant à la réponse exacte.

On considère la fonction f définie sur \mathbf{R} par $f(x) = (2 + 5x)e^{3x}$.

On admet que f est dérivable sur \mathbf{R} et on note f' sa dérivée. Pour tout x appartenant à \mathbf{R} , on a :

A	B	C	D
$f'(x) = 5e^{3x}$	$f'(x) = 15e^{3x}$	$f'(x) = (11 + 15x)e^{3x}$	$f'(x) = (7 + 5x)e^{3x}$

$$f(x) = (2 + 5x)e^{3x} \text{ donc } f'(x) = 5 \times e^{3x} + (2 + 5x) \times 3e^{3x} = (5 + 6 + 15x)e^{3x} = (11 + 15x)e^{3x}$$

Réponse **C****Question 2**

On considère l'équation différentielle : (E) $y' = -3y + 5$,

où y est une fonction de la variable x , définie et dérivable sur \mathbf{R} .

La solution générale d'une équation différentielle d'ordre 1 est la somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation différentielle sans second membre associée.

- L'équation sans second membre associée est : $y' = -3y$.
D'après le cours, on sait que les solutions de cette équation sont les fonctions y_0 définies par $y_0(x) = ke^{-3x}$ où k est un réel quelconque.
- On cherche une solution particulière de (E) sous forme de constante a .
Donc $a' = -3a + 5$. Or $a' = 0$, donc $-3a + 5 = 0$ donc $a = \frac{5}{3}$.

Les fonctions solutions de l'équation différentielle (E) sont les fonctions y définies sur \mathbf{R} par $y(x) = ke^{-3x} + \frac{5}{3}$ où k est un réel quelconque.

Question 3

On veut déterminer la forme exponentielle du nombre complexe $z = -6\sqrt{3} + 6i$.

- Le module de z est $|z| = \sqrt{(-6\sqrt{3})^2 + 6^2} = \sqrt{108 + 36} = \sqrt{144} = 12$.
- Un argument θ de z vérifie $\cos(\theta) = \frac{-6\sqrt{3}}{|z|} = \frac{-6\sqrt{3}}{12} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{6}{|z|} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.
 $\theta = \frac{5\pi}{6}$ vérifie ces égalités.

La forme exponentielle du nombre complexe $z = -6\sqrt{3} + 6i$ est donc $12e^{\frac{5i\pi}{6}}$.

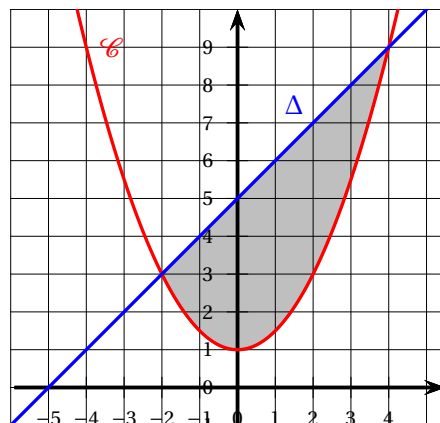
Question 4

Les fonctions f et g définies sur \mathbf{R} respectivement par

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1 \text{ et } g(x) = x + 5$$

sont représentées sur le graphique ci-contre par la courbe \mathcal{C} , courbe représentative de la fonction f et la droite Δ , courbe représentative de la fonction g .

Lire graphiquement les positions relatives des courbes représentatives \mathcal{C} de la fonction f et Δ de la fonction g puis montrer que l'aire de la partie colorée comprise entre la courbe \mathcal{C} et la droite Δ vaut 18 unités d'aire.



Graphiquement, on voit que :

- sur l'intervalle $] -\infty, -2[$, la courbe \mathcal{C} est au dessus de la droite Δ ;
- sur l'intervalle $] -2, 4[$, la courbe \mathcal{C} est en dessous de la droite Δ ;
- sur l'intervalle $] 4, +\infty[$, la courbe \mathcal{C} est au dessus de la droite Δ .

Sur l'intervalle $[-2, 4]$, la courbe est en dessous de la droite.

Soit \mathcal{A}_1 l'aire comprise entre la droite Δ , l'axe des abscisses et les droites verticales d'équations $x = -2$ et $x = 4$.

Soit \mathcal{A}_2 l'aire comprise entre la courbe \mathcal{C} , l'axe des abscisses et les droites verticales d'équations $x = -2$ et $x = 4$.

L'aire hachurée est égale à $\mathcal{A}_1 - \mathcal{A}_2$.

- \mathcal{A}_1 est l'aire d'un trapèze rectangle de petite base 3, de grande base 9, et de hauteur 6, donc

$$\mathcal{A}_1 = \frac{(3+9) \times 6}{2} = \frac{72}{2} = 36.$$
- $\mathcal{A}_2 = \int_{-2}^4 f(x) dx.$

La fonction f a pour primitive la fonction F définie par $F(x) = \frac{1}{2} \times \frac{x^3}{3} + x$ soit $F(x) = \frac{x^3}{6} + x.$

$$\int_{-2}^4 f(x) dx = F(4) - F(-2) = \left(\frac{4^3}{6} + 4 \right) - \left(\frac{(-2)^3}{6} + (-2) \right) = \frac{64}{6} + 4 + \frac{8}{6} + 2 = \frac{72}{6} + 6 = 12 + 6 = 18$$

L'aire hachurée vaut donc, en unités d'aire : $36 - 18 = 18.$