Corrigé du Baccalauréat STI2D enseignement de spécialité
Métropole Antilles–Guyane 19 juin 2024

Physique-Chimie et Mathématiques

EXERCICE 1 **physique-chimie et mathématiques** **4 points**

Concert musical

Lors d'un concert de musique rock organisé dans la ville de Venise, une scène flottante était placée à 120 m au large de la côte et donc des spectateurs du premier rang. Cette configuration particulière a posé des problèmes d'acoustique liés à l'atténuation différentielle du son émis par les différents instruments, notamment du fait de l'influence de la fréquence du son sur la directivité de l'émission par les haut-parleurs.
L'exercice propose de modéliser cette situation à partir de données expérimentales.

On étudie mathématiquement le modèle obtenu en introduisant les fonctions f et g définies sur $[1~;~+\infty[$ par : $f(x) = 125 - 10\ln(x)$ et $g(x) = 117 - 7,5\ln(x)$.

Ces fonctions modélisent respectivement les niveaux sonores du La1 et du Fa4 en fonction de la distance.

Q5. Sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$, $f'(x) = 0 - 10 \times \dfrac{1}{x} = -\dfrac{10}{x}$.

On modifie désormais les réglages d'émission pour améliorer la qualité du son. Les expressions des nouvelles fonctions décrivant la dépendance de L_1 et L_2 avec la distance sont alors :
$f_m(x) = 148 - 10\ln(x)$ et $g_m(x) = 136 - 7,5\ln(x)$, respectivement, pour les notes La1 et Fa4.

Q6. On résout l'équation $f_m(x) = g_m(x)$.

$$f_m(x) = g_m(x) \iff 148 - 10\ln(x) = 136 - 7,5\ln(x) \iff 148 - 136 = 10\ln(x) - 7,5\ln(x)$$
$$\iff 12 = 2,5\ln(x) \iff \dfrac{12}{2,5} = \ln(x) \iff 4,8 = \ln(x) \iff \mathrm{e}^{4,8} = x$$

donc $x \approx 121,5$.

La distance d_m des enceintes à laquelle doit se trouver le public pour que les deux notes aient le même niveau sonore est donc d'environ 121,5 m.

Q7. Pour les réglages modifiés, le niveau sonore du son reçu par les spectateurs à la distance d_m des enceintes pour chacune des deux notes est, en dB :

$f_m\left(\mathrm{e}^{4,8}\right) = 148 - 10\ln\left(\mathrm{e}^{4,8}\right) = 148 - 10 \times 4,8 = 100.$

EXERCICE 3 **mathématiques** **4 points**

Un parachutiste est en chute libre dans l'air jusqu'à l'instant $t = 0$ où il ouvre son parachute. Sa vitesse est alors de 50 m.s^{-1}. On admet par la suite que sa vitesse v, en m.s^{-1}, en fonction du temps t, en s, est solution de l'équation différentielle sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$:

$$(E)\ :\quad y' = -5y + 10.$$

Question 1

Soit g la fonction constante définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par $g(t) = 2$.

$g'(t) = 0$ et $-5g(t) + 10 = -5 \times 2 + 10 = 0$ donc $g'(t) = -5g(t) + 10$.

Donc g est solution de l'équation différentielle (E).

Question 2

D'après le cours, les solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ sont les fonctions f définies sur cet intervalle par $f(t) = k\,\text{e}^{at}$, où k est un nombre réel quelconque, donc les solutions de l'équation différentielle $y' = -5y$ sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ sont les fonctions f définies sur cet intervalle par $f(t) = k\,\text{e}^{-5t}$, où k est un nombre réel quelconque.

Une solution de l'équation différentielle $y' = -5y+10$ est la somme d'une solution de l'équation différentielle $y' = -5y$ et d'une solution constante de l'équation différentielle $y' = -5y + 10$, donc les solutions de l'équation différentielle (E) sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ sont les fonctions f définies sur cet intervalle par $f(t) = k\,\text{e}^{-5t} + 2$, où k est un nombre réel quelconque.

Question 3

On sait que v est solution de (E) et que $v(0) = 50$; donc $k\,\text{e}^{0} + 2 = 50$ donc $k = 48$.

La fonction v est donc donnée sur $[0\,;\,+\infty[$ par $v(t) = 48\,\text{e}^{-5t} + 2$.

Question 4

La distance parcourue, en mètre, par le parachutiste pendant les 10 premières secondes après ouverture du parachute est donnée par l'intégrale : $\displaystyle\int_0^{10} \left(48\,\text{e}^{-5t} + 2\right)\,\text{d}t$.

Pour calculer cette intégrale, il faut trouver une primitive de la fonction v.

La fonction $t \longmapsto \text{e}^{at}$ avec $a \neq 0$, a pour primitive la fonction $t \longmapsto \dfrac{\text{e}^{at}}{a}$, donc la fonction v a pour primitive la fonction V définie par $V(t) = 48\dfrac{\text{e}^{-5t}}{-5} + 2t$ soit $V(t) = -9{,}6\,\text{e}^{-5t} + 2t$.

$$\begin{aligned}\int_0^{10} \left(48\,\text{e}^{-5t} + 2\right)\,\text{d}t &= \left[V(t)\right]_0^{10} = V(10) - V(0) = \left(-9{,}6\,\text{e}^{-5\times 10} + 2 \times 10\right) - \left(-9{,}6\,\text{e}^{-5\times 0} + 2 \times 0\right)\\ &= -9{,}6\,\text{e}^{-50} + 20 + 9{,}6 = 29{,}6 - 9{,}6\,\text{e}^{-50} \approx 29{,}6\end{aligned}$$